Análise Económica de Reforma Agrária em contexto dinâmico

por

Miguel Rocha de Sousa

Universidade de Évora

*Departamento de Economia**

mrsousa@uevora.pt

ou

miguelrochasousa@gmail.com

Versão: 22 de Julho de 2008

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Abel Moreira Mateus

(FEUNL- Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa)

CO-ORIENTADOR:

Prof. Dr. Manuel Couret Branco

(Universidade Évora - Departamento Economia)

Dissertação para a obtenção do

Grau de Doutor em Economia

pela Universidade de Évora

* Universidade de Évora – Departamento de Economia
Largo dos Colegiais, nº 2, Apartado 94 - 7002-554 Évora – PORTUGAL
Tel: +(351) 266 740 894; FAX: + (351) 266 742 494; e-mail: mrsousa@uevora.pt

Análise Económica de Reforma Agrária em contexto dinâmico

por

Miguel Rocha de Sousa

Universidade de Évora

*Departamento de Economia**

mrsousa@uevora.pt

ou

miguelrochasousa@gmail.com

Versão: 22 de Julho de 2008

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Abel Moreira Mateus

(FEUNL- Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa)

CO-ORIENTADOR:

Prof. Dr. Manuel Couret Branco

(Universidade Évora - Departamento Economia)

Dissertação para a obtenção do

Grau de Doutor em Economia

pela Universidade de Évora

* Universidade de Évora - Departamento de Economia
Largo dos Colegiais, nº 2, Apartado 94 - 7002-554 Évora - PORTUGAL
Tel: +(351) 266 740 894; FAX: + (351) 266 742 494; e-mail: mrsousa@uevora.pt

Análise Económica de Reforma Agrária em contexto dinâmico

por

Miguel Rocha de Sousa

Universidade de Évora

*Departamento de Economia**

mrsousa@uevora.pt

ou

miguelrochasousa@gmail.com

Versão: 22 de Julho de 2008

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Abel Moreira Mateus

(FEUNL- Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa)

CO-ORIENTADOR:

Prof. Dr. Manuel Couret Branco

(Universidade Évora - Departamento Economia)

Dissertação para a obtenção do

Grau de Doutor em Economia

pela Universidade de Évora

* Universidade de Évora – Departamento de Economia
Largo dos Colegiais, nº 2, Apartado 94 - 7002-554 Évora – PORTUGAL
Tel: +(351) 266 740 894; FAX: + (351) 266 742 494; e-mail: mrsousa@uevora.pt

Agradecimentos

Agradecem-se as ideias do meu orientador Prof. Dr. Abel Mateus, a sua motivação e argúcia nos momentos mais difíceis da tese. Agradecem-se também, comentários, críticas e sugestões férteis na UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas, Brasil) dos Professores Dr. António Márcio Buainain, Prof. Dr. José Maria da Silveira, e ainda de Marcelo Magalhães, de Marcelo Melo e Valentina Buainain quanto à natureza dos dados. Agradece-se também a hospitalidade e apoio no modelo econométrico do Prof. Dr. Hildo Meirelles de Souza Filho da UFSCAR (Universidade Federal de S. Carlos, Estado de S. Paulo). A realização deste estudo não teria sido possível sem o apoio dos referidos professores do Núcleo de Estudos Agrícolas (NEA) da UNICAMP do qual tive oportunidade de ser estudante visitante de doutoramento. Agradece-se em especial à Profª. Drª. Cesaltina Pires da Univ. Évora a leitura integral e cuidadosa da tese e as suas muitas e profundas sugestões. Agradece-se igualmente à Profª. Drª. Aurora Galego e Prof. Dr. Joaquim Ramalho da Univ. Évora comentários sobre a natureza econométrica do modelo. Agradece-se ao Prof. Dr. António Antunes da FEUNL e Banco de Portugal as discussões sobre o modelo de JOVANOVIC. Ao Prof. Dr. Pedro Henriques da Univ. Évora agradecem-se os comentários e sugestões na análise de eficiência empírica. Agradece-se à Profª. Drª. Leonor Carvalho e ao Prof. Dr. Adão Carvalho as sugestões a um paper prévio da tese. Agradece-se ao Prof. Dr. Manuel Branco, meu co-orientador da Univ. de Évora, as discussões sobre a parte histórica e tipológica da RA. Agradece-se especialmente ao Prof. Dr. António Pinheiro a chamada de atenção para o texto O´HEADY (1977). Agradece-se ainda aos participantes no *4th International DEA Symposium* na Aston University (Birmingham), no *XXXII Encontro da ANPEC* (Brasil) e no *XII Encontro da Soc. Portuguesa de Estatistica (SPE)* (Évora). Agradece-se também aos participantes da *3rd International Conference on European & International Political and Economic Affairs*, 26-28 Maio 2005, organização ATINER, Atenas, Grécia. Todos os erros são de minha responsabilidade. Agradece-se à Fundação Eugénio de Almeida (Évora) o financiamento deste estudo através de uma bolsa de doutoramento. Agradeço e dedico a tese à minha família, em especial à Vanessa, aos meus pais, irmã, ao Bruno pelas trocas de experiências do doutoramento, aos meus amigos em geral, nomeadamente, à Rita pela sua curiosidade brasileira, à Joana pela quebra da rotina, ao Ricardo e à Malica pelas questões simplificadoras, embora nada simples. Agradece-se também à minha família brasileira, pelo acolhimento em S. Paulo, aos tios Arminda, Salvador, Lu, Giba, Emília, aos primos Bel, Zé Manoel, Rose, Lisa e Zé Eduardo e Boris.

Agradece-se, em especial, ao Prof. Dr António Caleiro da Universidade de Évora a leitura integral da versão final, a revisão do português e muitas sugestões da tese. De igual modo se agradece também à Professora Drª. Conceição Rego a revisão de parte da tese. Finalmente, agradeço em especial à minha mulher, Vanessa, a revisão do texto, o auxílio no cruzamento das referências e por me ter acompanhado ao longo desta aventura a todos os níveis.

Índice

Titulo : ***"Análise Económica de Reforma Agrária em contexto dinâmico"***

Autor: Miguel Rocha de Sousa; Ramo do grau: Doutoramento em Economia

e-mail: mrsousa@uevora.pt **ou** miguelrochasousa@gmail.com

Data: Julho de 2008; Classificação JEL: L22, O17, O47, Q15

Palavras chave:

Análise de eficiência, Análise de fronteira estocástica, Análise estática e dinâmica, Capital humano, Cédula da Terra, Crescimento económico, Estática comparada, "*Learning by Doing*", Limiar de crédito, Limiar de pobreza, modelo de ARROW, modelo de JOVANOVIC, MST – "Movimento dos Trabalhadores Sem Terra", Reforma agrária, Reforma agrária brasileira, "*Start-up costs*", Teoria da empresa, "*Thresholds*".

Resumo:

É bem conhecido da teoria do equilíbrio geral que soluções eficientes nem sempre são equitativas, o que constitui um dos pontos fundamentais do *trade-off* eficiência versus equidade.

Nesta tese debruçamo-nos sobre as condições de sucesso de uma reforma agrária. Entendemos a reforma agrária como um processo de redistribuição fundiária de latifúndios para minifúndios. Desta forma, concentrar-nos-emos sobre o problema de eficiência e equidade nos mercados agrícolas, dando ênfase especial à reforma agrária.

Esta tese esclarece se o facto de implementar uma reforma agrária (uma questão particularmente relevante na América Latina) acelerará ou desacelerará o crescimento económico. A reforma agrária reparte latifúndios geridos por empresários com instrução em minifúndios geridos por "campesinos" não instruídos, daí resultando um *trade-off*. Repartir latifúndios aumenta a eficiência e a concorrência mas ao mesmo tempo leva à perda de capital humano. A dimensão relativa dos dois efeitos determina qual o efeito da reforma agrária no crescimento.

Nas explorações "campesinas" as famílias não têm dotação de capital humano nem de capital físico.

Os problemas com o capital físico são a responsabilidade limitada ("limited liability") e a falta de liquidez, o que leva à necessidade de "colateral" para obter empréstimos.

Estas explorações "campesinas" também não têm rentabilidade suficiente para poder empregar capital humano altamente qualificado. Assim, os próprios campesinos terão de passar por um processo de aprendizagem.

O tema aqui tratado, i.e. a análise do capital humano na reforma agrária é, na verdade, um tema praticamente ignorado pela literatura económica, o que é paradoxal, dado o interesse da questão, sobretudo ao nível de países que passaram, ou, eventualmente, passarão, por uma reforma agrária.

GERBASCH e SIEMERS (2005) é um dos poucos estudos contemporâneos a esta tese que analisa a questão dos *start-up costs* e o papel do capital humano na reforma agrária. A sua abordagem utiliza os modelos de gerações sobrepostas (OLG-Overlapping Generations). GERBASCH e SIEMERS (2005) demonstram que há um nexo de relação causal entre transferências da terra (reformas agrárias) e a formação de capital humano. Daí uma redistribuição sucessiva de terras permite aos seus beneficiários educar as suas crianças, escapar da pobreza e evitar o trabalho infantil. Estes autores concluem, na sua análise, que o acesso livre ao mercado de terras deveria ser evitado durante algum tempo. Mais ainda, é inevitável a existência temporária de um estado de desigualdade entre os pobres. Finalmente, concluem que há uma transição de uma sociedade rural pobre para uma sociedade mais desenvolvida e fundada no capital humano, a partir das reformas agrárias.

O problema dinâmico da reforma agrária é abordado na nossa tese através de dois modelos: o modelo de ARROW adaptado ao capital humano e o modelo de JOVANOVIC de entrada e saída de empresas.

Partimos da hipótese de que o capital humano sofre um choque estrutural quando ocorre a reforma agrária. Ou seja, há uma perda de capital humano quando os latifundiários instruídos são substituídos pelos campesinos com baixo nível de instrução.

Do modelo de ARROW adaptado ao capital humano e ao caso da reforma agrária, podemos concluir o seguinte: i) o sucesso da reforma agrária depende da acumulação do conhecimento dos campesinos em relação aos latifundiários (efeito por nós definido como efeito de herança); e ii) a subida dos salários em contexto de reforma agrária, torna-a não viável economicamente. Ou seja, para a viabilidade da reforma agrária é necessário que se mantenha uma certa rentabilidade da exploração agrícola, o que implica que a trajectória dos custos não ultrapasse a trajectória das receitas. No caso do factor trabalho, isto implica uma certa contenção da evolução salarial.

Seguidamente abordamos o modelo de JOVANOVIC. De facto, o processo de reforma agrária é um processo intrinsecamente dinâmico, mas que se caracteriza também pelo facto da distribuição das empresas poder variar substancialmente ao longo do tempo. Haverá explorações agrícolas que fecham, i.e. os campesinos abandonam a terra e outras explorações que com sucesso vão crescendo. Este processo é pois de natureza estocástica, com choques comuns e idiossincráticos e cuja evolução depende não só da capacidade intrínseca de cada campesino, mas também das economias de escala dinâmicas.

Para além destes modelos dinâmicos, os modelos estáticos permitem caracterizar a importância dos *start-up costs* neste processo, os quais têm que ver com o nível de capital humano, que permite uma determinada produtividade do campesino à partida no processo de reforma agrária, e que afecta o nível de subsistência da família do campesino.

A parte empírica confirma em grande parte os resultados teóricos.

Procedemos à análise empírica de um programa de reforma agrária concreto, baseado em mecanismos de mercado, o Programa de Cédula da Terra (PCT) do Brasil. Para aferir a sua eficiência técnica recorreu-se à estimação de uma fronteira de produção estocástica. Os resultados mostram que as variáveis capital humano específico (assistência técnica) e geral (educação), o crédito, a produção em sociedade (associação de agricultores) e a produção para auto-consumo (subsistência) reduzem a ineficiência técnica do programa.

A principal conclusão da tese é a de que as políticas económicas de "primeira linha" devem ser o acesso ao crédito e a assistência técnica, e a mais longo prazo, o fomento do capital humano, com o fim último de libertar do equilíbrio de pobreza os agricultores campesinos de modo a contribuírem para um crescimento económico sustentável, e se possível, na verdadeira acepção do termo, verdadeiro desenvolvimento económico.

Thesis Title: ***"Economic Analysis of Land Reform in a Dynamic Framework"***

Author: Miguel Rocha de Sousa; Branch of PhD: Economics
e-mail: mrsousa@uevora.pt **or** miguelrochasousa@gmail.com

Data: July 2008; JEL classification: L22, O17, O47, Q15

Keywords:

ARROW's model, Brazil's Land Reform, "Cédula da Terra" (Land Bill), Comparative statics, Credit threshold, Economic growth, Efficiency analysis, Human capital, JOVANOVIC's model, Land reform, "Learning by Doing", MST- "Movimento dos Trabalhadores sem Terra" (Landless Workers Movement), Poverty threshold, Static and dynamic analysis, Stochastic frontier analysis, Theory of the firm.

Abstract:

It is well known from the general equilibrium theory that efficient solutions are not always equitable, which constitutes one of the fundamental points in the trade-off efficiency *versus* equity.

This thesis is focused on the conditions for the success of a land reform. In this thesis land reform will be interpreted as a process of land redistribution from latifundia to minifundia. This way the problem of efficiency and equity in agricultural markets will be analysed with special emphasis to land reform.

The thesis scrutinizes whether land reform (a subject of particular importance in Latin America) will accelerate or decelerate economic growth. Land reform allots latifundia, managed by trained business managers, in minifundia, managed by uneducated "campesinos" (peasants), therefore resulting in a trade-off. To allot latifundia increases the efficiency and competition but in the mean time it leads to human capital loss. The dimension of both effects will decide the effect of land reform on growth.

Peasant families of small holders have neither human capital nor physical capital endowment.

The physical capital constraints are limited liability and short-run liquidity constraints which leads to the need of collateral to obtain a loan.

These peasant small holds do not have enough return to employ highly qualified human capital. Consequently small holders themselves will have to go through a learning process.

The theme tackled here, i.e. the analysis of human capital in land reform, is in fact virtually ignored by economic literature, which is a paradox given this being an interesting question especially in countries that went through or are in terms of going through a land reform process.

GERBASCH and SIEMERS (2005) is one of the few contemporary studies relative to this thesis that analyzes the subject of start-up costs and the role human capital plays in land reform. Their approach uses OLG (overlapping generations) models. GERBASCH and SIEMERS (2005) demonstrate a causal relation between land reassignments (land reforms) and the creation of human capital. Therefore, successive land redistributions allow their beneficiaries to educate their children, escape poverty and avoid child labour. These authors conclude by their analysis that free access to land market should be avoided for a period of time. Furthermore, a temporary unevenness among the poor will be inevitable. Finally, they conclude there will be a transition from a poor rural society to a more developed society funded on human capital, after land reforms occur.

The dynamic problem of land reform is approached in this thesis by two models: the ARROW model adapted to human capital and the JOVANOVIC model of firm entry and exit.

This thesis starts from the hypothesis that human capital experiences a structural shock when land reform takes place. That is, there will be a loss of human capital when educated latifundia holders are replaced by low skilled peasant holders.

From the ARROW model adapted to human capital and to land reform, the following may be concluded: i) the success of land reform depends on the accumulation of peasant knowledge compared to latifundia owners (an effect here defined as bequest effect); and ii) the wage improvement in a land reform framework turns it economically non-viable. In other words for a land reform to become viable it is necessary to maintain farm profitability which implies that the cost trajectory must not go beyond the revenue trajectory. In the particular case of the labour input this will restrain wage evolution.

In the next section is focused on the JOVANOVIC model. The process of land reform is fundamentally dynamic, but also characterized by the fact that firm distribution can vary substantially through time. Some farms close, i.e. small holders leave their land, while other farms achieve growth. This process, then, has a stochastic nature, with common and idiosyncratic shocks and its evolution depends not only on the intrinsic ability of each small holder, but also on dynamic scale economies.

Besides these dynamic models, static models allow a characterization of the importance of star-up costs in this process, which are related to the human capital level responsible for the peasant productivity level at the starting point for the land reform process. That will affect the peasant families' subsistence.

The empirical part mostly confirms theoretical results.

An existing land reform program based on market mechanisms was empirically analyzed: the Programa Cédula da Terra (Land Bill Program), in Brazil. To evaluate its technical efficiency a stochastic production frontier was estimated. The results show that the variables for human capital, both specific (technical assistance) and general (education), credit, production in the farmers associations and the production for self-consumption (subsistence) reduce technical inefficiency in the program.

The main conclusion of this thesis is that the first line economic policies in such a land reform process should be access to credit and technical assistance and, in the long run, human capital promotion with the aim to free peasant farmers from the poverty equilibrium and allow them to contribute to a sustainable economic growth and, if possible, fully achieve a true economic development.

JEL classification/ Classificação JEL:

L22, O17, O47, Q15

Resumo executivo

No primeiro capítulo desta tese apresentamos a motivação, objecto e objectivo desta tese. A motivação foi a de compreender o *trade-off* eficiência versus equidade nos mercados agrícolas, tendo em atenção as reformas agrárias, o nosso objecto de estudo, que definimos como uma redistribuição de terras de latifundiários para campesinos (i.e. camponeses não instruídos e sem terra) minifundiários. Para além disso o objectivo que procurámos responder com esta tese foi o de determinar as condições económicas para uma reforma agrária ser bem sucedida.

Na parte II desta tese fizemos um resumo da literatura, exclusivamente económica, sobre, por um lado o funcionamento dos mercados agrícolas, nomeadamente abordando a teoria da agência (i.e. teoria do mandante e mandatário) e sobre modelos de reforma agrária. Ainda no capítulo 4 referem-se contribuições de economia política para este domínio.

A inovação da tese centra-se na análise da relação de modelos formais com capital humano e sua relação com a reforma agrária, nomeadamente o modo de escapar aos equilíbrios de pobreza. Duas noções fundamentais utilizadas na tese são os "*start-up costs*", i.e. os custos de inicio de actividade e os "*thresholds*", i.e. os limiares de acesso a um conjunto de conhecimento de capital humano que permitem rentabilizar as explorações dos "campesinos". Até à data, tanto quanto sabemos, esta relação entre modelos formais de capital humano, limiares de acesso e reforma agrária continua quase inexplorada, apenas existe um estudo recente de GERBASCH e SIEMERS (2005), contemporâneo a esta tese.

De seguida nos capítulos 6, 7, 8, 9, 10 e 11, está contida o grosso da contribuição teórica da tese. Apresentam-se dois tipos de contribuição teórica face à questão da reforma agrária (RA): os modelos estáticos (Parte IIII - cap.6,7,8,9) e os modelos dinâmicos de RA (Parte IV - caps. 10 e 11) baseados sempre na ideia de "*start-up costs*" ou "*thresholds*" (limiares) a serem atingidos num contexto inovador de capital humano.

Na **vertente estática** apresentam-se, na parte III da tese, quatro modelos de "start-up cost", em que o capital humano é uma variável chave na saída dos equilíbrios de pobreza. No cap. 6 o modelo 1 compara os latifundiários face aos minifundiários face ao acesso ao capital humano. Ainda no cap.6 o modelo 2 de start-up cost

alternativo desta secção é uma contribuição teórica interessante, pois com uma simples análise marshalliana de bem-estar (estática) podemos contrapor dois tipos de efeito: um *efeito pró-eficiência* (de passar de monopólio para concorrência perfeita) e um *efeito pró-aprendizagem* (de redução do custo marginal associado à passagem de pequenos agricultores para latifundiários e o subsequente ganho de capital humano). Consoante, o efeito pró-eficiência domine o efeito pró-aprendizagem, então RA é desejável. Caso contrário não o será. Em seguida, no cap.7, apresenta-se um modelo anterior, mas generalizado em que o start-up cost já não é fixo, mas sim variável. Neste contexto aproveitámos para introduzir três tipos de parcelas que têm lugar na RA: os latifúndios, os meso-fúndios e os micro-fúndios. Utiliza-se uma forma funcional Stone-Geary para a função de bem-estar que procura captar bem o espírito do limiar de acesso à tecnologia de capital humano.

No capítulo 8 faz-se uma análise detalhada do modelo de "start-up cost" a quatro variáveis. Obtém-se as condições de primeira ordem para diferentes cenários, para o óptimo social, i.e. uma afectação óptima via planner para os três tipos de parcelas de RA. O quadro 8 resume esta informação sobre essas mesmas condições. Note-se que as alocações de mercado podem ser recuperadas, na ausência de falhas de mercado, pelo Segundo Teorema Fundamental de Bem-Estar da Microeconomia.

O capítulo 9 introduz duas outras contribuições em termos de modelo de crédito, procedendo-se a uma extensão do modelo de crédito BHADURI (1977) e, criando-se um outro modelo de crédito a dois estágios com capital humano – secção 9.5.

Na segunda grande linha de contribuição teórica da tese, seguem-se os **modelos dinâmicos**, com duas sub-vertentes: a) uma vertente de RA baseada em ARROW (1962) e aplicando-se o seu modelo de "learning by doing" (LBD) no capitulo 10, e b) uma vertente de análise de eficiência dinâmica da empresa baseada no modelo de JOVANOVIC (1982) no capítulo 11. Na nossa extensão do Modelo de ARROW à RA, conseguimos definir um Limiar Dinâmico de Recuperação de Reforma Agrária (LDRRA), e o subsequente espaço de Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária (CPRA). Estabelecemos também duas proposições sobre a viabilidade de recuperação de RA face à evolução dos salários ex-post RA. Por outro lado, também se fez uma análise similar para a evolução da taxa de desconto inter-temporal. Ainda na nossa versão do modelo de ARROW, analisamos o que ocorre se, os agrónomos ao serem substituídos pelos feitores, deixarem uma "herança" de capital humano, ie se a destruição do capital humano com o processo de RA for apenas parcial e quantificada pela taxa de literacia (η no nosso modelo). Isto permite-nos estabelecer a *Proposição 5*: Quanto maior a taxa de literacia maior a possibilidade de recuperação de reforma agrária, logo mais viável se torna este processo e dá-se uma expansão do Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária (CPRA).

Procedemos, ainda no contexto ARROWIANO, à questão da viabilidade financeira da RA, tendo em atenção a avaliação de dois cashflows futuros distintos após a RA, o que nos permitiu estabelecer a *Proposição 6*: teorema de não viabilidade futura de reforma agrária ou de reforma agrária conservadora. Esboçámos ainda duas proposições no modelo de ARROW. Primeira, a *Proposição 7*, quanto mais baixa for a taxa de desconto inter-temporal, mais viável se torna a RA, porque as perdas futuras de ter menos agrónomos são atenuadas e os ganhos de ter mais feitores e /ou sem terra são aumentados. Segunda, a *Proposição 8*, quanto mais elevada for a taxa de "*Learning by doing*" (LBD) dos novos terra-tenentes mais fácil é acumulação de um excedente que ultrapasse o montante fixo da perda de ter agrónomos. Ou seja, se a taxa de LBD dos novos terra-tenentes for superior à dos agrónomos, então a RA pode ser exequível em termos dinâmicos do bem-estar social total.

Na segunda vertente da contribuição dos modelos teóricos dinâmicos, ainda na Parte IV, no capítulo 11, aplicando o modelo de JOVANOVIC (1982), temos três modelos. O primeiro, mais simples, apenas faz depender a acumulação de capital humano da produção acumulada (é semellhante à ideia de LBD de ARROW), mas existe um limiar crítico de falência das empresas (no nosso caso agrícolas). A conclusão fundamental nesta primeira versão é a de que o tempo terminal do problema depende positivamente do custo de oportunidade inicial do capital humano (variável co-estado inicial), da taxa de lucro, e dos preços, depende negativamente do custo marginal, da eficiência e da produtividade marginal do capital humano. Na segunda variante do modelo de JOVANOVIC, a acumulação do capital humano faz-se a uma taxa exponencial em função do output acumulado. Os resultados ilustram que a variável de co-estado tem um ponto de equilíbrio que é globalmente instável. A variável de estado segue um caminho exponencial como fruto da evolução do controle (a quantidade produzida neste modelo). A terceira variante do modelo, introduz dois tipos de aprendizagem no modelo de JOVANOVIC: a acumulação de capital humano faz-se através do esforço dos trabalhadores (u_t- variável de controle) e através de acumulação de output (q_t), sendo este último escalado pelo parâmetro α. Os resultados afiguram-se interessantes, pois apesar da dinâmica não linear da variável de co-estado (o preço sombra da restrição dinâmica de capital humano) é possível estabelecer dois subcasos e respectivos diagramas de fases para o caso de controle igual ao esforço máximo. Mais interessantes são as figuras 28 (CASO A) e 29 (CASO B), que estabelecem dois quadrantes, o segundo quadrante em que se relaciona o esforço exercido pelo agente (u_t), que varia entre *0* e ϕ (igual ao esforço máximo, ie o salário de capital humano) com a produção, e por sua vez o primeiro quadrante que relaciona a quantidade produzida com a evolução da variável de estado (*H(t)*) e a sua acumulação. No caso de α entre *O* e *1*, apesar do co-estado ser globalmente instável, temos rendimentos marginais dinâmicos decrescentes, no caso de $\alpha>1$, o co-estado é globalmente estável e temos rendimentos marginais dinâmicos crescentes. Assim o capital humano tem um papel chave na evolução da taxa de crescimento destes modelos de RA.

Na parte empírica deste estudo (Parte V) fez-se uma breve contextualização do processo de RA no Brasil, nomeadamente no NE, comparando-se a reforma agrária do Instituto de Colonização e da Reforma Agrária (INCRA) com o Programa Cédula da Terra (PCT). Ou seja, são duas abordagens diferentes: a primeira resulta da invasão de terras pelo Movimento dos Sem Terra (MST), um processo notavelmente politizado e de assaz violência, anti-mercado e altamente regulado pelo Estado; o segundo é um projecto do Banco Mundial, apoiado nos processos de mercado. Os agricultores compram as terras a uma associação de agricultores que por sua vez as comprou no mercado. As condições do PCT são vantajosas, há um período de carência de três anos, para um empréstimo a vinte anos e a taxa de juro média de longo prazo deste empréstimos bonificados é da ordem dos 4% (o que é bastante apelativo dadas as condições no mercado de crédito brasileiro). Este autor participou na terceira fase da avaliação do PCT, do qual resultou a estimação da fronteira de produção estocástica deste processo de RA-vejam-se os capítulos 12 e 13. A metodologia foi a já estabelecida na literatura por BATTESE e COELLI (1995). Procedeu-se à estimação usando o método da Máxima Verosimilhança de dois passos, vide COELLI (1996).

As principais conclusões, são as de que existe forte heterogeneidade na eficiência dos agricultores do PCT. As variáveis que reduzem a ineficiência técnica são a melhoria da assistência técnica (no fundo capital humano especializado), a melhoria do crédito, o valor da produção em sociedade (ie na associação), o auto-consumo (ie produção para subsistência) e, por fim, a educação (capital humano geral). Ainda se estimou a função translog para toda a amostra e a função translog para cada estado, os resultados, apesar de a forma funcional ser mais flexível, e de ter em atenção as interacções cruzadas, não melhoraram significativamente.

Em suma, com este estudo julga-se ter identificado as variáveis chave nas RA, num contexto moderno, ie o capital humano (assistência técnica e educação) e o crédito na sua relação com o factor terra. Pretendemos ter modelado quer em termos estáticos quer dinâmicos a relação entres estas variáveis, e conseguimos aferir com o nosso estudo de caso empírico do Brasil, que de facto são estas as variáveis chave que determinam os resultados das políticas de RA. Conselhos "práticos" de política de RA que resultam desta tese: implementar uma politica de RA "market friendly" estilo Cédula (PCT) visando melhorar o capital humano (específico-assistência técnica e geral- educação) e as políticas de crédito com o objectivo duplo de melhorar a eficiência agrícola e de permitir a estes "novos" pequenos agricultores saírem do equilíbrio de pobreza via crescimento económico sustentável a longo prazo.

Abreviaturas usadas na tese

ANPEC- Associação Nacional de Pós-Graduação em Economia, Brasil.

AT- Assistência técnica

ATINER- Athens Institute for Education and Research, Grécia, Atenas.

AUTO- auto-consumo (consumo de subsistência)

BA- Estado da Bahia

BM – Banco Mundial (ou WB- World Bank)

CAE- Crédito Agrícola de Emergência (em Portugal)

CE- Estado do Ceará

CO- Custo de oportunidade

CONTAG- Confederação dos Trabalhadores Agrícolas (sindicato agrícola no Brasil)

CPRA – Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária

CRE- Crédito

ESC - Escolaridade

FEUNL- Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa

IBGE- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INCRA- Instituto Nacional de Colonização e da Reforma Agrária (do Brasil)

LDDRA- Limiar Dinâmico de Recuperação de Reforma Agrária

MA- Estado do Maranhão

MDA- Ministério do Desenvolvimento Agrário (do Brasil)

MG- Estado de Minas Gerais

MST-Movimento dos Sem Terra

NEA- Núcleo de Estudos Agrícolas da UNICAMP

PCT- Programa Cédula da Terra

PE- Estado de Pernambuco

PIB pc- Produto Interno Bruto *per capita*

PPC- Paridade de Poder de Compra (normalmente PIB pc PPC)

PVD- País(es) em Vias de Desenvolvimento

RA- Reforma Agrária

SPE- Sociedade Portuguesa de Estatística

UFSCAR- Universidade Federal de São Carlos, Estado de S. Paulo, S. Carlos

UNICAMP- Universidade Estadual de Campinas, Estado de S. Paulo, Campinas

USP- Universidade de S. Paulo, Estado de S. Paulo, S.Paulo

VPS- valor de produção em sociedade (ie pela associação de agricultores)

Índice de Figuras

Índice de Quadros

PARTE I : MOTIVAÇÃO, OBJECTO e OBJECTIVO

1. Motivação, objecto e objectivo de estudo

> *" A distribuição de direitos da terra relaciona-se com a distribuição de poder, de rendimento, estatuto social e incentivos. Uma reforma agrária que muda esta distribuição é por definição uma mudança que afecta as raízes e não os ramos da sociedade."* *RAUP (1975)*[1]

É bem conhecido da teoria do equilíbrio geral que soluções eficientes nem sempre são equitativas, o que constitui um dos pontos fundamentais do *trade-off* eficiência versus equidade.

A moderna teoria do desenvolvimento económico, evidencia este *trade-off* através da famosa hipótese de relação em U invertido entre o PIB *per capita* e desigualdade, originalmente analisada por KUZNETS (1955). Este estudo de KUZNETS reflecte um *trade-off* entre crescimento económico (eficiência) e desigualdade (através de uma medida de equidade). RAY (1998, p.23) actualizou o estudo da curva em U invertido e demonstra que esta relação continua válida mesmo nos dias de hoje.

Este *trade-off* está presente em quase todos os processos de crescimento económico. De igual modo é de realçar o facto de que os países em vias de desenvolvimento, muitas vezes se encontram em situações de "armadilha de pobreza", das quais dificilmente conseguem escapar.

Por outro lado, por vezes, quando os países em vias de desenvolvimento pretendem alcançar maior equidade, sacrificando alguma eficiência, poderiam recorrer ao sistema fiscal de modo a proceder a uma redistribuição de rendimento. No entanto, a base de incidência fiscal é muito escassa, dada a elevada dimensão da economia paralela, o que obriga o Estado a optar por uma postura mais pró-activa, se quiser, de facto, ter um papel activo na redistribuição de rendimentos. Deste modo, tendo de proceder a uma intervenção directa, o Estado promove, com esse fim, uma redistribuição directa dos activos. Como nos países em vias de desenvolvimento, o

---

[1] KAWAGOE(1999) citando RAUP, Philip M. (1975), " Land reform issues in development", Staff Paper nº. P75-27, Department of Agricultural and Applied Economics, University of Minnesota, St Paul, p.1.

activo sobre o qual o estado mais facilmente consegue intervir directamente é a terra, assim, surge a justificação da reforma agrária como meio de melhorar a equidade, tendo no entanto de se avaliar os seus custos em termos de eficiência.

Esta visão da reforma agrária para um ultra-liberal na tradição de HAYEK (1944,1960,1988) , ou de Von MISES (1962), ou FRIEDMAN e FRIEDMAN (1980) poderia entrar em conflito com os seus valores e pressupostos, que tendem a crer que, de facto, o mercado tudo resolve e que, de facto, mais vale definir regras claras e não intervir. FRIEDMAN e FRIEDMAN (1980) consideraram que o sistema de preços tinha três funções essenciais: (a) ser um veículo da informação, (b) ser um índice de escassez e (c) um mecanismo de incentivos, procedendo deste modo o mercado a uma afectação descentralizada e justa dos recursos na tradição liberal de Adam SMITH (1776).

Mas, no entanto, de facto nos países em vias de desenvolvimento as falhas de mercado são de tal modo acentuadas que faz sentido intervir. Intervir directamente sobre o activo terra, que é um dos activos que os estados dos países em vias em desenvolvimento têm em maior abundância, e que os campesinos ou habitantes rurais têm em maior escassez e cuja posse os poderia fazer sair da pobreza.

Recentemente DIXIT (2004) defende a necessidade de intervenção na ausência do quadro legal usual que defina o funcionamento dos mercados. DIXIT (2004) no seu *Lawlessness and Economics*, justifica, quando o conjunto de regras legais e o sistema jurídico não funciona, a criação de mecanismos privados de transacções em pequenos números. DIXIT (2004) procura suprir o papel do Estado nos países em vias de desenvolvimento, definindo modos de *governance*, i.e. em que o Estado tem de prestar contas (*accountability*) e em que os agentes privados se tornam responsáveis mesmo na ausência da lei, nomeadamente através do papel das organizações não governamentais (ONG's). Os mecanismos informais passam a estruturar as relações económicas e permitem atribuir papéis aos agentes económicos, para que reajam de acordo com os incentivos, de modo a levar a resultados mais eficientes. No entanto o papel do Estado, enquanto regulador e promotor da equidade continua sempre presente.

A ciência económica por definição é a ciência da escolha entre os diferentes usos alternativos possíveis, valorizados pela melhor alternativa possível recusada, i.e. os custos de oportunidade, visando a sustentabilidade dos recursos tendo em consideração os incentivos. Deste modo, em congruência com o método económico, analisaremos a redistribuição directa da terra, pelo Estado, de latifúndios em minifúndios, uma questão de equidade, procurando não esquecer a questão dos incentivos, i.e. a eficiência.

Este processo de reforma agrária em termos históricos é já bastante antigo, podendo remontar pelo menos ao tempo dos Gregos Clássicos (veja-se Britannica (1993, 2001) e BRANCO e ROCHA DE SOUSA (2006)). Na análise deste processo, optaremos por uma abordagem exclusivamente económica nos objectivos, instrumentos e resultados. Não negaremos o carácter interdisciplinar do processo em causa, mas o nosso objecto de estudo é o económico e será esse o nosso enfoque, dada a natureza da nossa tese.

A literatura sobre reforma agrária, mesmo apenas do ponto de vista económico, é vasta, sendo feita uma revisão desta literatura na secção seguinte. Como será então evidente, o ponto-chave da inovação da nossa tese centra-se no filão ainda inexplorado da ligação da ideia de crescimento económico com a reforma agrária, tendo em atenção o capital humano.

Em primeiro lugar, julgamos ser importante definir o sentido em que analisamos a reforma agrária ao longo de toda esta tese. Reforma agrária,[2] nesta tese, será entendida como a repartição de um latifúndio em parcelas mais pequenas, os minifúndios. Desde logo, excluem-se os movimentos em sentido inverso, i.e. de emparcelamento, isto porque o nosso objecto e objectivo de estudo é a reforma agrária em países em vias de desenvolvimento, e a divisão em parcelas mais pequenas é o meio mais comum através do qual o Estado promove políticas pró-equidade.

Assim, entendemos reforma agrária ao longo da tese do seguinte modo [Caixa 1]:

---

[2] O termo ***reforma agrária (RA)*** normalmente aparece associado a uma alteração estrutural da dimensão da propriedade da terra (por exemplo, os já referidos latifúndios serem redistribuídos para minifúndios). Está, no entanto, este termo eivado de conotações políticas, nomeadamente devido ao Processo Revolucionário em Curso (PREC) em 1975 que se verificou em Portugal, essencialmente no Alentejo. Naturalmente, seria, por nós, preferido o termo ***reformismo agrícola***, termo aconselhado pelos historiadores, com o objectivo de expurgar a noção RA das mesmas preocupações politicas. A nossa abordagem centrar-se-á na análise económica. BRANCO (1988) prefere, ao invés, o termo ***transformação agrária***, novamente para realçar o facto de que a RA é de facto um choque estruturante na realidade dos campos e é apenas uma das formas de intervir. Terminologia à parte procuraremos utilizar, com as referidas ressalvas, a expressão reforma agrária, em geral no seu sentido simples (tradicional) referido na Caixa 1 (que se segue).

CAIXA 1 - Nossa definição de reforma agrária:

A ***reforma agrária*** resulta *de uma simples redistribuição (repartição) de terra de um latifúndio em vários minifúndios com dois objectivos, normalmente em conflito na teoria económica: i) atingir* ***mais equidade,*** *com* ***redução de pobreza,*** *e ii) simultaneamente* ***reduzir a ineficiência*** *da exploração da terra.*

Desde logo nos apercebemos, dada a contextualização dos processos de reforma agrária, que houve processos que foram economicamente bem sucedidos e outros que falharam.

Vejamos dois exemplos concretos: o Japão de 1945, sob o governo de MacArthur, e o Zimbabué, de Mugabe, desde 2000. A reforma agrária japonesa do pós segunda grande guerra (veja-se DORE (1959) e KAWAGOE (1999)), cifrou-se num grande sucesso. Isto porque a política de redistribuição da terra, fazendo uso dos registos precisos das mesmas, o forte apoio técnico ao agricultor e um nível educacional do agricultor elevado, potenciaram com a divisão e redistribuição subsequente das terras, a melhoria da produtividade e a rentabilização do capital humano no Japão. Por outro lado, BLAIR (2003) enuncia claramente que a reforma agrária no Zimbabué foi um falhanço, traduzindo-se na destruição da estrutura produtiva resultante da substituição dos latifundiários instruídos por "campesinos" não instruídos, o que levou a quebras assinaláveis na produtividade. Os novos campesinos do Zimbabué não tinham capital, nem físico nem humano, nem infra-estuturas que lhes permitissem rentabilizar a terra obtida. Os latifundiários zimbabueanos, empresários brancos detentores de capital físico e humano mais elevado, ao serem expulsos da terra, que a utilizavam de uma maneira mais produtiva e rentável, acabariam aliás por ver o seu potencial económico reconhecido no país vizinho, Moçambique, que lhes atribuiu subsídios para cativar esses mesmos agentes.

Assim, nesta tese debruçamo-nos sobre as condições de sucesso de uma reforma agrária. Para tal concentrar-nos-emos sobre o problema de eficiência e equidade nos mercados agrícolas, dando ênfase especial à reforma agrária.

Deste modo, traduzindo-se enquanto **objectivo** central, a questão estruturante e unificadora de toda a tese, e a que procuramos responder é:

*CAIXA 2 - **Objectivo da tese:***

Quais são as condições económicas para uma reforma agrária ser bem sucedida?

Esta tese investiga se o facto de implementar uma reforma agrária (uma questão particularmente relevante na América Latina) acelerará ou desacelerará o crescimento económico. Um dos pressupostos é o de que a reforma agrária reparte latifúndios geridos por empresários com instrução em minifúndios geridos por campesinos não instruídos, daí resultando o seguinte *trade-off*: repartir latifúndios aumenta a eficiência e a concorrência mas, ao mesmo tempo, leva à perda de capital humano. A dimensão relativa dos dois efeitos determinará, então, qual o efeito da reforma agrária no crescimento.

Nas explorações "campesinas"[3] assumimos que as famílias não têm dotação de capital humano nem de capital físico.

Os problemas com o capital físico são a responsabilidade limitada (*limited liability*), que ao limitar essa mesma responsabilidade, pode atrair projectos demasiado arriscados, e a falta de liquidez, o que leva à necessidade de "colateral"[4] para obter empréstimos.

Estas explorações campesinas também não têm rentabilidade suficiente para poder empregar capital humano altamente qualificado. Assim, os próprios campesinos terão de passar por um processo de aprendizagem.

Este tema, ou seja a análise do capital humano na reforma agrária, é, de facto, um tema novo na literatura económica. O nosso objectivo será, então, o de

[3] O termo "campesino" é propositado com o fim de nos focar na América Latina. Entende-se por "campesinos" os trabalhadores e/ou agricultores sem terra e com baixo nível de instrução. O nosso caso empírico reporta-se ao Brasil, mas a abordagem teórica é mais abrangente tendo como pano de fundo toda a América Latina.

[4] O termo "colateral" refere-se às garantias reais necessárias para se obter um empréstimo. Trata-se de um anglicismo, mas optámos pelo uso desta expressão pois é a mais comum na literatura do crédito.

determinar quais são as condições que permitem a viabilidade económica de um processo de reforma agrária, tal como a definimos acima.

Faremos em primeiro lugar uma revisão da literatura, sendo esta seguida por uma análise dos modelos teóricos de reforma agrária, em duas vertentes: a vertente estática e a dinâmica. Na vertente estática procura-se avaliar o impacte dos *start-up costs* e dos *thresholds*, i.e. os limiares de acesso ao capital físico, humano, e crédito que permitem rentabilizar economicamente uma pequena exploração agrícola de modo a sair do equilíbrio de pobreza. Na vertente dinâmica utilizaremos dois modelos de crescimento: o de ARROW adaptado ao capital humano e ao processo de reforma agrária, e o modelo de JOVANOVIC de crescimento e sobrevivência das empresas adaptado ao capital humano.

Posteriormente faz-se também uso de uma aplicação empírica ao caso do Nordeste brasileiro no limiar do século XXI, para avaliar a eficiência de um programa redistributivo de terras via mercado – o programa Cédula da Terra (PCT).

Outra das motivações para a realização deste nosso estudo tem a ver com o facto de rapidamente termos constatado que, em termos empíricos, o Brasil seria talvez o alvo mais fértil do estudo, existindo duas ordens de razão. A primeira tem a ver com o facto de o processo de reforma agrária brasileiro ser já um processo antigo, isto é com alguma tradição e para além disso com bastante visibilidade, nomeadamente devido aos movimentos de camponeses (sendo o Movimento dos Sem Terra (MST) e a Confederação dos Trabalhadores Agrícolas (CONTAG) os seus maiores expoentes); em segundo lugar, por o Brasil ter uma tradição de recolha de dados muito boa – ou seja, este segundo factor revelou-se determinante – o bom acesso a informação permitia tornar o estudo empírico viável. Por exemplo o estudo da reforma agrária em África, em termos empíricos, também se afiguraria muito interessante num contexto de desenvolvimento económico, mas o acesso a dados que viabilizassem a construção de, pelo menos, um pequeno modelo econométrico seria impossível (nomeadamente no Zimbabué).

Com esta ***motivação***, i.e. perceber o *trade-off* eficiência e equidade nos mercados agrícolas de países em vias de desenvolvimento; com este ***objecto*** de estudo, i.e. a reforma agrária entendida como divisão e parcelamento das terras latifundiárias em minifúndios, e, com o ***objectivo*** em mente, i.e. perceber quais as condições económicas para uma reforma agrária ser bem sucedida, julgamos então poder passar à revisão da literatura económica sobre reforma agrária, de modo a podermos enquadrar a nossa contribuição teórica e procedermos à subsequente análise empírica.

Notemos ainda que na nossa contribuição teórica vamos destacar por um lado a análise de **eficiência** na afectação da terra - aqui será relevante a existência ou não de **economias de escala** e a existência de um **limiar mínimo de sobrevivência** (i.e. subsistência económica), que é um pré-requisito para a família camponesa. A questão fulcral aqui será a dimensão óptima da terra.

Por outro lado na análise de **capital humano**, as famílias podem não ter conhecimentos para explorar eficientemente a terra, logo podem ter de recorrer ao mercado para obter **assistência técnica**. Estamos a falar de conhecimentos técnicos agrícolas específicos: técnicas de cultivo, de rega, de monda, de selecção de sementes, de percepção do funcionamento do mercado em que o empresário agrícola venderá o seu produto.

Salientaremos ainda que a complementaridade do **capital físico** (plantações, animais, sementes, produtos fito-sanitários) com o **capital humano** também será abordada. É necessário o recurso à assistência técnica para dar apoio ao capital físico. Note-se que se a combinação dos dois factores de produção não funcionar, isto levará ao abandono das terras, isto é, ao êxodo rural, em que as famílias migram (ou retornam) para a cidade.

PARTE II:

RESUMO DA LITERATURA

SOBRE

REFORMA AGRÁRIA

PARTE II: Resumo da literatura económica teórica sobre reforma agrária

2. Motivação da literatura: Teoria dos contratos e teoria da agência em agricultura

Desde o célebre exemplo da utilização de um talhão de terra por David Ricardo, que ilustrava a lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes, quase todos os autores clássicos se debruçaram sobre o modo óptimo de aproveitamento da terra. Chegou inclusivamente a existir uma escola que defendeu que a criação de valor se fazia unicamente através da exploração da terra: a escola fisiocrática.

VAN BATH (1984) constitui uma boa história detalhada da agricultura europeia.

Neste pequeno resumo debruçamo-nos sobre os tipos de contrato que têm estado subjacentes à exploração da terra, referindo-nos inicialmente ao contexto geral de todas as economias e depois, em particular, às dos países em vias de desenvolvimento (PVD).

Partimos inicialmente da caracterização dos contratos de exploração da terra, pois estes permitem perceber os incentivos associados à actividade da terra. A partir de uma breve caracterização microeconómica da teoria da agência em contexto agrícola, procedemos depois a uma análise do processo de reforma agrária na moderna teoria microeconómica, apresentando três modelos: o modelo de ESWARAN e KOTWAL (1986), BANDIERA (2002) e FAFCHAMPS (2001).

Ainda neste capítulo 2 analisamos a possibilidade de uma reforma agrária dos países em vias de desenvolvimento à maneira de BANERJEE (1999) e BANERJEE, GERTLER e GHATAK (2002). Ou seja, preocupamo-nos com o sistema de incentivos e o "*empowerment*" dos agricultores no processo de reforma agrária.

No capítulo 3, procedemos à análise de um modelo de BELL (2003) em contexto de reforma agrária e fazemos o resumo da literatura sobre direitos de propriedade, capital humano e *start-up costs*, uma vez que esta tese procura abordar, inovando, estas três questões. Este resumo define capital humano, e os custos de acesso a esse mesmo capital humano quer em termos gerais, quer na agricultura, dado que a nossa ideia é a de perspectivar a inter-relação entre os três conceitos, reforma agrária, capital humano e limiar de acesso, ou seja *threshold* e/ou *start-up costs*.

Abordamos nesta linha um estudo contemporâneo ao nosso, o modelo de GERBASCH e SIEMERS (2005), o qual, através da utilização da técnica dos modelos de gerações sobrepostas (OLG), permite analisar evolução dinâmica e a saída dos equilíbrios de pobreza, tendo em atenção o capital humano.

De seguida, no capítulo 4, apresentaremos os modelos de economia política de CONNING e ROBINSON (2002) e BALAND e ROBINSON (2003).

Analisemos então, de seguida, os tipos de contratos agrícolas possíveis, para nos apercebermos como a teoria económica aborda a questão dos incentivos, e assim compreendermos como as reformas agrárias têm sido analisadas até ao momento.

Tipos de contrato

A literatura sobre economia agrária é consensual quanto à forma de classificação dos contratos de exploração da terra, a saber:

a) **Contrato de parceria** - o conhecido "*sharecropping*" que significa que o dono da terra fornece o terreno e o cultivador paga-lhe o uso desse recurso escasso através da cedência de parte da produção; em suma as partes dividem, de acordo com uma regra pré-estabelecida, a produção.

b) **Contrato de arrendamento** - o arrendatário paga uma renda fixa pela exploração da terra ao senhorio.

c) **Contrato de assalariado** - o dono da terra paga um salário fixo aos trabalhadores da terra.

Existem três tipos de explicação para diferentes contratos de uso da terra, segundo ESWARAN e KOTWAL (1985):

-*Trade-off* entre partilha de risco e custos de transacção;

-Auto-selecção da diferente qualidade dos trabalhadores, o que na literatura económica se costuma designar como *screening*;

- Imperfeição no mercado de factores, para além do factor terra.

CHEUNG (1969), segundo os autores supra-citados, postulou que a vantagem do contrato de parceria seria a partilha do risco, enquanto que a vantagem dos outros dois tipos seria o custo de transacção mais baixo. A partir daqui um *trade-off* óptimo determinaria a estrutura contratual dominante.

A principal dificuldade desta abordagem é que:

1) A partilha de risco como principal vantagem da parceria não tem suporte empírico, (ESWARAN e KOTWAL(1985) citam os estudos PANT (1981), RAO (1971) e CHAO(1983))

2) Ao argumento do *trade-off* falta credibilidade, como os estudos que os autores citam demonstram (HALLAGAN (1978), NEWBERRY e STIGLITZ (1979), ALLEN (1982)). Assim é porque, no entender dos autores, não há razões à *priori* para que os custos de transacção do contrato de parceria sejam maiores do que os de contrato salarial, especialmente se neste último se incluírem os custos de supervisão (*monitoring*).

Os autores ESWARAN e KOTWAL (1985) acreditam ainda que o pressuposto de ignorância por parte dos senhorios sobre as aptidões dos arrendatários é inadequado, ou seja a hipótese de informação assimétrica não é totalmente adequada. Este facto é justificado porque existe pouca mobilidade dos agricultores, logo a informação sobre a sua capacidade e bens está disponível.

Os modelos de auto-selecção (*screening*) não explicam:

1) Porque é que diferentes tipos de contrato de exploração da terra permanecem em diferentes zonas (ex. Japão: contrato de arrendamento; Índias Orientais: contrato de parceria)

2) A mudança de estrutura contratual resultante do progresso tecnológico (Ex. Na Índia na década de 60 passou-se de contratos de arrendamento para contratos de assalariados - citado por RAO (1977, p.12). Por outro lado, com a queda do Sul dos EUA após a Guerra da Secessão passou-se de contratos de parceria para contratos de assalariados com a mecanização da agricultura - segundo DAY (1967)).

O contrato de arrendamento pode substituir a ausência ou a imperfeição de informação no mercado. Os mercados incompletos, ou ausentes podem surgir - devido ao elevado custo de imposição do contrato (*enforcement*). Os seguintes autores salientaram as seguintes causas como imperfeições de mercado dos factores:

-REID (1976) destaca a falta de aptidão técnica (*know-how*);

-BELL e ZUSMAN (1979) enumeram a falta de capacidade de gestão;

-JAYNES (1982) enuncia a escassez de crédito;

-PANT (1983) adiciona à lista de mercados de factores imperfeitos o do trabalho familiar.

Existe, no entanto, um modo de ter acesso ao mercado de factor apesar dos problemas supra-citados, que é o de oferecer ao dono do factor um contrato de auto-monitorização (*self-monitoring*), envolvendo-o deste modo no processo produtivo. O estudo citado de ESWARAN e KOTWAL (1985) salienta que o contrato de auto-monitorização não necessita de ser obrigatoriamente um contrato de parceria. Pode ser um contrato de arrendamento e o senhorio ter acesso à supervisão do arrendatário ou à supervisão dos seus animais (por exemplo, bovinos).

Porque existe então o contrato de parceria (*sharecropping*)?

Segundo REID (1977), num contrato de parceria, quer o senhorio quer o explorador da terra contribuem com recursos escassos não mercantis, em que ambos têm incentivo em se auto-monitorizar. Segundo este mesmo autor, a monitorização por um só agente faz com que diferentes contratos reflictam diferentes combinações de *inputs* não comercializáveis:

- REID (1976, 1977) torna implícita esta ideia;

- REID (1979) torna explícita essa mesma ideia.

ESWARAN e KOTWAL (1985) seguindo os estudos supra-citados de REID, abstraem-se das considerações da existência de risco para mostrarem a importância do contrato de parceria, mesmo na ausência de risco.

2.1. Modelo de ESWARAN e KOTWAL (1985) de contratos agrícolas

Estes autores explicitam as condições que lhe permitam tornar endógeno o tipo de contrato agrícola que vigorará, tendo este de ser um dos já referidos três tipos: contrato de parceria, contrato de arrendamento e contrato de assalariado.

O modelo baseia-se na ideia do uso de recursos escassos que não passam pelo mercado como factores determinantes do tipo contratual. Podemos desde logo destacar, de entre outros:

1) A capacidade de supervisão da mão-de-obra;

2) A capacidade de tomar decisões de produção baseadas no *know-how* e na informação veiculada pelo mercado.

Note-se que a capacidade de tomada de decisões é muito importante, porque a produção agrícola é muito sensível à qualidade do esforço. Por exemplo, um ligeiro erro na data de transplante ou na aplicação da mistura de fertilizantes pode ameaçar toda a colheita.

Muitas das actividades agrícolas só podem certificar-se da qualidade do esforço feito, *ex-post*, i.e. depois da colheita. Existe assim inerente a toda a actividade agrícola um problema de **risco moral** (*moral hazard*) de fingir que se trabalha *(to shirk)*, i.e. que a qualidade do esforço é elevada. Daí se retira como conclusão, que o factor trabalho em si não é um *input* efectivo, mas sim a quantidade de trabalho agregado em conjunção com o esforço de supervisão efectuado para evitar o risco moral.

2.2. Modelo de ESWARAN e KOTWAL (1986) de reforma agrária

Um dos modelos teóricos de base microeconómica de reforma agrária é o de ESWARAN e KOTWAL (1986). Os autores SADOULET e DE JANVRY (1995) apresentam uma versão simplificada deste modelo, baseando-se também em FEDER (1985) e CARTER e KALFAYAN (1987).

Nos países em vias de desenvolvimento (PVD) existem duas características comuns à actividade agrícola:

1) **acesso ao crédito limitado** pelo "colateral";

2) **risco moral** na contratação de trabalho, o que leva a que seja necessária a supervisão desse mesmo trabalho.

O modelo tem então as seguintes **hipóteses:**

A) O agregado familiar detém **um montante fixo de terra** $\overline{A}$ que pode, ser arrendado em parte e/ou obter mais de outros que lhe arrendem terras. Daqui resulta a dimensão da exploração agrícola *A,* a qual pode ser **maior,** menor ou igual a $\overline{A}$. As transacções de terra são financiadas à taxa *r.*

B) Existe um **custo fixo,** no montante de $\overline{K}$, para iniciar a operação da unidade agrícola. Estes custos fixos são todos os outros para além da terra e trabalho, nomeadamente de capital.

C) O agregado familiar detém uma **dotação total de tempo** de $E = 1$, ou seja, o número de horas está normalizado em 1, que será repartido entre:

l_i - trabalho na própria exploração (*i* de *input*);

l_o - trabalho nas outras explorações (*o* de *output*);

$s(h)$ - tempo gasto em supervisão de trabalho contratado (h);

l_e - tempo gasto em lazer.

D) As **transacções de trabalho** são feitas à taxa salarial w. O nível total de trabalho usado na exploração agrícola é de:

$$L = l_i + h .$$

E) O agregado familiar tem **acesso ao crédito,** B($\overline{A}$), que é proporcional ao nível de terras detido $\overline{A}$, que servem de garante ou colateral ao empréstimo.

F) O preço de venda do produto agrícola (p), o salário (w) e a renda (r) são exógenos e não há custos de transacção associadas à compra ou venda dos produtos e/ou factores.

G) A **função de produção é** a seguinte:

$$q = \varepsilon . f(L, A),$$

em que ε é um choque estocástico com $E(\varepsilon) = 1$, que representa a incerteza ou imprevisibilidade dos factores ambientais, i.e. variações do estado do tempo, na actividade agrícola. A função f é homogénea de grau 1.

H) Dado o facto da produção ser estocástica não se consegue obter o valor agregado de L a partir de q. Assim, a mão-de-obra assalariada (h de *hired*) tem incentivo a trabalhar menos (*"to shirk"*). No trabalho de natureza familiar não existe este problema de incentivos, porque a família é o recebedor líquido dos lucros.

Assim, a **supervisão** de trabalho assalariado tem de ser feita por trabalho familiar, para que não haja problemas de incentivos, de modo a que o trabalho supervisionado seja tão eficiente como o trabalho familiar auto-motivado.

A função de supervisão:

$$s = s(h),$$

$$\partial s / \partial h > 0;$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial h^2} > 0 .$$

especificada deste modo faz com que os custos de supervisão aumentem mais do que proporcionalmente com h, ou seja, há rendimentos decrescentes na supervisão.[5]

I) A função de **utilidade** do agregado familiar é **separável** no rendimento (y) e lazer (l_e) e é neutra ao risco. Ou seja, temos a seguinte expressão para a função de utilidade:

$$U(y,l_e) = y + u(l_e)$$

com $u' > 0$ e $\partial^2 u / \partial l_e^2 < 0$.

Assim podemos especificar o **problema do agregado familiar:**

$$\max_{A,li,lo,h,le} \left\{ p.f(L,A) + w(l_o - h) - r.(A - \overline{A}) - \overline{K} + u(l_e) \right\}$$

s.a.

$$l_i + l_o + s(h) + l_e = 1$$

$$r.A + w.(h - l_o) + \overline{K} \leq r.\overline{A} + B(\overline{A}) = B^*$$

A primeira restrição é a de afectação temporal entre as diferentes actividades, e a segunda restrição representa uma restrição de activos.[6]

Note-se que o modelo tem como uma das variáveis endógenas a área da exploração agrícola utilizada (A).

A solução do problema (que se apresenta em anexo) revela que a estratégia óptima de rendimento do agregado familiar depende da **afectação inicial de activos.** O problema tem uma solução única que é obtida pelas condições de Kuhn-Tucker. Note-se no **cálculo** da solução que $L = l_i + h$.

Com base em ROEMER (1982) este resultado torna as classes sociais determinadas endogenamente, como consequência da escolha racional, partindo de uma distribuição desigual de rendimento. As estratégias do agregado **familiar** são:

[5] Uma alternativa ao esforço de supervisão seria escrever um contrato do salário contigente no nível de produção (w como função de q).

[6] A segunda restrição (a de activos) é estática, num modelo dinâmico o crédito teria de ser re-embolsado.

QUADRO 1 - Classes sociais de acordo com dotação inicial de activos

Posição inicial dos activos	Contratar Fora	Trabalho própria exploração	Supervisão	Classe Social
B^*	l_o	l_i	$S(h)$	**Endógena**
$B^* < \overline{K}$	+	0	0	**Trabalhador sem terra**
$\overline{K} < B^* < B_1^*$	+	+	0	**Camponês**
$B_1^* < B^* < B_2^*$	0	+	0	**Exploração Familiar**
$B_2^* < B^* < B_3^*$	0	+	+	**Agricultor Rico**
$B^* \geq B_3^*$	0	0	+	**Agricultor Capitalista**

Fonte: SADOULET e DE JANVRY (1995, p. 260)

Os agregados familiares que não podem incorrer no custo fixo de iniciar a actividade agrícola $(B^* < \overline{K})$ por conta própria, iniciam a actividade agrícola como assalariados - são assim os **trabalhadores sem terra.**

Quando os activos iniciais já são maiores do que o custo fixo inicial $(B^* > \overline{K})$ então os agentes escolhem entre trabalhar para fora (l_o) e para si (l_i). São então trabalhadores agrícolas ou semi-proletários (segundo os autores), i.e. camponeses.

Assim que os activos se tornam suficientes ($B_1^* < B^* < B_2^*$) todo o trabalho familiar é absorvido pela exploração agrícola.

Os trabalhadores agrícolas "ricos" (segundo os autores) surgem quando a sua posição de activos iniciais lhe permite contratar trabalhadores para fazerem supervisão.

Com maior nível ainda de activos surgem os agricultores ditos "capitalistas" (segundo os autores) que apenas supervisionam a terra e que têm um elevado nível de *K*.

Vamos então analisar alguns **resultados do modelo:**

1) O rácio trabalho/terra $\frac{l_i + h}{A}$ é constante para a classe **trabalhador agrícola/camponês** e é estritamente decrescente com o aumento dos activos. Esta situação decorre do facto de o preço da terra ser constante, enquanto que o preço efectivo do trabalho aumenta para além de B_1^*. No caso das **explorações familiares,** aumentos dos activos iniciais B*, levam a uma redução do consumo de lazer, daí resultando num aumento do preço do trabalho por conta própria. Para os "**agricultores ricos e capitalistas**" o facto anterior é reforçado pelo facto de que o custo de trabalho efectivo aumenta à medida que os trabalhadores contratados precisam de ser supervisionados. Este custo efectivo de trabalho sobe a uma taxa crescente com o aumento do número de trabalhadores contratados.

2) O retorno esperado $\frac{q}{A}$ (ou produtividade média da terra) é constante ao longo da variação dos activos para a classe de trabalhadores agrícolas/camponeses e é estritamente decrescente quando os activos aumentam para além de B_1*. Isto explica a relação inversa entre produtividade da terra e o tamanho das explorações agrícolas, o que resulta directamente de 1) acima e da hipótese de homogeneidade de grau 1 da função de produção.

Note-se que são necessárias duas distorções para obter este resultado: um custo de transacção do trabalho (do qual resulta um preço efectivo do trabalho crescente) e uma restrição ao crédito resultante das exigências de "colateral".

Se os agentes não tivessem **restrição de crédito,** então os agricultores das grandes explorações agrícolas que usavam a terra menos eficientemente deveriam arrendar as terras menos produtivas e em excesso aos agricultores do tipo familiar e mais eficientes. Sem custos de supervisão todas as explorações usariam o mesmo rácio de factores. Se para além disso não ocorressem diferenças substanciais na restrição de crédito, então todas as explorações seriam de dimensão igual em equilíbrio.

Os autores do modelo notaram ainda que a relação inversa entre a produtividade da terra e a dimensão da exploração poderia ser invertida através do gasto de capital em técnicas que poupem o uso do factor trabalho. Não só o uso destas técnicas de poupança do uso do factor trabalho reduziriam as deseconomias de escala geradas pela necessidade de **supervisão,** mas poderiam também surgir economias de escala associadas à indivisibilidade. No entanto, tal não é incluído no modelo original de ESWARAN e KOTWAL (1986). Uma especificação correcta do modelo com reversão da produtividade média da terra face à área explorada implicaria a introdução de custos de transacção favoráveis às grandes explorações, tais como acesso privilegiado ao crédito, custos fixos na transacção de terras, ou melhorias tecnológicas enviesadas para as grandes explorações.

Anexo: Formalização do modelo de ESWARAN e KOTWAL (1986)

Escreve-se o Lagrangeano do problema e utilizam-se as condições de Kuhn-Tucker para obter as condições de primeira ordem para um máximo:

$$L = p.f\left[\left(l_i + h\right), A\right] + w\left(l_o, h\right) - r(A - \bar{A}) - \bar{K} + u(l_e) + \lambda_1.\left[1 - l_i - l_o - s(h) - l_e\right]$$
$$+ \lambda_2.\left[B^* - r.A - w(h - l_o) - \overline{K}\right]$$

Assim as condições de primeira ordem são:

$$\frac{\partial L}{\partial A} = p.f'_A - r - \lambda_2.r \leq 0; \qquad A \geq 0; \qquad \frac{\partial L}{\partial A}.A = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_i} = p.f'_{l_i} - \lambda_1 \leq 0; \qquad l_i \geq 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial l_i}.l_i = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_o} = w'_{l_o} - \lambda_1 - \lambda_2.w \leq 0; \qquad l_o \geq 0; \qquad \frac{\partial L}{\partial l_o}.l_o = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial h} = p.f'_h + w'_h - \lambda_1.s'_h - \lambda_2.w \leq 0; \qquad h \geq 0; \qquad \frac{\partial L}{\partial h}.h = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_e} = u'_{l_e} - \lambda_1 \leq 0; \qquad l_e \geq 0; \qquad \frac{\partial L}{\partial l_e}.l_e = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 1 - l_i - l_o - s(h) - l_e = 0; \qquad \lambda_1 \text{ livre}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = B^* - r.A - w\left(h - l_o\right) - \overline{K} \geq 0; \qquad \lambda_2 \geq 0; \qquad \lambda_2.\left[B^* - r.A - w\left(h - l_o\right) - \overline{K}\right] = 0$$

O facto de incluirmos as condições de máximo, as de não negatividade e as de complementaridade, tem a ver com o facto de o quadro da página 56, a tipologia do trabalhador ser gerada exactamente por algumas das soluções de canto de Khun-Tucker.

Vejamos apenas um dos casos ilustrativos, do quadro 1, da página 56, o do trabalhador sem terra. A supervisão é nula ($s(h)=0$), não trabalha para si ($l_i=0$), e apenas trabalha para fora ($l_o>0$) e também procura ter lazer ($l_e>0$).

Para além disso, não possui terra (A=0), daí temos:

$$\frac{\partial L}{\partial A}=p.f'_A-r-\lambda_2.r<0; \qquad A=0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_i}=p.f'_{l_i}-\lambda_1<0; \qquad l_i=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_o}=w'_{l_o}-\lambda_1-\lambda_2.w=0; \qquad l_o>0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial h}=p.f'_h+w'_h-\lambda_1.s'_h-\lambda_2.w<0; \qquad h=0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_e}=u'_{l_e}-\lambda_1=0; \qquad l_e>0;$$

$$1=l_o+l_e$$

$$B^*<\overline{K}; \qquad \lambda_2=0;$$

Assim ficaremos com a nossa solução implícita:

$$p.f'_A<r; \qquad A=0;$$

$$p.f'_{l_i}<u'_{l_e}; \qquad l_i=0$$

$$w'_{l_o}=\lambda_1=u'_{l_e}; \qquad l_o>0;$$

$$p.f'_h<w'_h; \qquad h=0;$$

$$1=l_o+l_e$$

$$B^*<\overline{K}; \qquad \lambda_2=0;$$

De notar que λ_1 representa a utilidade marginal do lazer e o custo marginal do trabalho fora.

Para obter uma solução analítica (explícita) para a expressão das variáveis seria necessário especificar a função de produção e função de utilidade a usar.

Note-se que seria possível escrever uma equação que representasse o óptimo do consumidor/trabalhador que pondera o rácio dos ganhos marginais salariais face ao lazer contra o esforço marginal de supervisão e o rácio de produtividade marginais do trabalho próprio (l_i) e contratado (h) na exploração. Para os outros casos o procedimento é o mesmo.

2.3. A perspectiva de BANERJEE (1999)

Segundo BANERJEE (1999), no seu "Prospects and Strategies for Land Reform" [7] uma reforma agrária redistributiva pode promover simultaneamente equidade e eficiência, o que vem responder directamente à motivação levantada por nós no início desta tese - compreender o *trade-off* eficiência e equidade nos mercados rurais dos países em vias de desenvolvimento. BANERJEE (1999) define uma reforma agrária redistributiva, em sentido estrito, como uma redistribuição exclusiva de terras dos agentes mais ricos para os agentes rurais mais pobres.

A implementação desta reforma agrária seria feita através de um **tecto limite** à dimensão da terra, que poderia ser excedido se os proprietários das terras estivessem dispostos a pagar um preço suficientemente elevado. Aos novos donos da terra redistribuída deveria ser permitido o arrendamento da terra. A venda da terra redistribuída, embora devesse ser restringida, não deveria ser banida: as vendas deveriam ser permitidas, desde que não se excedesse o tecto limite da dimensão da terra, e dever-se-ia empossar um organismo governamental responsável por comprar a terra de volta àqueles que tinham necessidade urgente de a vender.

BANERJEE (1999) defende ainda que os programas de reforma agrária deveriam ser acompanhados por programas de extensão rural (isto é assistência técnica prestada aos agricultores) e pacotes de apoio directo e de emergência ao rendimento dos agricultores. Quando a reforma agrária tradicional (no sentido de BANERJEE, a reforma agrária, tal como nós a definimos, na Caixa 1) não é possível, porque os mecanismos coercivos não funcionam, então pode optar-se por reformas agrárias apoiadas pelo mercado (*market assisted land reform*) ou por reformas do sistema de exploração da terra (*tenancy*). No entanto, estas duas últimas vertentes embora mais facilmente implementáveis na opinião do autor, têm desvantagens maiores. BANERJEE (1999, p.16) conclui que as reformas agrárias, tal como nós as definimos, ou seja, as reformas agrárias coercivas e redistributivas têm uma série de vantagens: por um lado, são mais extensivas, por outro, terão menores custos de

---

[7] Agradeço a Abhijit BANNERJEE a cedência deste artigo.

implementação e, adicionalmente, terão um efeito maior na produtividade. No entanto, a implementação acaba por ser, na maior parte das vezes, a restrição mais activa, o que implica em certos casos que as reformas agrárias apoiadas pelo mercado (*market assisted land reform)* e a reformas do sistema de exploração da terra *(tenancy)* sejam as que produzem melhores resultados económicos, entenda-se melhor produtividade.

Segundo BANERJEE (1999), à estratégia de acompanhar a reforma agrária com programas de assistência técnica e de apoio directo de emergência ao rendimento do agricultor, aumentando a participação directa do agricultor no processo de decisão, chama-se o *empowerment* do agricultor. Estas estratégias de *empowerment*, limitam a necessidade de venda das terras, aumentam a capacidade do agricultor tomar riscos, e melhoram o poder negocial desse mesmo agricultor, de modo a permanecer como proprietário da terra.

Ainda segundo BANERJEE (1999), o limite ou tecto máximo à dimensão das terras a vender, não deve restringir a escolha do tipo de culturas ou decisões sobre o cultivo ou não da terra. Deve-se optar por evitar manter, ou re-introduzir impostos, especialmente associados aos *inputs* agrícolas, durante os processos de reforma agrária. Idealmente quanto mais célere for o processo melhor, mesmo que se venha a re-introduzir as distorções referidas - os impostos sobre os factores produtivos.

2.4. Modelo de BANERJEE, GERTLER e GHATAK (2002) de *empowerment*

Este modelo de BANERJEE et al. (2002) analisa as leis de arrendamento agrícolas (*tenancy*) que garantem maiores incentivos aos arrendatários agrícolas, regulando o montante ou fracção de *output* que têm de pagar de renda ao senhorio. Teoricamente, o efeito líquido da reforma do contrato de arrendamento (*tenancy*) é resultante de dois efeitos: um efeito de poder de negociação (*bargaining power effect*) que tende a melhorar a fracção da colheita do arrendatário, e logo, melhora os incentivos em geral, e um outro efeito: o de segurança ou de manutenção da exploração (*security of tenure*), que tende a encorajar os investimentos do arrendatário no terreno, mas que, por outro lado, tende também a eliminar as possibilidades de ameaça de expulsão da terra feitas pelo senhorio. Os autores fazem também uma análise empírica da operação Barga, que aumentou a segurança dos contratos de arrendamento nos anos 70 no estado de Bengala (Oeste) na Índia, e concluem que esta reforma de arrendamento, tal como previsto pelo seu modelo, levou a melhorias da produtividade agrícola. O efeito de *empowerment* do arrendatário é o resultante ganho de poder negocial, dada a natureza do contrato agrícola.

BANDIERA (2002) baseou-se neste modelo de BANERJEE et al. (2002), como ponto de partida para a sua extensão ao caso da reforma agrária. Vejamos então o modelo de BANDIERA (2002). Abstraímo-nos, aqui de apresentar a formalização de BANERJEE et al. (2002), uma vez que esta também está contida na análise subsequente de BANDIERA (2002). Nomeadamente, na relação de agência definida entre agricultor (A) e senhorio (S), defrontando este agricultor as restrições de incentivos (*incentive constraint* - IC) e de responsabilidade limitada (*limited liability constraint* - LLC).

2.5. Modelo de BANDIERA (2002) de reforma agrária

2.5.1. Introdução ao modelo

A afectação dos direitos de propriedade tem um forte impacto na produtividade e crescimento quando, por causa da informação privada, da complexidade ou problemas de implementação (*enforcement*), os contratos conduzem a resultados ineficientes.

O padrão da propriedade da terra leva a que os terrenos sejam cultivados ou arrendados, uma vez que a maior parte das tarefas agrícolas é não contratual e determinam a produtividade agrícola.

A evidência dos contratos de arrendamento ("*tenancy*") segundo os autores citados pela autora [SHABAN (1987); BANNERJEE, GERTLER e GHATAK (2002)] sugere que a informação assimétrica pode reduzir consideravelmente a produtividade.

Sendo a agricultura a principal fonte de rendimento para os países em vias de desenvolvimento, a definição do modo como o sistema económico opera a distribuição das terras e desta maneira afecta a produtividade é crucial para se esboçarem políticas de combate à pobreza.

Ainda segundo BANDIERA (2002) o objectivo do seu modelo é o de avaliar como é que a distribuição da terra afecta a sua produtividade, nomeadamente através da escolha de técnicas de produção.

O seu principal objectivo foi o de estudar como é que a escolha de técnicas contratuais, tais como a irrigação e a combinação de colheitas, depende de facto do proprietário (dono) da terra cultivar a sua própria parcela. Em princípio, como as técnicas são contratuais, segundo a autora, o proprietário deveria estar apto a escolher a técnica óptima independentemente de quem cultiva a terra.

No entanto, na prática, a rentabilidade de uma dada técnica pode depender de outros *inputs* não contratuais e, logo, da distribuição da terra.

BANDIERA (2002) procedeu ainda a uma análise empírica da escolha de culturas por parte dos agricultores nicaraguenses. Concluiu que os agricultores têm maior probabilidade de plantar uma árvore em parcelas próprias do que em parcelas que arrendem.[8] A amostra segundo a autora foi obtida para agricultores que cultivam ambos a terra em terrenos seus e alugados e também para uma *cross-section* de puros rendeiros e puros proprietários.

BANDIERA (2002) no seu estudo pergunta: "Pode a informação assimétrica dar uma explicação consistente para a evidência empírica?"

Intuitivamente a autora argumenta que por causa do **risco moral** os agricultores escolhem um nível de esforço menor, ou seja, técnicas menos "esforço-intensivas" nas parcelas alugadas.

Qualificando este argumento:

Primeiro, como as técnicas são contratuais podem ser escolhidas pelo dono da terra, independentemente de a cultivar directamente ou não. Ou seja, o facto de os rendeiros defrontarem diferentes incentivos não tem consequências porque em última instância quem decide as técnicas de produção é o dono da terra.

Em segundo lugar, como os agricultores que cultivam a sua própria terra necessitam de pedir emprestado para financiar o cultivo, surge o problema do **risco moral** independentemente da estrutura de propriedade. Ou seja, o agricultor quando é contratado para cultivar a terra defronta um problema de risco moral face ao senhorio; quando o agricultor detém a terra, ainda segundo a autora, e pede

[8] A meu ver esta relação deve-se ao facto de um investimento numa árvore ser um investimento de longo prazo e os contratos de arrendamento serem de curto prazo.

emprestado para financiar o cultivo, defronta também um problema de risco moral face ao agente que lhe empresta os fundos.

De facto um agricultor proprietário que se endivida para cultivar a terra face à produção futura pode querer exercer um nível óptimo de esforço na produção menor, se ao fazer isto reduz o valor esperado do reembolso.

BANDIERA (2002) desenvolve dois modelos nos quais a distribuição de terras determina a escolha de esforço não contratual e técnicas de produção contratuais.

De acordo com BANDIERA (2002), a evidência empírica de ambos os modelos prevê que a posse da terra pelos agricultores leve a uma escolha de *inputs* contratuais mais eficientes, se estes forem complementares na produção.

No entanto a fonte de ineficiência difere.

No **primeiro modelo** da autora, o agricultor está sujeito a **responsabilidade limitada.** A ineficiência surge porque a responsabilidade limitada assume-se como um limite superior ao "castigo" que o senhorio ou o financiador pode impor ao agricultor. Daqui decorre que a provisão de esforço seja custosa.

A distribuição de direitos de propriedade determina o *pay-off* de disputa *ex-ante* do agricultor, logo também determina a estrutura do contrato óptimo e o nível implícito de incentivos, o que, por sua vez, segundo a autora, dará origem à escolha do esforço e das técnicas de produção.

No **segundo modelo** a ineficiência resulta do facto de as partes não conseguirem comprometer-se a escrever contratos que sejam contingentes na produção. Assim neste contexto o dono da terra tem, segundo a autora, sempre incentivos a expropriar o investimento da outra parte contratual. Daqui resultam fracos incentivos quando o senhorio detém a terra ou numa restrição de crédito quando o agricultor detém a terra.

Ambas as teorias prevêem quando o agricultor é dono da terra que se atinja o "*first best*" (óptimo livre) e que, ainda segundo a autora, a estrutura de propriedade faça pouca diferença quando os agricultores são pobres.

No entanto os dois modelos têm previsões diferentes para a relação entre a escolha de técnicas e a riqueza dos agricultores.

De facto se a ineficiência for resultante da responsabilidade limitada, a riqueza do agricultor determina o custo de provisão de incentivos, e assim afecta, segundo a autora, a escolha das técnicas quer quando o agricultor possui a terra, quer quando a arrenda.

Ao invés, se a ineficiência for resultante da incapacidade de se comprometer num contrato (*to commit*) a riqueza do agricultor determina as condições de empréstimo e assim, segundo a autora, determina a escolha da técnica quando o agricultor é proprietário, mas não tem consequências quando o senhorio é dono da terra. Isto porque o senhorio é incapaz de se comprometer com rendeiros ricos ou pobres.

A análise empírica de BANDIERA (2002) da escolha de colheitas, através de uma amostra de agricultores da Nicarágua, que, ou detêm, ou arrendam a terra, revela que a riqueza é um determinante significativo na combinação de colheitas, apenas quando o agricultor é detentor da parcela a explorar. A evidência *cross-section* sugere que a ineficiência não deriva da responsabilidade limitada, enquanto que é consistente com as previsões do modelo de *committment* imperfeito.

2.5.2. Contexto do modelo de BANDIERA (2002)

BANDIERA (2002) considera dois agentes económicos: um senhorio (S) e um agricultor (A). Para simplificar, a autora considera que apenas o agricultor pode cultivar a terra. Adicionalmente, considera as hipóteses de que o senhorio é sempre mais rico do que o agricultor, que ambos os agentes são neutros face ao risco, e os direitos de propriedade estão bem definidos e podem ser atribuídos quer ao senhorio (S) quer ao agricultor (A).

BANDIERA (2002) explica que os direitos de propriedade bem definidos significa que o dono tem controlo total sobre o activo, ou seja, pode vendê-lo, deixá-lo como herança, pode penhorá-lo.

No caso de BANDIERA (2002) não são analisados casos intermédios, como a propriedade conjunta do activo como a atribuição de direitos parciais (por exemplo: o direito de cultivar mas não de vender).

Quando o senhorio (S) detém a terra, contrata o agricultor (A) para a cultivar. Quando o agricultor (A) detém a posse da terra, pede capital emprestado ao senhorio (S), caso seja necessário.

Existem, por simplificação de BANDIERA (2002), dois estados da natureza:

- bom – que denotamos por g de *good*;

- mau – que denotamos por b de *bad*.

Existe, para simplificar, um contínuo de técnicas indexado pelo parâmetro *t*. Ambos os *outputs*, quer no estado bom ou mau da natureza, e os custos de produção são crescentes em *t*.

A probabilidade de um bom estado da natureza (*g*) depende do esforço (*e*) não contratual que o agricultor (*A*) dedica ao cultivo.

Por hipótese: $e \in \left[\underline{e}, \bar{e}\right]$.

Em particular a produção depende do esforço, do estado da natureza e da escolha da técnica de produção da seguinte maneira:

(i) A produção é *g(t)* no estado bom e *b(t)* no estado mau, obedecendo à seguinte regra: $g(t) > b(t), g' > 0, b' > 0, \forall t$.

(ii) O estado bom da natureza ocorre com probabilidade *p*(*e*), obedecendo à seguinte regra: $p \in (0,1), p' > 0, \dfrac{d^2 p}{de^2} < 0$.

Note-se que segundo BANDIERA (2002) i) e ii) implicam que o esforço (*e*) e a técnica (*t*) são complementares na produção.

Os custos são os seguintes:

(iii) A técnica *t* custa *t*.

(iv) O esforço gera desutilidade *d(e)* para o agricultor (*A*), onde $\dfrac{\partial d(e)}{\partial e} > 0$ e $\dfrac{\partial^2 d(e)}{\partial e^2} \geq 0$[9].

A escolha de *t* é assumida como específica à parcela de terra.

Assim sendo, esta análise aplica-se a problemas de escolha de combinação de culturas, que é o foco de análise empírica da autora, mas também a análise da escolha de esquemas de irrigação, sistemas de drenagem e do nível de mecanização.

A análise não se aplica a técnicas susceptíveis de não serem controladas, como por exemplo, manutenção ou investimentos que são facilmente transferíveis, tais como a compra de tractores ou de ferramentas.

---

[9] Na verdade em rigor é uma derivada total (pois depende apenas de 1 variável) mas dada a notação da desutilidade ser *d*(*e*) a primeira derivada seria $\dfrac{d(d(e))}{de} > 0$ o que seria confuso e por isso se usou a notação da derivada parcial para essa função *d*(*e*).

Sem perda de generalidade a autora assume que o senhorio (*S*) paga *t* e que fica com todo o *output*, e que depois transfere c_g, c_b para o agricultor (*A*), respectivamente no estado bom e mau da natureza.

Consoante a sua riqueza o agricultor (A) pode ter a necessidade, antes de se dedicar à produção, de pedir emprestado ao senhorio (S) o montante *t* para financiar a aquisição dessa técnica.

As utilidades do agricultor (*A*) e do senhorio (*S*) são respectivamente:

$$U_A = p(e).[c_g] + [1 - p(e)].[c_b] - d(e)$$

$$U_S = p(e).[g(t) - c_g] + [1 - p(e)].[b(t) - c_b] - t$$

Note-se que se trata da utilidade esperada do estado bom e mau da natureza e que ambos os agentes são neutros face ao risco (como especificámos logo na hipótese inicial).

Como o esforço (*e*) é não contratual, o agricultor (A) escolherá *e* de modo a maximizar U_A, o que dá origem à **restrição de compatibilidade de incentivos**:

$$c_g - c_b = q(e) = \frac{\partial d(e) / \partial e}{p'(e)}$$

Demonstração:

Partindo da expressão da utilidade, derivando em ordem ao esforço, considerada a variável que o agricultor (*A*) controla:

$$\frac{dU_A}{de} = 0 \Leftrightarrow p'(e).c_g - p'(e).c_b - \frac{\partial d(e)}{\partial e} = 0$$

Pondo em evidência *p'(e)* : $p'(e).[c_g - c_b] = \frac{\partial d(e)}{\partial e}$; temos de imediato a expressão acima:

$c_g - c_b = \frac{\partial d(e) / \partial e}{p'(e)} = q(e)$, se definirmos q(e) deste modo. QED. □

Assuma-se que quando os contratos são assinados, o senhorio (S) tem todo o poder de negociação, independentemente da distribuição dos direitos de propriedade. Ou seja, segundo a autora sem perda de generalidade, esta é uma hipótese adequada quando a terra e o crédito são escassos e o trabalho é abundante (tal como se verifica na maioria dos países em vias de desenvolvimento (PVD)).

A utilidade de reserva do agricultor é u_1 se detém a terra e u_2 se não detém a terra.

Por hipótese $u_1 \geq u_2$, ou seja, se o agricultor não produzisse estaria melhor com a terra do que sem ela.

Se houver disputa entre o agricultor (A) e senhorio (S) quanto à distribuição de *pay-offs*, isto é se A e S não chegarem a acordo, e se o agricultor (A) for dono da terra, então A pode cultivá-la com base nos seus próprios recursos financeiros, se o agricultor não for dono da terra tem de procurar emprego noutro lado.

A hipótese reflecte, segundo a autora, o facto de o poder negocial (de disputa) do proprietário-cultivador *versus* financiador ser maior do que o poder negocial agricultor-rendeiro *versus* senhorio.

Subsequentemente a autora compara a escolha das técnicas segundo dois modos alternativos de direitos de propriedade. Apresenta dois argumentos para justificar porque é que a distribuição dos direitos de propriedade pode afectar a escolha do esforço e das técnicas.

Ambas as teorias da autora prevêem que, para dados intervalos de parâmetros, a escolha da técnica (t) e do esforço (e) são ineficientes; dependendo essa ineficiência da distribuição dos direitos de propriedade da terra.

O modelo da secção seguinte é uma extensão, segundo a autora, dos de MOOKHERJEE (1997) e BANERJEE et al. (2002), no qual procurou analisar a escolha da técnica de cultivo.

A autora avança a hipótese que o senhorio (S) e o agricultor (A) conseguem comprometer-se num contrato e que o agricultor está sujeito à restrição de responsabilidade limitada.

A ineficiência surge do facto da responsabilidade limitada impor um tecto máximo ao "castigo" que o senhorio (S) pode impor ao agricultor (A) o que torna o fornecimento de incentivos custoso.

A distribuição dos direitos de propriedade determina o *pay-off ex-ante* à disputa do agricultor, daqui resultando o nível de **restrição de participação.**

Deste modo obtém-se a estrutura óptima de contrato e o nível implícito de incentivos, que por sua vez determina o esforço (e) e a técnica (t).

O modelo da subsecção seguinte assume que as partes não conseguem escrever um contrato contingente no nível de produção. Neste caso, a distribuição dos direitos de propriedade determina o *pay-off* de disputa do agricultor *ex-post*.

De facto, como tanto o esforço (e) não contratual como os investimentos susceptíveis de serem escritos num contrato são específicos aos activos e a propriedade garante controle pleno sobre o activo, o dono tem sempre incentivo a expropriar a outra parte. Entenda-se isto que quando o senhorio (S) é dono da terra este pode expropriar o investimento em esforço (e) do agricultor (A). Se por outro lado o agricultor (A) é dono da terra e pede emprestado a S, este último quererá expropriar os retornos do investimento contratado.

A subsecção seguinte (abaixo) mostra o caso padrão (modelo de *benchmark*) com responsabilidade ilimitada e compromisso total e credível. Neste caso o "*first-best*" pode ser atingido independentemente da distribuição dos direitos de propriedade. O resultado surge do facto de, segundo a autora, na ausência de outras restrições, o risco moral causado pela não contratualidade do esforço (e) poder ser resolvido por um contrato de compatibilidade de incentivos adequado.

2.5.3. Solução padrão. Modelo de *benchmark*: responsabilidade ilimitada, compromisso total e credível

O valor esperado total deste caso é: $W = p(e).g(t) + [1 - p(e)].b(t) - t - d(e)$.

Como o senhorio (S) tem todo o poder negocial, este escolhe (e,t, c_b) para maximizar a sua utilidade sujeito às restrições:

- restrição de compatibilidade de incentivos;
- restrição de racionalidade individual.

A solução do modelo será e^*, t^* obedecendo às condições de primeira ordem (c.p.o.):

$$p'(e).[g(t^*) - b(t^*)] - \frac{\partial d(e^*)}{\partial e} = 0. \quad (FB\ e)$$

$$p(e^*).\left[g'(t^*) - \frac{\partial b(t^*)}{\partial t}\right] + \frac{\partial b(t^*)}{\partial t} - 1 = 0. \quad (FB\ t)$$

Como o valor esperado total é:

$$W = p(e).g(t) + [1 - p(e)].b(t) - t - d(e)$$

em que se substitui e, t pelos níveis de "*first best*" e^* e t^*.

Resolução para obtenção do *first best*:

A expressão de bem-estar total é: $W = p(e).g(t) + [1 - p(e)].b(t) - t - d(e)$.

O nosso problema será:

$$\max_{e,t,c_b} S = p(e).[g(t) - b(t)] - p(e).q(e) + b(t) - c_b - t + \lambda.[p(e).q(e) + c_b - d(e) - u_i]$$

A primeira parte corresponde à utilidade esperada de acordo com o bom e mau estado da natureza substituindo na expressão a **restrição de compatibilidade de incentivos** do agricultor (*A*) (de onde resultou *q(e)*) e na parte final da expressão (a multiplicar por λ) considera-se a restrição de racionalidade do agricultor (A), o agricultor tem de ter uma utilidade superior à sua utilidade de reserva u_i.

[Nota a expressão acima pode ser obtida substituindo $q(e) = c_g - c_b$.]

Resolvendo então a expressão, obtemos:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - p'(e).q(e) - p(e).q'(e) + \lambda.\left[p'(e).q(e) + p(e).q'(e) - \frac{\partial d(e)}{\partial e}\right] = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = p(e).[g'(t) - b'(t)] + b'(t) - 1 = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial c_b} = -1 + \lambda = 0$$

Sabendo que $q(e) = \dfrac{\partial d(e)/\partial e}{p'(e)}$ podemos substituir na primeira expressão o termo *q(e)* e simplificando ficamos com:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - p'(e).\frac{\partial d/\partial e}{p'(e)} - p(e).q'(e) + \lambda.\left[p'(e).\frac{\partial d/\partial e}{p'(e)} + p(e).q'(e) - \frac{\partial d(e)}{\partial e}\right] = 0$$

Simplificando ainda mais, ou seja eliminando os termos *p´(e)* :

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - \frac{\partial d(e)}{\partial e} - p(e).q'(e) + \lambda.\left[\frac{\partial d(e)}{\partial e} + p(e).q'(e) - \frac{\partial d(e)}{\partial e}\right] = 0$$

Observando que ainda se pode simplificar mais o último termo em parêntesis recto:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - \frac{\partial d(e)}{\partial e} - p(e).q'(e) + \lambda.[p(e).q'(e)] = 0$$

Agrupando os termos em $p(e).q'(e)$ finalmente obtemos:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - \frac{\partial d(e)}{\partial e} - (1-\lambda).[p(e).q'(e)] = 0$$

E conjuntamente com as outras equações do sistema temos:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = p(e).[g'(t) - b'(t)] + b'(t) - 1 = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial c_b} = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

Ora se $\lambda = 1$, então substituindo na primeira equação simplificada obtemos:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t) - b(t)] - \frac{\partial d(e)}{\partial e} = 0$$

Ou seja, rearranjando os termos desta última equação ficamos com a solução de *first best*:

$$g(t^*) - b(t^*) = \frac{\partial d / \partial e}{p'(e)} = q(e)$$

Como a **restrição de racionalidade** do agricultor vem saturada ($\lambda = 1$) então podemos dizer que a receita do agricultor recebe quando ocorre o mau estado da natureza é:

$c_b = u_i + d(e^*) - p(e^*).q(e^*)$. QED. □

Intuitivamente o senhorio (*S*) pode induzir níveis de *first best* de esforço criando uma diferença suficientemente grande entre o que o agricultor recebe no bom e no mau estado da natureza, e extrair excedente com uma transferência *lump-sum*.

Como o nível de esforço de *first best* é escolhido ($e = e^*$) então também a técnica de ($t = t^*$) de *first best* também será a escolhida.

Note-se que a única diferença entre modos de produção é que o agricultor (A) recebe uma fracção do excedente se o seu *pay-off* de disputa for maior quando este é proprietário da terra.

Como se argumentou acima, o senhorio (S) tem todo o poder negocial sob o qual ambas as estruturas de propriedade são irrelevantes para a escolha de *(e,t)*. Se o agricultor (A) tivesse maior poder negocial, a escolha de *(e,t)* seria a mesma, embora a distribuição de excedente fosse diferente.

O agricultor está sujeito a uma restrição de responsabilidade limitada:

$$c_b + w \geq s$$

onde *w* é a riqueza do agricultor (*A*) e *s* é o seu consumo de subsistência.

De modo a existirem incentivos ao esforço não contratual, a parcela de rendimento a que o agricultor tem direito no estado bom da natureza tem de ser superior à do estado mau ($c_g \geq c_b$).

O problema da secção anterior do modelo de *benchmark*, com a **restrição** adicional **de responsabilidade limitada** ao qual está associado o multiplicador θ, e o multiplicador λ está associado à **restrição de racionalidade individual**.

As condições de primeira ordem são (c.p.o.):

$$p'(e).[g(t)-b(t)] - \frac{\partial d}{\partial e} - [1-\lambda].[p(e).q'(e)] = 0$$

$$p(e).[g'(t)-b'(t)] + b'(t) - 1 = 0$$

$$\lambda + \theta = 1$$

Demonstração das condições de primeira ordem:

Assume-se que o senhorio (*S*) tem todo o poder negocial e que paga por *t*.

O problema formal deste senhorio é então:

$$\underset{c_g, c_b, t}{Max} U_S = p(e).[g(t) - c_g] + [1 - p(e)].[b(t) - c_b] - t$$

$$p'(e).[c_g - c_b] - \frac{\partial d}{\partial e} = 0 \text{ (restrição de incentivos)}$$

$$p(e).c_g + [1 - p(e)].c_b - d(e) \geq u \text{ (restrição de racionalidade individual)}$$

$$c_b + w - s \geq 0 \quad \text{(restrição de responsabilidade limitada)}$$

Substituindo a **restrição de incentivos** na função objectivo e escrevendo a função Lagrangeana das duas outras restrições ficamos com:

$$\underset{e,t,c_b}{Max} S = p(e).[g(t)-b(t)] + p(e).q(e) + b(t) - c_b - t + \lambda.[p(e).q(e) + c_b - d(e) - u_i] + \theta.[c_b + w - s]$$

As condições de primeira ordem (c.p.o.) são:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = p'(e).[g(t)-b(t)] + \frac{\partial d}{\partial e} - [1-\lambda].p(e).q(e) = 0$$

Tal como tínhamos visto para o modelo de *benchmark* (após algumas simplificações).

Temos ainda de igual modo como no modelo de *benchmark*:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = p(e).[g'(t) - b'(t)] + b'(t) - 1 = 0$$

Por fim, a última condição que difere do modelo de *benchmark* exactamente porque temos duas restrições (a nova de responsabilidade limitada associada a θ):

$\frac{\partial S}{\partial c_b} = \lambda + \theta - 1 = 0$. E assim se obtêm as condições de primeira ordem supra-citadas. QED. □

A autora demonstra que devido à **restrição de responsabilidade limitada**, o *first best* apenas pode ser alcançado somente se a riqueza do agricultor (*A*) for suficientemente elevada.

Ou seja, então temos a seguinte restrição:

$w + u_t > p(e^*).q(e^*) - d(e^*) + s$

Senão a restrição de responsabilidade limitada fica saturada e quer o esforço (*e*) quer a técnica (*t*) são mais baixos que o "*first best*".

Resultado 1 de BANDIERA (2002):

Independentemente da distribuição dos direitos de propriedade, a escolha do esforço (*e*) e da técnica (*t*) de produção depende da riqueza do agricultor. Se o agricultor fosse pobre ambas as culturas seriam ineficientes.

2.6. Modelo de FAFCHAMPS (2001) de mercado das terras

2.6.1. Modelo neoclássico de afectação intra-agregado familiar.

O agregado familiar tem *N* agentes, cada um dos quais com dotação total de tempo T_i, terra A_i e eficiência de trabalho e_i, que representa a escolaridade, as capacidades e a experiência.

Sem perda de generalidade, o autor argumenta que A_i pode ser visto como um vector de qualidades da terra e de activos produtivos, incluindo equipamento de exploração agrícola, gado e "*working capital*".

Inicialmente a dotação de terras e a afectação dos indivíduos nos agregados familiares é exógena.

Ignoram-se os elementos não produtivos do agregado familiar.

A escolha dos indivíduos de um agregado familiar é a de afectar o tempo por conta própria, para outros membros do agregado familiar e de lazer. Os agentes escolhem como gastar o seu rendimento (excluindo-se o paternalismo - *i.e.* alguém ditar o padrão de escolha de um agente). As despesas de consumo individual são financiadas através do rendimento obtido a partir da produção própria, salário e transferências de e para os outros membros do agregado familiar.

Para simplificar, o autor inicia o estudo com ausência de mercado de factores. Esta hipótese é abandonada mais tarde.

Formalmente o problema do agente que pertence ao agregado familiar é do tipo:

$$\underset{c_i, L_{ij}, g_{ij}}{Max}\ U_i(c_i) + V^i\left(T_i - \sum_j L_{ij}\right)$$

s.a. uma restrição orçamental:

$$p.c_i = F\left(A_i, \sum_j e_i.L_{ji}\right) + \sum_j g_{ji} + \sum_j g_{ij}$$

bem como as restrições de não negatividade $L_{ij} \geq 0$ e ainda $g_{ij} \geq 0$. A variável c_i representa o consumo (também possivelmente um vector), L_{ij} é o tempo de trabalho do indivíduo *i* no rendimento do indivíduo *j*. A utilidade assumida é não altruística e é separável nos bens e no lazer.

As preferências podem variar entre os indivíduos, mas todos têm acesso à mesma tecnologia, logo à mesma função de produção *F(.)*, que depende do tempo total efectivo $\sum_j e_i.L_{ji}$ e da terra A_i. O lazer l_i é igual ao tempo total T_i menos o trabalho total $\sum_j L_{ji}$. Na decisão do nível de consumo e de trabalho individuais óptimos os indivíduos tomam as transferências dos outros para si como exógenas (L_{ij} e g_{ij}).

As condições de primeira ordem resultam em:

$$\frac{\partial U^i}{\partial c_i} = \lambda_i.p$$

$$\frac{\partial V^i}{\partial l_i} = \lambda_i.e_i.\frac{\partial F}{\partial L_i}$$

onde $L_i = \sum_j L_{ij}$, e λ_i é o multiplicador de Lagrange associado à restrição orçamental e mede a utilidade marginal do rendimento.

As transferências voluntárias de trabalho e de dinheiro (numerário) são contra o interesse individual do agente, pois fazem baixar o nível de consumo. Logo, em equilíbrio, $L_{ij} = 0$ e $g_{ij} = 0$, para todos os $i \neq j$.

Num mundo de indivíduos isolados a eficiência na produção não é atingida. Indivíduos com poucas terras (baixo A_i) e logo, baixos retornos do trabalho, estariam melhores se trocassem trabalho por consumo com indivíduos mais bem dotados, e que beneficiariam de contratar alguém para trabalhar nas suas terras. A ausência de mercados leva a que decisões de produção sejam não só uma decisão dos activos individuais, mas também dos gostos $U'(.)$ e $V'(.)$ e da eficiência individual de trabalho e_i. Este resultado vem dos autores SINGH, SQUIRE e STRAUSS (1986) e também de DE JANVRY, FAFCHAMPS e SADOULET (1991) com a análise dos modelos de agregados familiares unitários com mercados incompletos.

Suponha-se agora, segundo o autor, que passa a existir um mercado completo para o factor trabalho, onde os indivíduos podem negociar livremente à taxa w por unidade efectiva de trabalho.

A produção e as escolhas de consumo dos indivíduos, que trabalham independentemente são:

$$\underset{c_i, L_{ij}, g_{ij}}{Max}\ U_i(c_i) + V^i\left(T_i - \sum_j L_{ij}\right)$$

sujeito à restrição orçamental:

$$p.c_i = F\left(A_i, \sum_j e_i.L_{ji}\right) + \sum_j w.e_i.L_{ij} - \sum_j w.e_i.L_{ji}$$

assim como as restrições usuais de não negatividade $L_{ij} \geq 0$.

Assim obtém-se as condições usuais de primeira ordem:

$$w = \frac{\partial F(A_i, L)}{\partial L_i}.$$

O uso de trabalho e de *output* já não dependem das preferências individuais e da eficiência de trabalho, mas são uma função das dotações individuais da terra A_i.

A taxa de salário leva ao equilíbrio do mercado de trabalho. O fluxo factor trabalho é originário de indivíduos pobres em recursos para indivíduos ricos em recursos. Todos os agentes estão pelo menos tão bem como antes e alguns estão estritamente melhor do que antes da introdução do mercado de trabalho. Os indivíduos com maior nível de dotação têm um nível de bem-estar superior. A divisão dos ganhos, segundo o autor, é repartida entre vendedores e compradores da actividade laboral, o que depende das respectivas elasticidades da oferta e da procura de trabalho.

Ainda segundo o autor citado, a existência de um mercado competitivo do trabalho leva a que os recursos laborais sejam afectados eficientemente dentro do agregado familiar. Como todos os membros do agregado familiar defrontam o mesmo custo de oportunidade por unidade efectiva de trabalho (*w*), os trabalhadores são afectados eficientemente às unidades produtivas individuais. Não há necessidade de negociação dentro do agregado familiar (intra-família). As transacções intra agregado familiar não passam necessariamente pela formulação explícita de um contrato salarial.

Formalmente, a situação supra-citada pode ser representada através do facto de as doações (g_{ij}) dos agentes *j* para os agentes *i* serem uma função do trabalho fornecido pelos agentes *i* a *j*:

$$g_{ji} = w.e_i.L_{ji}$$

Desde que os "pontos prémio" (g_{ji}) ganhos por ajudar os outros membros do agregado familiar sejam compatíveis com o salário ganho fora do agregado familiar, então temos que a situação que decorre do trabalho afectado dentro do agregado familiar é eficiente. Em equilíbrio, se os agregados familiares forem suficientemente parecidos, as transacções entre agregados familiares podem ser pouco frequentes, sem necessariamente implicar que o factor trabalho esteja a ter a sua melhor aplicação.

A existência de um mercado de trabalho, não assegura por si só, segundo o autor, a eficiência da produção, a não ser que A_i não seja um vector, mas sim um factor único de *input* a terra e a função de produção *F(A,L)* exiba rendimentos constantes à escala (RCE). Neste caso, a existência de um mercado competitivo de trabalho assegura que os rendimentos esperados são os mesmos para todos os indivíduos em todas as parcelas de terra, mantendo-se a hipótese da tecnologia comum. A evidência empírica de que os retornos esperados diferem entre os agentes indica-nos que o mercado de trabalho é ineficiente (GAVIAN e FAFCHAMPS (1996); UDRY (1996)). Se assumirmos que A_i é um vector de *inputs*, então para se atingir a eficiência de mercado, têm de existir mercados para todos os factores produtivos menos um[10]. Se isto não se verificar, a produção continua a depender das dotações individuais iniciais.

Se a função de produção não for de rendimentos constantes à escala (RCE), a eficiência na produção exige que existam mercados para todos os factores de produção. O autor relembra os artigos de FEDER (1985) e de ESWARAN e KOTWAL (1986) para explicar que os rendimentos à escala podem não ser constantes. Tudo tem a ver com a presença de imperfeições no mercado de *inputs*, tal como crédito, gestão, experiência e serviços de arrendamento de equipamento e infra-estrutura. A troca pode tomar uma variedade de formas (arrendamento, vendas e parcerias). É muitas vezes irrelevante esta distinção, segundo o autor, desde que a eficiência seja atingida. Como se caracterizará então a produção eficiente?

A resposta depende dos rendimentos constantes à escala. Se em vez disso forem decrescentes a atomização da produção é óptima: i.e. cada individuo deve ser um produtor independente.

3. Teoria sobre direitos de propriedade, capital humano e *start-up costs*

3.1. Teoria sobre direitos de propriedade: COASE (1960) e MICELI (1997)

> *"In the world of Robinson Crusoe property rights play no role. Property rights are an instrument of society and derive their significance from the fact that they help a man form those expectations which he can reasonably hold in his dealings with others. These expectations find expressions in the laws, customs and mores of a society. An owner of property rights possesses the consent of fellowmen to allow him to act in particular ways. An owner expects the community to prevent others from interfering with his actions, provided that these actions are not prohibited in the specification of his rights."* - DEMSETZ (1967, p. 347)

Thomas MICELI (1997, pp. 127-136 e cap.7) apresenta para o caso dos EUA a forma de regulação do título de propriedade, nomeadamente a transferência de

[10] É um caso de aplicação da Lei de Walras ao mercado de factores. Para estarem em equilíbrio *n*

terras (cap.6, subsecção 3) e o papel interventor do Estado na afectação dos direitos de propriedade. A sua abordagem é, por ser o mais geral possível, teórica.

O autor distingue "*property rules*" (i.e. direitos de propriedade, do qual podem resultar transferências voluntárias de propriedade, i.e. contratos, de "*liability rules*" (i.e. deveres) do qual, por sua vez, podem resultar transferências involuntárias de propriedade, i.e. "torts", na designação do direito americano.

Na questão dos direitos de propriedade, nomeadamente na questão dos custos de transacção, uma contribuição fundamental é a de Ronald COASE (1960) - veja-se a secção 4.5, ou MICELI (1997, pp. 7-10).

MICELI (1997) apresenta ainda em termos concretos dois gráficos, cada um ilustrando a perda de utilidade do expropriado (apesar da compensação) e o ganho de utilidade do comprador da terra - veja-se MICELI (1997, pp.129-130).

DIXIT (2004) explora também, de algum modo, a forma como o vazio legal pode gerar ineficiências no funcionamento do sistema económico. Enquanto que o trabalho de MICELI (1997) descreve as relações formais e procedimentos legais de funcionamento de uma economia, DIXIT (2004) aborda exactamente o modo de como as instituições privadas podem suprir esta ausência. Ou seja, como as ONG´s, as instituições para-sociais ou acordos sociais, de algum modo, podem substituir a ausência do Estado e, deste modo, criar uma boa "*governance*". Entende-se que uma boa "*governance*" representa um sistema eficiente e equitativo em que há "*accountability*" dos participantes. Esta última visão é crucial para a nossa tese, especialmente porque abordamos o caso da reforma agrária em zonas em vias de desenvolvimento, logo onde a definição de direitos de propriedade está mais numa "zona cinzenta". Não se trata de a propriedade ser de A ou B, mas de atribuir um grau de pertença - em termos de lógica *fuzzy* ("lógica vaga") - fazendo, assim, todo o sentido ter uma função de representação do direito de propriedade. Obviamente, que esta observação apenas abre mais uma linha de investigação para a questão dos direitos de propriedade, e não só da reforma agrária, em contexto de sub-desenvolvimento, mas já fora do alcance e objectivo primordial da tese. De qualquer modo, passemos à secção seguinte onde se analisa a questão dos direitos de propriedade e sua relação com a reforma agrária em contexto de sub-desenvolvimento.

---

mercados basta que o equilíbrio se verifique para n -1 mercados.

3.2. Modelo de BELL (2003) de reforma agrária

BELL (2003) considera o caso em que os direitos de propriedade estão concentrados nas mãos de alguns, uma elite, nomeadamente no caso de plantações, ou no caso de uma classe campesina pobre claramente diferenciada da dos latifundiários. Uma redistribuição dos direitos de propriedade das terras em favor destes trabalhadores, ou seja, campesinos, segundo BELL (2003), torná-los-à agricultores independentes.

Um dos primeiros efeitos económicos da reforma agrária, será o da redistribuição das rendas de escassez associada à terra, em favor dos campesinos. Segundo, BELL (2003), os efeitos de equilíbrio geral sobre *inputs, outputs* e o preço de factores, que são essenciais na avaliação de qualquer reforma, são mais dificilmente obteníveis. Em particular, BELL (2003) salienta que a distinção entre a intensidade dos factores entre empresas agrícolas para um mesmo equilíbrio e a diferença entre equilíbrios para a mesma empresa pode ser diferenciada.

BELL (2003) avança com a ideia que a primeira questão já foi abordada pela literatura, isto é o diferencial entre intensidades para o mesmo equilíbrio e diferentes empresas, mas que a segunda questão, a diferença entre intensidades dos equilíbrios para a mesma empresa não tem sido abordada. Note-se que a nossa linha de contribuição dinâmica, do modelo de ARROW adaptado ao capital humano, e em especial o modelo também dinâmico de JOVANOVIC de sobrevivência de empresas, por nós também adaptado à reforma agrária, enquadra-se nesta segunda linha de investigação.

3.2.1. Modelo Geral de BELL (2003) de reforma agrária

BELL (2003) começa por assumir que na produção agrícola há rendimentos constantes à escala (CRS) e que esta se faz com recurso a terra (H) e trabalho (L). Assume por simplicidade que a agricultura é o único sector da economia, e daí o produto agrícola é o bem numerário. Se a agricultura não for o único sector, então a análise far-se-ia tendo em atenção o preço relativo do *output* agrícola face aos outros sectores. Assume adicionalmente que há dois tipos de agregados familiares ($h=1,2$), e que somam n agregados no total. Cada agregado familiar terá H^h hectares de terra e terá como oferta inelástica de uma unidade de trabalho (tempo). A utilidade é maximizada escolhendo o tempo entre lazer e trabalho.

Se convencionarmos que a quantidade total de terra é $\overline{H}$, temos a seguinte equação, para as parcelas de terra:

(1) $\quad n^1.H^1 + n^2.H^2 = \overline{H}$

Como todos os produtores escolhem o mesmo rácio de trabalho/terra para cultivar as diferentes parcelas, então toda a produção pode ser tratada como uma agregada exploração. Logo, a produção total será:

(2) $\quad Y = f(n^1.L^1 + n^2.L^2, \overline{H})$,

onde a função de produção ($f(.)$) é bem-comportada e L^h denota o montante de trabalho fornecido por cada agregado familiar do tipo h.

Num equilíbrio competitivo o preço dos factores será igual aos valores respectivos dos seus produtos marginais:

(3) $\quad w = f_1(n^1.L^1 + n^2.L^2, \overline{H})$

e para a terra, virá a renda (R):

(4) $\quad R = f_2(n^1.L^1 + n^2.L^2, \overline{H})$,

onde $f_j(.)$ representa a derivada da função $f(.)$ em ordem ao argumento j.

Como a área total é fixa, a taxa salarial é decrescente com $(n^1.L^1 + n^2.L^2)$ e a renda por hectare, R, é crescente com a mesma variável.

O rendimento total de cada agregado familiar do tipo h é:

(5) $\quad M^h = w + R.H^h, \qquad h = 1,2$

O montante de trabalho que se decide fornecer depende de w e de M^h:

(6a) $\quad L^h = L^h(w, M^h)$

Podemos definir o *input* agregado de trabalho como:

(6b) $\quad L \equiv n^1.L^1(w, M^1) + n^2.L^2(w, M^2)$

Relembrando a equação (1), podemos ver pela equação (6), qual o efeito da redistribuição de terra entre agregados familiares, podendo assim estabelecer como é que a redistribuição afecta L. Diferenciando a equação (6) em ordem a H^1 e notando que w e R satisfazem (3) e (4), obtemos:

(7)
$$\frac{\partial L}{\partial H^1}=\left(n^1.\frac{\partial L^1}{\partial w}+n^2.\frac{\partial L^2}{\partial w}\right).\frac{\partial w}{\partial H^1}+\left(n^1.\frac{\partial L^1}{\partial M^1}+n^2.\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right).\frac{\partial w}{\partial H^1}+$$
$$+\left(n^1.H^1.\frac{\partial L^1}{\partial M^1}+n^2.H^2.\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right).\frac{\partial R}{\partial H^1}+\left(\frac{\partial L^1}{\partial M^1}-\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right).\left(n^1.R\right)$$

A primeira expressão do termo do lado direito é o efeito substituição, que resulta da dependência dos salários da distribuição dos rendimentos. Os termos remanescentes representam o efeito rendimento, em que o rendimento (total) depende de *w*, *R* e H^h a partir da equação (5).

A partir das equações (3) e (4) temos o seguinte:

(8) $$\frac{\partial w}{\partial H^1}=f_{11}.\frac{\partial L}{\partial H^1}$$

e

(9) $$\frac{\partial R}{\partial H^1}=f_{21}.\frac{\partial L}{\partial H^1}$$

Substituindo (8) e (9) em (7) e re-arranjando obtemos:

(10a)
$$\left\{1-\left[\left(n^1.\frac{\partial L^1}{\partial w}+n^2.\frac{\partial L^2}{\partial w}\right)+\left(n^1.\frac{\partial L^1}{\partial M^1}+n^2.\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right)\right].f_{11}-\left(n^1.H^1.\frac{\partial L^1}{\partial M^1}+n^2.H^2.\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right)f_{12}\right\}.\frac{\partial L}{\partial H^1}$$
$$=\left(\frac{\partial L^1}{\partial M^1}-\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right).\left(n^1.R\right)$$

Um caso especial que se pode obter, é aquele em que as preferências sejam quasi-homotéticas. Neste caso, $\frac{\partial L^1}{\partial M^1}=\frac{\partial L^2}{\partial M^2}$, e a equação (10a) simplifica-se para:

(10b) $$\left\{1-\left[\left(n^1.\frac{\partial L^1}{\partial w}+n^2.\frac{\partial L^2}{\partial w}\right)+\frac{\partial L^1}{\partial M^1}\right].f_{11}-\left(n.H.\frac{\partial L^1}{\partial M^1}f_{12}\right)\right\}.\frac{\partial L}{\partial H^1}=0,$$

de onde se retira que $\frac{\partial L}{\partial H^1}=0$.

Significa isto que, neste caso especial (caso padrão), qualquer redistribuição de terras deixará os factores e o *output* inalterados, e só tem como resultado uma pura redistribuição de rendimento (total) agregado.

A intuição para o resultado é a seguinte. Considere-se dois agregados familiares, cujas preferências são idênticas e quase-homotéticas. Se ambos tiverem soluções interiores na afectação de tempo, e se o preço dos factores de produção forem constantes, então qualquer re-afectação de terra, deixará inalterado não só o rendimento global mas também a oferta global de trabalho. Logo, com oferta inelástica de terra, ambos os mercados continuarão a chegar ao equilíbrio, em que se estabelecem o preço dos factores iguais aos iniciais. Neste caso padrão, a reforma agrária é puramente redistributiva. Observa-se também que, segundo BELL (2003), a reforma agrária, na sua vertente operacional, ao invés da vertente da propriedade, a distribuição das terras é indeterminada: entenda-se o rendimento total depende apenas da dotação inicial de activos e é independente de o agregado familiar, no seu equilíbrio, ser fornecedor (líquido) de trabalho e ou de terra.

Outros casos resultam de o facto de o produto ser sensível à distribuição de dotações. A partir da equação (10a) fica claro que é o termo $\left(\frac{\partial L^1}{\partial M^1}-\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right)$ que leva a que a redistribuição de terras afecte o *output* e os preços. Como é o caso, se o grupo 2 for dos ricos (isto é por hipótese de partida $H^2 > H^1$), então, a menos que a reforma seja de tal forma radical que empobreça os ricos, teremos, dado o facto de o lazer ser um bem normal, que o termo supra-citado, seja negativo: $\left(\frac{\partial L^1}{\partial M^1}-\frac{\partial L^2}{\partial M^2}\right)<0$. Daí se infere que a oferta de trabalho agregada e, logo o *output* agregado desçam, como consequência de uma reforma agrária. GERSOVITZ (1976) analisa um caso em que há latifundiários que não trabalham, camponeses sem terra (os que nós designamos campesinos) e um terceiro grupo de trabalhadores denominado de pequenos agricultores. Este tipo denotado como tipo 3 serve de padrão de comparação. Se os sem-terra tiverem acesso a algum lazer, ao menos depois da reforma ter sido implementada a seu favor, então a oferta de trabalho agregada cairia e o *output* agregado diminuiria.

BELL (2003) apresenta um argumento geométrico, associado às alterações no preço dos factores produtivos. A figura seguinte apresenta esse mesmo argumento:

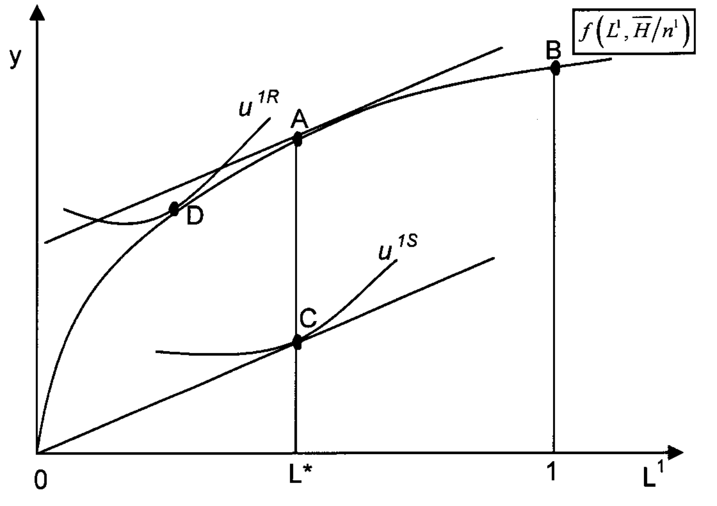


FIGURA 1 Reforma agrária igualitária

Fonte: BELL (2003, p.384)

Nesta figura podemos observar que o limite superior do conjunto de possibilidades de lazer é dado por $l^1 \equiv 1 - L^1$. O conjunto OB, o seu limite superior representa a função de produção dos sem-terra, sendo esta fronteira descrita pela função $f(L^1, H/n^1)$ no intervalo $0 < L^1 < 1$. (Note-se que se assumiu que os latifundiários não trabalham, e dados os rendimentos constantes à escala, permitem-nos analisar o que se passa com a exploração H/n^1 antes e depois da reforma agrária.)

Antes da reforma o equilíbrio estabelece-se no par (A, C) tal que a tangente de *f(.)* em A seja paralela à linha através de OC. Por seu turno, C localiza-se verticalmente abaixo de A e OC é também tangente à curva de indiferença que passa por C, e se chama u^{1S}. O declive comum é o salário que é igual à produtividade marginal do trabalho (condição de equilíbrio do mercado de trabalho), que se estabelece em L^*, e em que os agregados familiares que apenas têm dotação de trabalho fornecem exactamente esse mesmo montante L^*.

Após uma reforma agrária perfeitamente igualitária, não haverá negociação de qualquer espécie e o equilíbrio resultante será o de um ponto na função de produção OB na qual a tangência da curva de indiferença se verifica. Este novo ponto óptimo, digamos D, será à esquerda do ponto inicial A (do agregado), porque o lazer é um bem normal, logo a oferta de trabalho dos sem-terra diminui, pois aumenta o seu rendimento com a (nova) posse das terras. A concavidade estrita de *f(.)*, implica que a produtividade marginal (logo o salário) será mais elevado. (O declive da tangente a *f(.)* em D é maior do que em A.) A renda por hectare depois da reforma será mais baixa do que antes da sua implementação. Reformas agrárias menos radicais, nas quais os sem-terra recebem apenas parte da dotação do rendimento total, terão o mesmo efeito qualitativo, novamente pelo facto de o efeito rendimento associado à reforma agrária surgir do ganho de uma renda (real ou potencial) associada à terra.

Consideremos então outro caso, em que há grupo substancial de pequenas empresas agrícolas, e que daí decorre que existe um mercado de trabalho segmentado para trabalho contratado e trabalho familiar, com o sentido de que as empresas familiares não transaccionam unidades de trabalho nesse mesmo mercado de trabalho. Dada esta autarcia das empresas familiares existirão diferenças nas técnicas de cultivo, levando a que as empresas familiares "explorem" o trabalho familiar, uma vez que a produtividade marginal dos trabalhadores das pequenas explorações, e consequentemente o seu salário será menor, do que seria no mercado de trabalhadores contratados nas grandes explorações. Tal como a FIGURA 2 descreve, um pequeno agregado familiar tem um conjunto de oportunidades descrito por OE, que é apenas a função de produção $f(L^3, H^3)$ e que escolhe a afectação no ponto G, no qual a curva de indiferença u^{3S} é tangente a OE. Faça-se uma reforma agrária, em que apenas os pequenos agricultores tenham acesso a novas terras, isto é fazendo com que os trabalhadores tenham de procurar emprego no mercado de trabalho, tal como tem acontecido nas reformas agrárias em termos históricos, tal como nos diz BELL (2003). Logo, agora cada (nova) pequena exploração agrícola terá de dimensão $\overline{H}/n^3$, e daí um conjunto de oportunidades maior, mesmo em autarcia, tal como é descrito por OF. Depois da reforma, para o mercado de trabalho estar activo, então as empresas familiares têm de estar a contratar trabalhadores. Logo BELL (2003) assume que estas famílias não têm nenhuma aversão especial a fazer estes contratos de trabalho, depois da reforma agrária, independentemente do que os poderia afastar, antes da reforma, do mercado de trabalho. O efeito desta reforma agrária sobre o *output* e sobre a taxa salarial é indeterminado. Assim, o efeito rendimento a favor das famílias do chamado grupo três, ou seja, com pequenas terras, tem um aumento do rendimento (efectivo e/ou potencial) associado ao aumento das terras, mas o efeito substituição é indeterminado pois o resultado final do salário dependerá das preferências dos agentes sem terra. Note-se que a magnitude do efeito rendimento será tanto maior quanto maior for a redistribuição de terras, ou quanto maior for a desigualdade inicial da distribuição das terras.

Outras variantes possíveis são, segundo BELL (2003), o facto de que os latifundiários são puramente ineficientes, no sentido de que não conseguem estar na fronteira de produção, ou porque então são monopsonistas no seu (cada) mercado local, isto é, em cada aldeia. Nestes casos, uma reforma agrária radical igualitária pode resultar quer numa subida, quer numa descida da produção agrícola.

BELL (2003) conclui que no seu modelo e nas variantes apresentadas baseadas em GERSOVITZ (1976), os resultados redistributivos da reforma agrária dependem da configuração inicial dos direitos de propriedade e das razões pelas quais os rácios de *output* e de trabalho face à terra (isto é a produtividade da terra e da intensidade factorial) variam, se é que variam. Afirmações mais substantivas entram no domínio dos modelos de equilíbrio geral com mercados incompletos, território ainda inexplorado para a reforma agrária.

Note-se que Michael Carter realiza desde os anos 70, na Universidade de Wisconsin, uma série de modelos de equilíbrio geral agrícolas, mas em que a questão das reformas agrárias ainda não foi explorada.

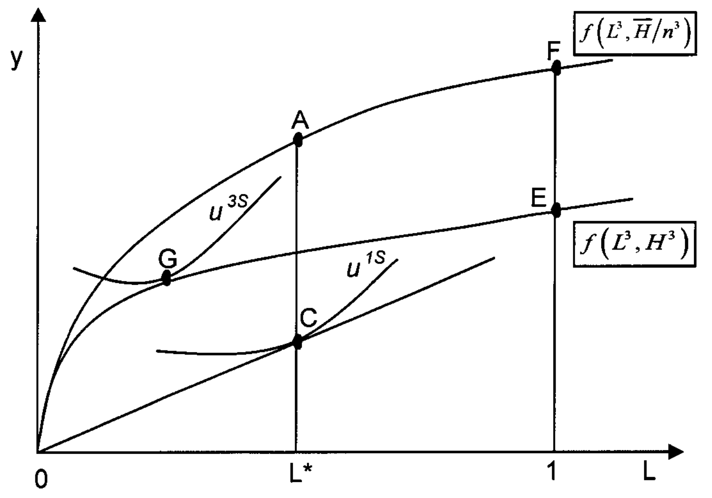


FIGURA 2- Reforma agrária que exclui os "sem-terra"

FONTE: BELL (2003, p.386)

3.2.2. Modelo BELL (2003) de Reforma Agrária como projecto de grande escala

BELL (2003, p.390-7) analisa num segundo modelo a reforma agrária como uma avaliação de um projecto de grande escala. Comecemos por especificar o caso do modelo padrão. Neste primeiro caso, assumimos tal como anteriormente que não há efeitos da reforma agrária nos vectores de preços sombra e de mercado. Deste modo só há dois efeitos a considerar: o valor social do efeito de redistribuição do rendimento total entre os agregados familiares e o valor social da variação do cabaz de consumo agregado das famílias rurais.

Dado que os preços de consumo estão constantes, é suficiente examinar o que acontece aos rendimentos totais, quando H^1 aumenta à custa do grupo 2. Relembrando as equações (1) e (5) temos:

$$\frac{\partial M^1}{\partial H^1} = R \quad \text{e} \quad \frac{\partial M^2}{\partial H^1} = -\frac{n^1}{n^2}.R\,.$$

Logo, somando para todos os agregados familiares, o valor social de uma pura redistribuição de rendimento total, isto é, de uma "pequena" reforma agrária dH^1 é: $\left[\left(\theta^1 - \theta^2\right).n^1.R\right].dH^1$, onde a pobreza comparativa dos beneficiários implica que $\theta^1 > \theta^2$. Este argumento é o argumento padrão a favor de uma reforma agrária a partir de um ponto de vista da equidade.

Uma vez que passamos a abordar o consumo neste modelo, estendemos a nossa abordagem de modo a incorporar uma maior variedade de bens, incluindo os bens produzidos fora do sector agrícola. O vector da procura de um agregado familiar do tipo h é denotado de $\mathbf{x}^h(\mathbf{q}, M^h)$. Se as preferências forem ambas homotéticas e idênticas, então o vector da procura agregada, após uma redistribuição dos rendimentos (totais), ficará inalterado:

$$(11) \quad \mathbf{X}(\mathbf{q},\mathbf{M}) = n^1.\mathbf{x}^1(\mathbf{q}, M^1) + n^2.\mathbf{x}^2(\mathbf{q}, M^2)$$

Logo, a melhoria resultante de bem-estar de uma "pequena" reforma agrária será:

$$(12) \quad dW = \left[\left(\theta^1 - \theta^2\right).n^1.R\right].dH^1$$

A equação (12) corresponde ao caso de pura confiscação, isto é sem compensação atribuída ao grupo 2, dos mais ricos, ou seja, dos que têm maior dotação inicial de activos.

No entanto podemos conceber que o Estado intervenha no processo de reforma agrária, afectando receitas provenientes de outras fontes no montante $\alpha(<1)$, como forma de compensação de rendimento transferido para os que abdicam da terra.

Deste modo, a equação (12) vem:

$$(13) \quad dW = \left[\left(\theta^1 - \theta^2\right) - \alpha\left(1 - \theta^2\right)\right] n^1.R.dH^1$$

Como θ^2 é seguramente menor do que a unidade, o esquema de compensação pode ser visto como uma necessidade política que reduz os ganhos da reforma.

BELL (2003) assegura, neste seu modelo generalizado de avaliação da reforma agrária como um projecto de larga escala, que o primeiro passo é o de relaxar a hipótese de preferências idênticas, mas com o fim de preservar o caso padrão, temos ainda de assegurar que o *input* de trabalho é independente da afectação da terra. BELL (2003) considera as seguintes preferências sobre lazer e todos os outros bens, podem ser representados na forma separavelmente aditiva:

$$(14) \quad U^h(l^h, \mathbf{x}_{-l}^h) = \beta.\ln(l^h) + \phi^h(\mathbf{x}_{-l}^h), \qquad h = 1,2.$$

onde $\phi^h(.)$ é uma função homogénea de grau γ, mas que pode variar livremente entre grupos. Note-se que a taxa marginal de substituição (TMS) entre bens indiferenciados, bens que não o lazer, é independente do montante de lazer escolhido. Escrevendo o problema do consumidor, somando as condições de primeira ordem, e apelando ao teorema de Euler, podemos mostrar que o agregado familiar gastará uma fracção fixa de rendimento em lazer:

$$l^h(\mathbf{q}_{-l}, w, M^h) = \left(\frac{\beta}{\beta + \gamma}\right).\left(\frac{M^h}{w}\right)$$

Dada a hipótese de o preço dos factores ser independente da distribuição da terra, a oferta de trabalho agregada, que podemos observar dada a afectação das terras, é:

$$L \equiv n^1.L^1 + n^2.L^2 = \left(\frac{\beta}{\beta + \gamma}\right).\left(\frac{n^1.M^1 + n^2.M^2}{w}\right),$$

o que confirma que a hipótese do caso padrão é válida.

Depois de termos obtido este resultado, podemos analisar os efeitos de uma "pequena" reforma agrária no custo social do consumo agregado. Recuperando a equação (12) e o argumento que os preços-sombra provavelmente não são afectados pela reforma agrária no caso padrão:

$$\pi\left[\partial \mathbf{X}(\mathbf{q},\mathbf{M})/\partial H^1\right] = \pi.\left[n^1.\partial \mathbf{x}^1\left(\mathbf{q},M^1\right)/\partial H^1 + n^2.\partial \mathbf{x}^2\left(\mathbf{q},M^2\right)/\partial H^1\right]$$

(15)

$$= \pi.\left(\frac{\partial \mathbf{x}^1}{\partial M^1} - \frac{\partial \mathbf{x}^2}{\partial M^2}\right).n^1.R$$

onde se fez uso das equações (1) e (5).

Como a oferta agregada de trabalho não se altera, podemos expressar a equação (15) utilizando os factores de conversão do consumo (Consumption Conversion Factor -CCF), do seguinte modo:

(16) $$\pi.\left(\frac{\partial \mathbf{x}^1}{\partial M^1} - \frac{\partial \mathbf{x}^2}{\partial M^2}\right).n^1.R = \left(CCF_{-l}^1 - CCF_{-l}^2\right).n^1.R,$$

a partir do qual podemos retirar a conclusão de que dependendo da variação da despesa, a variação de bem-estar pode ser num dos sentidos, dependendo das diferenças entre preços de mercado e de sombra e das diferenças entre as preferências entre os bens que não lazer, representadas pelas diferenças entre $\phi^1(.)$ e $\phi^2(.)$.

Juntando todos os efeitos e retomando a equação (12), podemos re-escrever a equação do bem-estar resultante de uma "pequena" reforma agrária.

(17) $$dW = \left[\left(\theta^1 - CCF_{-l}^1\right) - \left(\theta^2 - CCF_{-l}^2\right)\right]n^1.R.dH^1.$$

A intuição subjacente a esta expressão é a seguinte: uma transferência de um Real (ou outra unidade monetária) para um agregado familiar do tipo *h* é socialmente desejável, mas a resultante pressão sobre os recursos associada ao aumento de consumo é socialmente custosa. Se $CCF_{-l}^1 < CCF_{-l}^2$, então os ganhos de uma pura redistribuição de recursos são reforçados, o que depende não só das diferenças de preferências, mas também das escolhas de política do governo; escolha essa que está no centro da divergência entre preços de mercado e preços sombra.

BELL (2003) ilustra que, para ir mais além do que de uma "pequena" reforma agrária, teremos de partir de uma reforma agrária radical, utilizando de novo como ponto de partida o modelo padrão de BELL.

Assim BELL (2003) avança com a hipótese de que os factores de conversão do consumo (CCF) são independentes do nível de distribuição da terra, e que o vector de pesos θ obedece à seguinte lei de variação: $\theta = \left[u(M^2) - u(M^1)\right]/\left(M^2 - M^1\right)$.

Assumamos que a função de utilidade social é iso-elástica quanto ao rendimento (total):

$$(18) \quad u(M)=\begin{cases} M_0.\left[\dfrac{(M/M_0)^{\eta}}{\eta+1}-\eta\right], \eta \neq 1 \\ M_0.\left[1+\ln(M/M_0)\right], \eta = 1 \end{cases}$$

onde M_0 define a linha de pobreza.

Esta normalização tem o conveniente de que $u(M_0)=M_0$ e o valor de θ correspondente para qualquer M:

$$(19) \quad \theta(M) \equiv u'(M) = (M/M_0)^{\eta}$$

tal que, $\theta(M_0)=1$, como desejado.

BELL (2003) analisa uma reforma agrária radical em que se passa de H^1 (da equação (1)) para H^2 (da equação (2)).

Relembrando a equação (5) obtemos a melhoria de bem-estar a partir da redistribuição de rendimento (mudando as variáveis para M) e integrando a equação (17) em ordem aos limites associados ao rendimento total:

$$\begin{aligned}
\Delta W &= n^1.\int_{w+RH^1(1)}^{w+RH^2(2)}\left[\theta(M^1)-CCF_{-l}^1\right].dM^1 \\
&+n^2.\int_{w+R(H-n^1H^1(1))/n^2}^{w+R(H-n^1H^1(2))/n^2}\left[\theta(M^2)-CCF_{-l}^2\right].dM^2 \\
(20) \qquad &=\left(\frac{n^1.M_0}{\eta+1}\right).\left[\left(\frac{M^1(2)}{M_0}\right)^{\eta+1}-\left(\frac{M^1(1)}{M_0}\right)^{\eta+1}\right] \\
&+\left(\frac{n^2.M_0}{\eta+1}\right).\left[\left(\frac{M^2(2)}{M_0}\right)^{\eta+1}-\left(\frac{M^2(1)}{M_0}\right)^{\eta+1}\right] \\
&+\left(CCF_{-l}^1 - CCF_{-l}^2\right).n^1.R.\left[H^1(2) - H^1(1)\right]
\end{aligned}$$

onde $M^h(k)$ designa o rendimento do agregado tipo *h (h=1,2)*, antes *(k=1)* e depois *(k=2)* da reforma agrária, respectivamente, sendo estes os limites de integração da equação (20).

Analisemos mais um outro caso de uma generalização feita por BELL (2003), com a hipótese de que uma reforma agrária pode afectar a produção, nomeadamente através de alterações das intensidades factoriais, que podem variar com a dimensão da empresa. Nomeadamente, o facto de as pequenas explorações serem mais trabalho-intensivas do que as grandes explorações, uma vez que as pequenas explorações costumam ter mais mão-de-obra familiar.

Para simplificar, BELL (2003) assume para este modelo que a supervisão de mão-de-obra nos latifúndios é tão eficiente como o desempenho de mão-de-obra nas pequenas explorações. BELL (2003) avança com a hipótese de que a procura de tempo de supervisão é crescente com o número de trabalhadores supervisionados.

O tempo total de trabalho na empresa, dado que escolhe l unidades de lazer e contratar L_0 trabalhadores:

$$(21) \quad L = \begin{cases} 1-l, & se \quad L_0 = 0 \\ 1-l+L_0-s(L_0), & se \quad L_0 > 0 \end{cases}$$

Assumindo que a função de supervisão $s(.)$ é estritamente crescente, estritamente convexa, e duplamente diferenciável em L_0.

Façamos com que as preferências do agregado familiar se definam a partir do rendimento líquido gerado a partir da produção:

$$(22) \quad x \equiv y - w.L_0$$

medido em termos de *output* (o numerário) e lazer, e supondo, por simplicidade, que estas preferências são separavelmente aditivas:

$$(23) \quad U(x,l) = \phi(x) + v(l)$$

onde ϕ e v são ambas estritamente crescentes, estritamente côncavas e duplamente diferenciáveis. BELL (2003) assume ainda que ambas as funções respeitam a condição inferior de INADA, ou seja, que ambos os bens serão consumidos em quantidades estritamente positivas.

O problema do consumidor é o de escolher $l \in [0,1]$ e $(x, L, L_0) \geq 0$ de modo a maximizar a utilidade sujeito às restrições de função de produção ($y = f(L,H)$) e de função de trabalho (equação 21).

Assumindo, para l uma solução interior, mas não necessariamente uma solução interior para L_0, as condições de primeira ordem podem ser escritas como:

$$(24) \quad -\phi'.f_1 + v' = 0$$

e ainda

$$(25) \quad (1-s')f_1 - w \leq 0,$$

$$(26) \quad L_0 \geq 0.$$

Dados os rendimentos constantes à escala (CRS), a produtividade marginal do trabalho é decrescente com o aumento do rácio terra/trabalho. De tal modo, que no caso de uma solução interior, a concavidade estrita de s em L_0, implica que L/H e L_0 se movem em direcções opostas, no que se refere a um aumento da dimensão da terra; ou seja, a intensidade laboral (L/H) decairá com o aumento da dimensão da exploração. Segundo BELL (2003), isto está de acordo com a intuição de que o custo marginal do trabalho contratado é $w/(1-s')$, que é crescente com L_0. No caso onde o agregado familiar não participa no mercado de trabalho temos $(1-s'(0)).f_1(1-l,H)-w\leq 0$, logo, neste regime, um aumento de H trará um aumento de lazer, e logo um decréscimo da intensidade laboral.

Depois desta análise preliminar, procedemos depois à análise dos efeitos de uma redistribuição das terras, começando para tal com uma solução (totalmente) interior e temos pelo Teorema do Envelope, as seguintes variações:

$$dx=-f_1.dl+f_2.dH$$

e

$$dL=-dl+(1-s').dL_0$$

Diferenciando totalmente as equações (24) e (25), e substituindo pelos valores de dx e dL, após alguma álgebra, obtemos as seguintes equações:

$$(27)\quad (\phi''.f_1+v'').dl-\left[s''.\phi'/(1-s')\right].dL_0=(\phi''.f_1f_2).dH$$

e

$$(28)\quad -f_{11}.dl+\left[(1-s').f_{11}-s''.f_1/(1-s')\right].dL_0=-f_{21}.dH$$

Fazendo as multiplicações cruzadas e eliminando o termo comum de dH, obtemos a seguinte solução:

$$(29)\quad \frac{dl}{dL_0}=\frac{f_{21}(s''/(1-s')).\phi'+\left[(1-s').f_{11}-s''.f_1/(1-s')\right]f_1f_2.\phi''}{-f_{21}.\left(\phi''.(f_1)^2+v''\right)+f_{11}f_1f_2.\phi''}.$$

A partir desta expressão, com as hipóteses sobre a tecnologia e as preferências podemos concluir que l e L_0 se movem na mesma direcção, e logo que a partir da equação (27) ambos são crescentes em H.

BELL (2003), conclui, a partir da equação (29), que se s não for tão fortemente convexa, então $dl/dL_0 < 1$. Relembrando a equação (25), a descoberta de que L_0 é crescente com H, então isto leva ao resultado de que a intensidade de trabalho/terra *L/H* diminui à medida que a dimensão das explorações aumenta, tal como os defensores das reformas agrárias tendem a assumir.

Suponhamos que alguma terra é redistribuída de empresas agrícolas comerciais (os ditos latifúndios), o grupo 2 segundo BELL (2003), para as empresas familiares do grupo 3. Os agregados familiares sem terra (os nossos ditos campesinos) continuam a fazer a sua oferta de trabalho, perfeitamente elástica a uma taxa de salário w. Uma pequena reforma agrária do tipo $dH^2 (< 0)$ induzirá as seguintes mudanças no *output* produzido por cada membro do grupo, respectivamente:

$$(30) \quad dy^2 = \left[f_1^2 . \left(-\frac{\partial l^2}{\partial H^2} + (1 - s') . \frac{\partial L_0^2}{\partial H^2} \right) + f_2^2 \right] . dH^2$$

e ainda:

$$(31) \quad dy^3 = -\frac{n^2}{n^3} \left[-f_1^3 . \frac{\partial l^3}{\partial H^3} + f_2^3 \right] . dH^2$$

Logo, a mudança resultante do *output* agregado será:

$$(32) \quad dY = n^2 . \left[\left(f_1^3 . \frac{\partial l^3}{\partial H^3} - f_1^2 \frac{\partial l^2}{\partial H^2} \right) + (1 - s') . \frac{\partial L_0^2}{\partial H^2} + \left(f_2^2 - f_2^3 \right) \right] . dH^2$$

Como o rácio trabalho/terra em grandes explorações é mais baixo do que em pequenas explorações, isso implica que o produto marginal da terra, também será menor em explorações maiores: $f_2^3 - f_2^2 > 0$. Como a reforma agrária reduz a diferença no tamanho da exploração, induzirá um aumento no *output* agregado. No entanto o efeito sobre os *inputs* agregados é à priori pouco claro. O emprego de mão-de-obra assalariada nas explorações latifundiárias (definidas como comerciais por BELL (2003)) cairá; assim como o uso de *inputs* de trabalho familiar nas empresas familiares. No entanto o único factor que contrabalança estes dois efeitos é a menor ocupação de tempo em lazer pelos membros dos agregados familiares donos dos latifúndios. De qualquer modo, tal como foi visto nos dois modelos anteriores de BELL (2003), são necessárias hipóteses adicionais para que o *output* agregado suba inequivocamente.

Assim o próximo passo é o de avaliar o efeito da reforma no bem-estar social. As variações nos cabazes de consumo são, respectivamente:

$$\left(-f_1^2.dl^2+f_2^2.dH^2,dl^2\right)$$

$$\left(-f_1^3.\left(\frac{\partial l^3}{\partial H^3}\right)+f_2^3,\left(\frac{\partial l^3}{\partial H^3}\right).\left(-\frac{n^2}{n^3}\right).dH^2\right)$$

Notando a partir da equação (24) que taxa marginal de substituição (TMS) é f_1, e ignorando a pequena alteração induzida pela reforma, a variação equivalente (do consumidor) deverá ser, $f_2^2.dH^2$ e, $-\left(n^2/n^3\right).f_2^3.dH^2$, respectivamente para cada tipo de consumidor.

De modo a calcular o efeito da reforma agrária, BELL (2003), analisa o processo como um projecto de investimento do estado, no qual se negoceia através dos preços sombra e se transfere para o sector privado (vide BELL (2003, capítulo 13.6)). As dotações dos agricultores são tratadas como factores fixos, e que não são negociáveis fora do projecto de reforma agrária.

Assumindo adicionalmente que os preços sombra não se alteram com uma "pequena" reforma agrária, e relembrando que é necessário permitir mudanças na afectação de consumo, ficamos com:

$$(33) \qquad \Delta W=\left(\pi.dY-\pi_L.dL_0\right)+\left[\left(\theta^2-\pi\right).f_2^2-\left(\theta^3-\pi\right).f_2^3\right].n^2.dH^2,$$

em que π é o preço sombra do *output*, e π_L é o preço sombra salarial, isto é do trabalho e adicionalmente: $\theta^3>\theta^2$.

Comparemos a expressão (33) com a expressão anterior do modelo padrão (17) de BELL (2003). Note-se que a diferença entre os produtos marginais da terra reforça o maior peso social atribuído ao grupo 3 do que ao grupo 2.

Segundo BELL, a extensão do modelo tal como ele a fez para incluir alguma compensação de expropriação (através da afectação de receitas oriundas de outras actividades do estado), é simples. Basta incorporar, tal como ele fez numa das suas secções anteriores, o parâmetro α na equação (33).

3.3.Teoria sobre capital humano- BECKER (1964)

A nossa abordagem de capital humano segue a análise pioneira de BECKER (1964):

Becker distingue dois tipos de capital humano:

i) **experiência** como *"on the job training"* - capital humano específico;

ii) **educação** como ***anos de escolaridade*** - capital humano geral.

Nos nossos modelos seguintes não é muito relevante esta distinção, porque no nosso modelo, apesar de simples, assume-se que a variável capital humano é contínua e reflecte os anos de escola e os anos de experiência. Como é usual neste tipo de literatura podemos por vezes obter como tipo de *proxy* para esta variável, a idade do agente. No entanto, tal requer que os agentes mais idosos sejam mais experientes que os jovens, o que parece ser uma hipótese razoável. Embora o trabalho de Becker sobre o capital humano seja a pedra angular, ele baseou as suas concepções no trabalho prévio de Jacob Mincer (nomeadamente a noção de capital humano como *on the job training*) e recuando mesmo às origens clássicas da economia, utilizou as noções de Adam SMITH (1776), que no seu seminal Riqueza das Nações nos apresenta as vantagens da especialização do trabalho - também esta uma forma de *on the job training*, logo de capital humano. Para além disso, BECKER (1964) reconhece que o esforço em I&D depende do nível de capital humano e logo isto condiciona o crescimento económico.

BECKER (1996) no seu livro *Accounting for tastes* refere-se ao capital humano como toda a experiência acumulada, ou como educação por cada indivíduo em cada contexto diferente (país, região, ou mesmo a um nível mais micro o agregado familiar). Nesta nossa visão, veremos na secção 6, que no modelo (mesmo em termos estáticos) existe um limiar (*threshold*) que limita o acesso à nossa tecnologia (agrária) e isto tem então consequências sobre os resultados em termos de custos e de bem-estar.

Um dos maiores problemas da medida de capital humano é o de que as estatísticas usuais, por simplicidade, medem em princípio anos gastos (passados na escola). Logo, se um estudante reprova mas continua a frequentar a escola (no mesmo ano) é reportado pelas mesmas medidas de capital humano, como um aumento desta variável, mas existe claramente ineficiência. Daí que o estudante com sucesso escolar tem imbuído nele mais capital humano do que o estudante que reprova. Deste modo, as medidas de capital humano deveriam ter este assunto em conta para assimilar esta crítica.

É de salientar de igual modo que as medidas de capital humano, por vezes também incluem variáveis como a saúde, porque um agente mais saudável, aprende mais e mais facilmente, isto é pode estudar; e produz mais e mais facilmente, ou seja, pode trabalhar. Esta abordagem permite então incluir variáveis de saúde como capital humano.

3.4. Teoria sobre capital humano na agricultura - HUFFMAN (2001)

HUFFMAN (2001) resume a literatura económica sobre o uso e aplicação de capital humano, em concreto o papel da educação, na agricultura.

A sua exposição centra-se em duas vertentes: a primeira, trata da modelação teórica e, a segunda, analisa casos concretos de aplicações empíricas de determinação do impacte do capital humano na produção agrícola, nomeadamente através da análise de eficiência de fronteiras de produção. Neste capítulo abordaremos apenas a primeira vertente, chamando desde logo a atenção, para o facto de que na nossa parte empírica também realizámos esse segundo tipo de abordagem, para o caso concreto de uma reforma agrária do Brasil.

Abordemos então os seus dois modelos chave: o primeiro é um modelo a três períodos com produção de capital humano e investimento, e o segundo é um modelo estático a um período.

3.4.1. Modelo a três períodos de capital humano na agricultura

Neste modelo os agentes são neutros face ao risco e têm um horizonte de planeamento inter-temporal de três períodos.

Em cada período o agregado familiar agrícola consome serviços de bens de capital humano, ou seja, consome lazer, $L_{1j}, j = 1,2,3$, e bens, X_{1j}, e tem uma função de utilidade inter-temporal bem definida:

(1) $$U = U(L_{1t}, X_{1t}, L_{1t+1}, X_{1t+1}, L_{1t+2}, X_{1t+2})$$

O agregado familiar confronta-se com restrições tecnológicas na produção de capital humano e de *output* agrícola.

Primeiro, a produção de capital humano em cada período, ou seja o investimento está dependente do uso de dois *inputs* variáveis: serviços de capital humano L_{2j}, a partir do capital humano inicial ou investimento passado em capital humano, um *input* também adquirido, X_{2j}, e um factor individual fixo ou de habilidade individual ou factor genético A_2:

$$(2) \qquad Z_{2j} = F_2(L_{2j}, X_{2j}, A_2), \qquad F_2(0, X_{2j}, A_2)=0, \qquad F_2(L_{2j}, 0, A) \geq 0$$

$F_2(.)$ exibe rendimentos decrescentes à escala em L_2 e X_2.

Logo se os preços dos *inputs* estão fixos para o agregado familiar, então o custo marginal é crescente com um maior uso de Z_{2j}. Para a escolaridade esta hipótese reflecte o facto de existir um limite superior à capacidade de aprendizagem de um indivíduo em cada período.

Em segundo lugar, a produção agrícola faz-se recorrendo a dois *inputs* variáveis e um *input* fixo. Os *inputs* variáveis são os serviços de capital humano, L_{3j}, e os *inputs* adquiridos, X_{3j}, e o *input* fixo é a tecnologia e as condições agro-climáticas, A_3:

$$(3) \qquad Z_{3j} = F_3(L_{3j}, X_{3j}, A_3)$$

A função de produção agrícola apresenta rendimentos decrescentes à escala em L_3 e X_3 na zona próxima da solução óptima, isto devido às limitações naturais colocadas pelas condições agro-climáticas.

Com o objectivo de facilitar a modelação os investimentos em capital humano alteram a quantidade de serviços de capital humano disponíveis, mas não afectam a taxa salarial por unidade de serviço de capital humano. Logo, este é um modelo em que o investimento em capital humano aumenta as unidades de tempo dedicadas ao capital humano em cada período, em vez de aumentar o salário horário, ou o salário por unidade de tempo efectivamente trabalhado. Esta última abordagem, a da subida dos salários, é a abordagem do *hedonic wage* de MINCER (1974) e de WILLIS (1986).

O agregado familiar tem inicialmente uma dotação de capital humano K_t^0, admitindo-se que o capital humano sofre uma depreciação à taxa δ, com $0 \leq \delta < 1$, devido à obsolescência dos conhecimentos. Assim, o capital humano disponível em cada período é:

$$(4) \qquad L_j = \alpha K_j = \alpha \sum_{j=1}^{t+2} \left[(1-\delta)^j . K_t^0 + \gamma (1-\delta)^{j-t-1} . Z_{2j-1} \right]$$

onde $\alpha(>0)$, é a taxa invariante de conversão de stock de capital humano para serviços e γ é igual a 1, ajustando o investimento de capital humano (um fluxo) em stock. Os serviços de capital humano repartem-se em quatro actividades: lazer, L_{1j} produção de capital humano, L_{2j}, produção agrícola, L_{3j},e trabalho assalariado, L_j^w:

$$(5) \qquad L_j = L_{1j} + L_{2j} + L_{3j} + L_j^w, \qquad\qquad L_{2j}, L_{3j}, L_j^w \geq 0 .$$

Como os serviços de capital humano afectados em cada período *j* para produção de capital humano, produção agrícola, e trabalho assalariado podem ser zero, então impõe-se a restrição de não-negatividade nestas escolhas.

O agregado familiar defronta uma restrição orçamental multiperíodo do seguinte tipo:

$$(6) \qquad \sum_{j=t}^{t+2} \frac{P_{3j}^* . Z_{3j} + W_j . L_j}{(1+r)^{j-t}} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=t}^{t+2} \frac{P_{ij} . X_{ij} + C_j}{(1+r)^{j-t}},$$

em que P_{3j}^* é o preço (esperado) do *output* agrícola e P_{ij} é o preço (esperado) dos bens de consumo adquiridos, dos *inputs* usados na produção de capital humano ou *inputs* usados na produção agrícola, respectivamente. O salário (esperado) por unidade de bens de capital humano é W_j, e $C_j \geq 0$ é um custo fixo associado à produção do agregado familiar ou às actividades de consumo, por exemplo, licenças ou tarifas, e *r* é uma taxa de desconto fixa.

Se substituirmos a equação (3) na equação (6), a função de produção e restrição orçamental multi-período numa só restrição:

$$(7) \qquad \sum_{j=t}^{t+2} \frac{P_{3j}^* . F_3(L_{3j}, X_{3j}, A_3) + W_j . L_j^w}{(1+r)^{j-t}} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=t}^{t+2} \frac{P_{ij} . X_{ij} + C_j}{(1+r)^{j-t}}$$

O problema do agregado familiar pode ser assim escrito como maximizar a utilidade (equação 1) sujeita às restrições (7), (2), (4) e (5), incluindo as restrições de não-negatividade.

Para aquele problema, as condições Khun-Tucker de primeira ordem são:

(8) $$\frac{\partial \Phi}{\partial L_{1j}} = \frac{\partial U}{\partial L_{1j}} - \frac{\lambda_j}{(1+r)^{j-t}} = 0, \qquad j = t, t+1, t+2,$$

(9) $$\frac{\partial \Phi}{\partial X_{1j}} = \frac{\partial U}{\partial X_{1j}} - \frac{P_{1j}}{(1+r)^{j-t}} = 0, \qquad j = t, t+1, t+2,$$

(10) $$\frac{\partial \Phi}{\partial L_{2t}} = \zeta\left(PV_{Z_{2t}}^{t}.MP_{L_{2t}}^{Z_2} - \lambda_t\right) \leq 0, \quad L_{2t} \geq 0, \quad L_{2t}.\left(PV_{Z_{2t}}^{t}.MP_{L_{2t}}^{Z_2} - \lambda_t\right) = 0$$

com $$PV_{Z_{2t}}^{t} = \frac{P_{3t+1}^{*}}{(1+r)}.\frac{\partial Z_{3t+1}}{\partial L_{3t+1}}.\frac{\partial L_{3t+1}}{\partial Z_{2t}} + \frac{P_{3t+2}^{*}}{(1+r)^2}.\frac{\partial Z_{3t+2}}{\partial L_{3t+2}}.\frac{\partial L_{3t+2}}{\partial Z_{2t}} + \frac{W_t.\alpha}{(1+r)} + \frac{W_{t+1}.\alpha.(1-\delta)}{(1+r)^2}$$

e $$MP_{L_{2t}}^{Z_2} = \frac{\partial Z_{2t}}{\partial L_{2t}}, \qquad MP_{X_{2t}}^{Z_2} = \frac{\partial Z_{2t}}{\partial X_{2t}};$$

(11) $$\frac{\partial \Phi}{\partial X_{2t}} = \zeta.\left(PV_{Z_{2t}}^{t}.MP_{X_{2t}}^{Z_2} - P_{2t}\right) \leq 0, \quad X_{2t} \geq 0,$$

$$X_{2t}.\left(PV_{Z_{2t}}^{t}.MP_{X_{2t}}^{Z_2} - P_{2t}\right) = 0,$$

(12) $$\frac{\partial \Phi}{\partial L_{2t+1}} = \zeta.\left(PV_{Z_{2t+1}}^{t}.MP_{L_{2t+1}}^{Z_2} - \frac{\lambda_{t+1}}{1+r}\right) \leq 0, \quad L_{2t+1} \geq 0,$$

$$L_{2t+1}.\left(PV_{Z_{2t+1}}^{t}.MP_{L_{2t+1}}^{Z_2} - \frac{\lambda_{t+1}}{1+r}\right) = 0,$$

com $$PV_{Z_{2t+1}}^{t} = \frac{P_{3t+2}^{*}}{(1+r)^2}.\frac{\partial Z_{3t+2}}{\partial L_{3t+2}}.\frac{\partial L_{3t+1}}{\partial Z_{2t+1}};$$

(13) $$\frac{\partial \Phi}{\partial X_{2t+1}} = \zeta.\left(PV_{Z_{2t+1}}^{t}.MP_{X_{2t+1}}^{Z_2} - \frac{P_{2t+1}}{1+r}\right) \leq 0, \quad X_{2t+1} \geq 0,$$

$$X_{2t+1}.\left(PV_{Z_{2t+1}}^{t}.MP_{X_{2t+1}}^{Z_2} - \frac{P_{2t+1}}{1+r}\right) = 0,$$

(14) $$\frac{\partial \Phi}{\partial L_{3j}} = \zeta.P_{3j}^{*}.MP_{L_{3j}}^{Z_3} - \frac{\lambda_j}{(1+r)^{j-t}} \leq 0, \quad L_{3j} \geq 0,$$

$$L_{3j}.\left(\zeta.P_{3j}^{*}.MP_{L_{3j}}^{Z_3} - \frac{\lambda_j}{(1+r)^{j-t}}\right) = 0$$

e por fim:

(15) $$\frac{\partial \Phi}{\partial X_{3j}} = \zeta.P_{3j}^{*}.MP_{X_{3j}}^{Z_2} - \frac{P_{3j}}{(1+r)^{j-t}} = 0$$

(16) $\dfrac{\partial \Phi}{\partial L_j^w} = \dfrac{\left(-\lambda_j + W_j\right)}{\left(1+r\right)^{j-t}} \leq 0, \qquad L_j^w \geq 0, \qquad L_j^w.\left(-\lambda_j + W_j\right) = 0,$

considerando ainda as equações (7), (2), (4) e (5), onde $\lambda_j \big/ \left(1+r\right)^{j-t}$ é a utilidade marginal dos serviços de capital humano no período *j*, e ζ é a utilidade marginal do rendimento descontado.

Façamos, então, a análise económica das condições de primeira ordem.

As equações (8) e (9) representam a condição óptima usual de combinação de bens em cada período. Os rácios das utilidades marginais dos dois bens devem ser iguais ao rácios dos seus custos marginais ou preços sombra, ou seja, $MU_{L_{1j}} \big/ MU_{X_{1j}} = \lambda_j / P_{ij}$. As equações (10)-(12) e (13) implicam que a produção de capital humano (investimento) ocorra a um a custo mínimo, ou seja,

$$\frac{MP_{L_{2t}}}{MP_{X_{2t}}} = \frac{\lambda_t}{P_{2t}}, \qquad \frac{MP_{L_{2t+1}}}{MP_{X_{2t+1}}} = \frac{\lambda_{t+1}}{P_{2t+1}}.$$

As equações (14) e (15) implicam que a produção de *output* agrícola seja feita, em cada período, a um custo mínimo:

$$\frac{MP_{L_{3j}}}{MP_{X_{3j}}} = \frac{\lambda_j}{P_{3j}}.$$

Dado o foco no capital humano deste modelo de HUFFMAN (2001), as equações (10) a (14) têm um significado especial. Primeiro, dão-nos informação sobre a dimensão óptima do investimento em capital humano em cada período. É a quantidade ou taxa para a qual o valor actual do retorno marginal da unidade de Z_2 é igual ao valor actual do custo marginal. Para o período *t*, isto implica:

$$PV_{Z_{2t}}^t = MC_{Z_{2t}} = \frac{\lambda_t}{MP_{L_{2t}}^{Z_2}} = \frac{P_{2t}}{MP_{X_{2t}}^{Z_2}}.$$

Em segundo lugar, o investimento em capital humano (o seu reforço ou diminuição) na agricultura, poderá ser analisado através do valor actual do retorno marginal de Z_2. Há dois efeitos: um, a mudança no valor actual resultante do acréscimo de produção agrícola, através da afectação de uma unidade adicional de capital humano em trabalho agrícola, e o segundo, a mudança no valor actual dos rendimentos marginais do trabalho resultantes da afectação de uma unidade adicional de capital humano em trabalho não agrícola.

A afectação de uma unidade adicional de serviços de capital humano entre produção agrícola e produção fora da agricultura é, segundo HUFFMAN (2001), muito sensível ao impacto relativo do capital humano na produtividade marginal do trabalho agrícola e na produtividade marginal do trabalho não agrícola. Ou especificando melhor, é sensível à elasticidade da procura dos serviços de capital humano que cada indivíduo defronta.

Se a produtividade marginal do capital humano é baixa na produção agrícola, talvez zero nas tarefas agrícolas para alguns agregados familiares, e se for elevada para tarefas não agrícolas, e sendo óptimo investir em capital humano, então, esse mesmo agregado familiar, vai apostar no acréscimo da fracção dos serviços de capital humano dedicados às tarefas não agrícolas. Segundo HUFFMAN (2001), este resultado será esperado em países nos quais a maior qualificação é recompensada em actividades fora da agricultura, e em que as novas tecnologias se estão a desenvolver lentamente. Alternativamente, as tarefas especializadas fora da agricultura podem ver o seu salário (especializado) inalterado apesar do aumento das qualificações, nomeadamente devido à exigência do esforço físico da tarefa e/ou devido a características institucionais específicas. Mas, ao invés a agricultura pode estar a começar a receber um fluxo constante de inovação tecnológica, que requerem o uso de qualificações para as utilizar. Neste contexto alternativo, as qualificações e a educação (ou seja o capital humano), não terão impacto no aumento de salário em actividades fora da agricultura, mas tê-lo-ão efectivamente na produtividade marginal do trabalho da agricultura. Logo, se o investimento em capital humano, expresso pelas condições acima for óptimo, então neste caso o agregado familiar afectará uma fracção maior de serviços de capital humano no trabalho agrícola.

No primeiro caso, seriam esperadas migrações dos campos para as cidades, uma vez que, sendo óptimo investir em serviços de capital humano, e como as tarefas não agrícolas eram mais valorizadas, então os indivíduos deslocam-se para actividades mais rentáveis. Mas se estivermos no segundo caso, então como a agricultura, a par da inovação tecnológica, remunera melhor o seu capital humano, então não haverá êxodo rural.

Em terceiro lugar, dada a vida dos agregados familiares em três períodos, uma comparação do valor actual do retorno marginal de um investimento do período t e $t+1$, demonstra que o adiamento da decisão de investimento em um período reduz significativamente o valor actual do retorno marginal. Logo, o modelo de HUFFMAN (2001) diz-nos que, a fazer investimento em capital humano, mais vale fazê-lo cedo na vida do agente, pois quanto mais tarde, menor será o valor actual da rentabilidade daí retirada. Este resultado é extremamente intuitivo. Adicionalmente, como o indivíduo não vive para além de *t+2*, não faz sentido investir em capital humano nesse período, pois incorre no custo, mas não tem o retorno.

Em quarto lugar, como o custo marginal do capital humano é crescente, então, será óptimo para um agregado familiar, fazer o seu investimento em capital humano para o mesmo indivíduo em mais do que um período, mesmo com uma vida finita e uma redução do retorno marginal a isso associada. Afectar em vários períodos o investimento em capital humano, é uma decisão óptima, quando a poupança de custos excede a redução do retorno associada ao adiamento da decisão de capital humano (veja-se a figura 3).

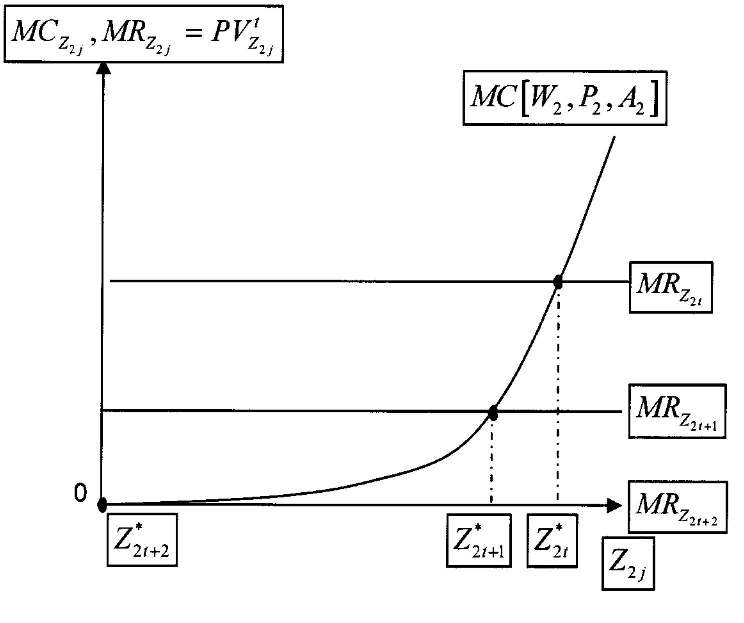


FIGURA 3 - Produção óptima de capital humano

Fonte: HUFFMAN (2001, p.343)

Em quinto lugar, se o período de vida fosse estendido até quatro períodos, por exemplo devido a melhores condições de saúde, isto levaria a um aumento da procura de investimento em capital humano, e *ceteris paribus*, a um aumento da duração do tempo de vida do capital humano (por exemplo, educação) investido por indivíduo.

Numa solução interior, com excepção de $L_{2t+2} = X_{2t+2} = 0$, o modelo implica que o investimento em capital humano é feito na margem até que:

$$\frac{MU_{L_1 j}}{\zeta} = PV_{Z^t_{2j}}.MP_{L_{2j}} = P^*_{3j}.MP^{Z_3}_{L_{3j}} = W_j.$$

Dado o horizonte temporal finito, a afectação óptima de serviços de capital humano em *t+2* será, na margem igual a:

$$\frac{MU_{L_1 j}}{\zeta} = P^*_{3j}.MP^{Z_3}_{L_{3j}} = W_j.$$

Nestes dois cenários as decisões de produção agrícolas são separáveis, a partir do consumo dos agregados familiares, a produção de capital humano e decisões de oferta de trabalho, ou seja, as decisões de *input/output* são decisões estáticas de maximização do lucro, com W_j como preço de L_{3j}. Por outro lado, como o período de vida dos agentes é finito e como um investimento, tomado no início da vida dos agentes, em capital humano, aumenta a capacidade de serviços de capital humano afectados mais tarde na vida desse mesmo agente. Neste caso o custo de oportunidade dos serviços de capital humano utilizados na produção desse capital humano (consumo) é o lazer do qual se abdicou (os aumentos futuros da produtividade).

HUFFMAN (2001) descreve, para a investigação empírica, uma lista de variáveis endógenas e exógenas deste modelo. Respectivamente, como endógenas em cada período temos as variáveis: quantidade de bens para consumo, para lazer e *inputs* comprados, *inputs* para a produção de capital humano (investimento), serviços prestados pelo capital humano; *inputs* adquiridos para a produção agrícola, para serviços de capital humano ou *inputs* simplesmente adquiridos; e a oferta de trabalho (serviços de capital humano) para actividades não agrícolas. Um limite superior às variáveis exógenas será a lista seguinte, para cada período:

W_t, W_{t+1}, W_{t+2}, P_{1t}, P_{1t+1}, P_{1t+2}, P_{2t}, P_{2t+1}, P_{2t+2}, P^*_{3t}, P^*_{3t+1}, P^*_{3t+2}, P_{3t}, P_{3t+1}, P_{3t+2}, C_t, C_{t+1}, C_{t+2}, A_2, A_3, α, δ e r.

3.4.2. Modelo estático a um período

A partir dos modelos de SINGH et al. (1986) e HUFFMAN (1991,1996) o agregado familiar agrícola toma as decisões de afectação de recursos para cada período maximizando a utilidade sujeita à restrição de recursos e de tecnologia. O agregado familiar retira utilidade do consumo de um bem produzido caseiramente Y_1 e a partir do lazer L:

(17) $U = U(Y_1, L)$

Em primeiro lugar o agregado familiar defronta uma restrição de tecnologia, a partir da função de produção do agregado familiar:

(18) $F(Y_1, Y_2, Y_3, H, X, A, E) = 0, \quad Y3 \geq 0, \quad X \geq 0$,

onde Y_1 é o *output* caseiro, Y_2 e Y_3 são *outputs* para o mercado (para venda). O *output* Y_3 pode ser ou não produzido, daí ser imposta uma restrição de não negatividade. H é o número de horas de trabalho dedicadas à agricultura pelos membros do agregado familiar, e X é o montante de *inputs* adquiridos, que podem ser utilizados ou não, daí a imposição de uma restrição de não negatividade.

A variável A é a tecnologia e condições agro-climáticas, e E é um índice de educação dos decisores do agregado familiar.

A função de produção permite adoptar novos *inputs* (e descartar-se dos antigos) e permite ainda reduzir e/ou aumentar o número de *outputs* produzidos. Para além disso, também permite estabelecer relações de substituição e de complementaridade entre os *inputs* variáveis e a escolaridade dos decisores do agregado familiar, permitindo melhorar a eficiência técnica na produção.

Para desenvolvimento do modelo HUFFMAN adopta a seguinte formulação:

(19) $Y_2 = f(Y_1, Y_3, H, X, A, E), \quad Y3 \geq 0, \quad X \geq 0$

Em segundo lugar, o agregado familiar defronta a restrição temporal:

(20) $T = L + H + H_m, \quad H_m \geq 0$

em que T representa o tempo total por ciclo de produção, que pode ser afectado em lazer L, trabalho agrícola do agregado familiar H, e trabalho salarial não agrícola H_m. Existe uma restrição de não negatividade para o trabalho não agrícola, H_m, porque este pode ser zero.

Em terceiro lugar, o agregado familiar defronta a restrição orçamental seguinte:

(21) $I = P_2.Y_2 + P_3.Y_3 + W_m.H_m + V = W_X.X$,

em que I representa o rendimento total do agregado familiar, que é gerado do seguinte modo: Resulta da venda dos bens 2 e 3 aos preços P_2 e P_3, do trabalho não agrícola do agregado familiar e de V é o rendimento líquido do agregado familiar das actividades caseiras (i.e. *non-farm non-labour*), líquido dos custos fixos associados à produção do agregado familiar. W_X é o preço de mercado dos *inputs*, e X são os *inputs* adquiridos. Este terceiro termo da equação representa o lado da despesa da restrição orçamental e o segundo termo a receita.

Por hipótese, todos os preços são exógenos e apenas o salário do trabalho não-agrícola depende da educação (E) e das condições económicas locais (Φ), logo: $W_m = W(E, \Phi)$.

Se substituirmos Y_2 dado pela equação (19) na equação (21), então duas das três restrições combinam-se, e o agregado familiar defronta a seguinte equação:

(22) $P_2.f(Y_1, Y_3, H, X, A, E) + P_3.Y_3 + W_m.H_m + V = W_X.X$

O agregado familiar tomará decisões de consumo, produção e oferta de trabalho (ou seja, utilizando o conjunto de escolha C: Y_1, L, $Y3$, X e H_m; através da maximização da função de utilidade equação (17), sujeita às duas restrições: a orçamental - equação (22) e a equação de restrição temporal (20), incluindo-se ainda as restrições de não-negatividade.

Deste modo, as condições de Khun-Tucker de primeira ordem são:

(23) $$\frac{\partial U}{\partial Y_1} = -\lambda_1.P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial Y_1}$$

(24) $$\frac{\partial U}{\partial L} = \lambda_2$$

(25) $$\lambda_1.\left(P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial Y_3} + P_3\right) \leq 0, \quad Y_3 \geq 0, \quad Y_3.\left(P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial Y_3} + P_3\right) = 0$$

(26) $$\lambda_1.P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial H} - \lambda_2 = 0.$$

(27) $$\lambda_1.\left(P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial X} - W_X\right) \leq 0, \quad X \geq 0, \quad X.\left(P_2.\frac{\partial Y_2}{\partial X} - W_X\right) = 0,$$

(28) $$\lambda_1.W_m - \lambda_2 \leq 0, \quad H_m \geq 0, \quad H_m.(\lambda_1.W_m - \lambda_2) = 0,$$

Com as equações adicionais, a restrição orçamental (22) e a restrição temporal (20), em que λ_1, representa a utilidade marginal do rendimento monetário e, λ_2 representa a utilidade marginal do tempo humano.

Se ocorrer uma solução interior, então as equações (23), (24) e (28) implicam uma taxa marginal de substituição óptima entre os bens caseiros Y_1 e o lazer L igual a

$$\frac{\partial U/\partial Y_1}{\partial U/\partial L} = -\frac{P_2.\partial Y_2/\partial Y_1}{W_m}$$

ou seja, igual ao rácio dos seus custos de oportunidade $(\partial Y_2/\partial Y_1 < 0)$. Se Y_3 for produzido, então o valor da redução marginal de Y_2 para produzir Y_3 terá de ser igual ao preço de Y_3 (ou seja: $-P_2.\partial Y_2/\partial Y_3 = P_3$). Numa solução interior, o trabalho familiar e os *inputs* adquiridos têm de ser de tal modo que os valores das produtividades marginais de um *input* sejam iguais aos seus respectivos preços: equações (26) e (27).

Como orientação para a investigação empírica, este modelo de HUFFMAN tem uma configuração ligeiramente diferente das variáveis endógenas e exógenas do modelo a três períodos. As variáveis endógenas são Y_1, os bens caseiros, L, a decisão de lazer, Y_2, Y_3, os bens para venda no mercado, X, a compra de *inputs* variáveis, H, as horas de trabalho agrícola e, H_m, as horas de trabalho não agrícola. As variáveis exógenas são os preços P_1, P_2, P_3, W_X, W_m, e ainda V, A, e E. Em particular numa solução interior as variáveis de produção agrícola do agregado familiar podem ser separadas das de decisão de consumo e de oferta de trabalho desse mesmo agregado familiar. As decisões de *inputs* agrícolas são então de molde a maximizar o lucro, desde que o preço do trabalho de família seja igual ao salário não agrícola. HUFFMAN (2001) acrescenta em jeito de conclusão que se o agregado familiar em vez de uma exploração tiver uma pequena horta, então a capacidade de aplicação deste modelo aumenta, passando também a ser válido para a maior parte dos agregados rurais e também para alguns urbanos.

Quanto à natureza do capital humano HUFFMAN (2001) também avança que a escolaridade e a experiência podem ser produtivas ou improdutivas dependendo das condições económicas em que os agentes se inserem. Em ambientes com flexibilidade de recursos, a agricultura terá de competir com outros sectores pela mão-de-obra especializada (ou não especializada).

Os salários da mão-de-obra especializada não necessitam de ser exactamente iguais entre sectores, mas, em equilíbrio, o diferencial de compensação dos salários, nomeadamente incluindo o valor não monetário dos atributos entre tarefas não agrícolas e agrícolas tem de ser igual. HUFFMAN (1996b) descreve que o diferencial compensatório entre tarefas agrícolas e não agrícolas tende a ser pequeno.

A escolaridade formal segundo HUFFMAN (2001) é importante e reveste-se de três factores: criação de capacidades, cultura local e também, em parte, *screening*, isto é, sinalização para o mercado de trabalho. A educação primária segundo HUFFMAN é essencial pois reveste-se de: literacia, numeracia, e solução de problemas, que é bastante útil para os agricultores. No entanto, HUFFMAN (2001) afiança que em alguns ambientes a experiência é mais importante do que a escolaridade. Especialmente em ambientes estáticos (a nível político, económico e técnico), a experiência acumulada parece ser um investimento mais importante do que a escolaridade. Isto porque a experiência agrícola acumulada tende a não se depreciar em ambientes com uma certa constância de parâmetros. No entanto, numa sociedade dinâmica, em que a esfera politica, económica e a própria tecnologia estão em mudança, nesse caso a formação escolar (académica) tende a ser mais valorizada, pois confere maior capacidade de adaptação ao mundo em mudança.

Assim o papel do capital humano é essencial para o mundo agrícola, e nos nossos modelos desta tese enquadrá-los-emos no contexto da reforma agrária.

Mas vejamos primeiro uma contribuição, a de CICCONE e MATSUYAMA (1996), sobre as dificuldades de acesso e de rentabilização desse mesmo capital humano em contexto de sub-desenvolvimento. O nosso objectivo é perceber como os limiares de acesso coarctam o acesso à própria tecnologia e o uso que se faz do capital humano, para se conseguir escapar dos equilíbrios de pobreza. Depois, integraremos na nossa contribuição teórica a análise de reforma agrária em modelos estáticos e dinâmicos com capital humano, tendo sempre como fim escapar desses mesmos equilíbrios de pobreza.

3.5. Teoria sobre *start-up costs* – CICCONE e MATSUYAMA (1996)

CICCONE e MATSUYAMA (1996) utilizam um modelo dinâmico de competição monopolística, para demonstrar que uma economia que herde um pequeno número de *inputs* especializados pode ficar "presa" num equilíbrio de pobreza e de sub-desenvolvimento. A capacidade limitada de *inputs* especializados força os produtores a utilizarem uma tecnologia trabalho intensiva, o que por sua vez se traduz num pequeno incentivo à introdução de novos *inputs* intermédios. Os *start-up costs*, que por sua vez fazem com que os produtores de *inputs* intermédios estejam sujeitos a rendimentos marginais crescentes à escala, e a externalidades pecuniárias, que resultam da substituição de factores no sector de bens finais, desempenham um papel essencial no modelo.

CICCONE e MATSUYAMA (1996), estendem o seu modelo básico de competição monopolística, tendo em atenção os "spillovers" tecnológicos associados à introdução de novos produtos na tradição dos modelos de crescimento endógeno de LUCAS (1988), ROMER (1986, 1987, 1990), e GROSSMAN e HELPMAN (1991).

3.6. Teoria sobre capital humano, *start-up costs* e reforma agrária - GERBASCH e SIEMERS (2005)

GERBASCH e SIEMERS (2005) demonstram neste seu estudo único e contemporâneo a esta tese (ROCHA DE SOUSA (2005)) que há um nexo de relação causal entre transferências da terra (reformas agrárias) e a formação de capital humano. Uma redistribuição sucessiva de terras permite aos seus beneficiários educar as suas crianças, escapar da pobreza e evitar o trabalho infantil. Estes autores concluem, na sua análise, que o acesso livre ao mercado de terras deveria ser evitado durante algum tempo. Mais, ainda concluem que é inevitável a existência temporária de um estado de desigualdade entre os pobres. Finalmente, concluem que há uma transição de uma sociedade rural pobre para uma sociedade mais desenvolvida e fundada no capital humano, a partir das reformas agrárias.

A sua abordagem é, a par desta tese, a única conhecida até à data, que junta três factores chave de sucesso das reformas agrárias: análise de reformas agrárias dinâmicas, o capital humano utilizado no processo e os custos de acesso a essa mesma tecnologia – isto é, os *start-up costs*. A abordagem de GERBASCH e SIEMERS (2005) baseia-se nos modelos de Gerações Sobrepostas (OLG) para dinamizar a relação entre capital humano e as reformas agrárias. Também centram a análise nos *thresholds*, isto é limiares de acesso à tecnologia de capital humano, tal como nós procedemos nesta nossa tese, na secção da contribuição estática.

A nossa abordagem, ao invés dos modelos discretos, faz também uso de modelos dinâmicos (contínuos) de crescimento económico, mais concretamente o de ARROW e o de JOVANOVIC, também incluindo o papel chave do capital humano nas reformas agrárias. As nossas conclusões, como veremos, tendem a ser complementares; também a viabilidade dinâmica das (nossas) reformas agrárias está dependente da (re)acumulação do capital humano, após o choque da saída dos latifundiários e a entrada dos campesinos não instruídos. A nossa principal conclusão é a de que uma reforma agrária será economicamente tão bem sucedida, quanto maior for o efeito de herança (isto é aquilo que nos nossos modelos chamaremos de transmissão de conhecimentos dos latifundiários para os campesinos), mais rápido sendo o efeito de recuperação do capital humano e maior o efeito no crescimento económico.

Vejamos ainda uma das poucas contribuições da dinâmica de reformas agrárias, no modelo seguinte de HOROWITZ (1993).

3.7. Teoria dinâmica sobre reforma agrária - Modelo de HOROWITZ (1993)

HOROWITZ (1993) é um dos poucos modelos que esboça a análise dinâmica da reforma agrária, em que os agentes têm de escolher entre aceitar essa reforma agrária ou entrar em conflito aberto. De modo semelhante a GERBASCH e SIEMERS (2005), e aos nossos resultados desta tese, a reforma agrária óptima resulta de uma sucessão óptima de redistribuição da terra. No entanto, HOROWITZ (1993), utilizando um contexto de teoria dos jogos cooperativos tem como objectivo evitar o conflito. Ao invés, o trabalho de GERBASCH e SIEMERS (2005), tal como a nossa tese, visa estabelecer as condições de saída de equilíbrios de pobreza em contexto de capital humano. Assim, a nossa contribuição original é mais na linha de HOROWITZ

(1993), através dos instrumentos, o uso de um modelo dinâmico de crescimento de reforma agrária, mas com o objectivo mais próximo do de GERBASCH e SIEMERS (2005): reformas agrárias que façam sair do equilíbrio de pobreza. Este é o contexto do nosso estudo, embora possamos demonstrar que em grande parte a contribuição desta tese, nomeadamente o trabalho de ROCHA DE SOUSA (2005) de Julho, foi quase simultânea, aliás como costuma suceder em todos os processos de investigação científica, ao de GERBASCH e SIEMERS (2005) - artigo de Agosto de 2005.

Antes ainda de dar por concluída a revisão da literatura façamos a recensão de apenas dois dos modelos mais importantes, numa das vertentes da reforma agrária, que não é despicienda: a dimensão de economia política. Embora nesta tese não façamos a abordagem desta problemática, este autor perspectiva investigação subsequente na área e convém apenas referenciar que, a literatura neste campo, especialmente também com a dimensão do capital humano, está em franco desenvolvimento.

4. Modelos de economia política de reforma agrária

4.1. Modelo de CONNING e ROBINSON (2002) de reforma agrária

Segundo os autores CONNING e ROBINSON (2002), um tema dominante na literatura moderna do desenvolvimento agrícola é o facto de os padrões contratuais e de propriedade serem definidos pelos problemas de incentivos levantados pela dificuldade de verificar o esforço dispendido (monitorizar). Esta situação é agravada pelo facto de as acções dos agentes não serem directamente observáveis.

Estes autores introduzem um tópico novo na literatura de politica económica agrícola que é central na nossa tese: o papel do capital humano na reforma agrária.

Uma teoria coerente de organização agrária deveria ser capaz de explicar, segundo os autores, as diferenças entre os diferentes continentes e regiões e a sua respectiva evolução ao longo do tempo. Exemplificando, na ausência de economias de escala, esta teoria dos autores prevê que a área actual sob regime de arrendamento (*tenancy*) seja maior em regiões onde a terra está menos bem distribuída. Este facto decorre de o mercado de arrendamento ter uma função redistributiva ao afectar terras a partir de situações mais desiguais, ou seja, os agregados familiares mais dotados com terras, vão facilmente arrendá-las - explicando isto uma maior prevalência deste tipo de contrato quando há maior desigualdade.

Apesar de as comparações agregadas do arrendamento de terras (*tenancy*) entre regiões dependerem de factores agro-climáticos e factores tecnológicos, os autores esperam no entanto uma menor incidência do arrendamento em regiões como a Ásia, onde a desigualdade da terra é mais baixa - em rigor a partir da segunda metade do século XX, onde tivemos reformas agrárias na China, no Japão, na Coreia do Sul e Taiwan. Ao invés espera-se uma percentagem de terra explorada de acordo com o arrendamento (*tenancy*) na América Latina, pois nesse espaço a desigualdade tem sido mais elevada.

Os autores mostram que a evidência não está de acordo com as hipóteses supra-citadas, recorrendo ao QUADRO 13 - vide Anexo 16 no final da tese.

4.2. Modelo de BALAND e ROBINSON (2003) de reforma agrária

BALAND e ROBINSON (2003)[11] no seu "*Land and Power*" estudam o impacto da corrupção eleitoral na afectação de recursos, no equilíbrio do mercado de factores e na desigualdade dos mercados agrícolas. Os autores centram-se no controle dos votos dos trabalhadores agrícolas exercido pelos senhorios. Mostram que, se a relação de empregabilidade estiver sujeita a risco moral, então as rendas resultantes, isto é as que são concedidas pelos empregadores, dão-lhes vantagem comparativa no controle da actividade política dos trabalhadores. Isto gera um incentivo adicional à posse da terra e leva a uma elevada concentração da terra, que é ineficiente. Os autores testam ainda o seu modelo através da introdução do voto secreto nas eleições no Chile de 1958.

[11] ACEMOGLU e ROBINSON (2006) analisam os determinantes económicos e as origens económicas das ditaduras e das democracias. Esta vertente de teoria dos jogos pode ser interessante para modelar, de igual modo a reforma agrária, tendo em atenção estes mesmos determinantes.

5. Desafios da literatura

Após termos revisto a literatura, o nosso desafio, de explicar a viabilidade económica das reformas agrárias, assenta assim teoricamente, em duas bases: *i*) em termos estáticos, usar o instrumental analítico dos *start-up costs* e *threshold costs* da teoria microeconómica, e *ii*) usar em termos dinâmicos dois modelos de crescimento: o de ARROW, que tem em conta o efeito de aprendizagem ao longo do tempo, e o de JOVANOVIC, com entrada e saída de empresas, em ambos os casos adaptado ao capital humano. Estas são as nossas contribuições teóricas.

Uma das ideias fundamentais desta tese é, dada a vastidão da bibliografia sobre reforma agrária, e especialmente a económica [12], identificar pontos inexplorados e que mereçam a nossa análise de reforma agrária.

De facto o entrosamento causal entre capital humano, e o limiar que rentabiliza esse mesmo acesso (*start-up* e *threshold costs*), e a dinâmica desse mesmo processo de reforma de agrária, permanece, nesta tripla vertente, largamente inexplorado. Tal como referimos atrás, o estudo "rival" de GERBASCH e SIEMERS (2005) é, em simultâneo com o nosso, o único que aborda esta problemática, desta nova forma.

Passemos então à nossa contribuição estática, tendo em atenção os *thresholds* ou *start-up costs* de acesso ao capital humano, num contexto de reforma agrária. De seguida abordamos os nossos modelos dinâmicos *à la* ARROW e JOVANOVIC, e depois analisamos uma experiência concreta de reforma agrária do Brasil, a do Programa de Cédula da Terra, em que as nossas conclusões teóricas são em grande parte confirmadas pela análise empírica.

---

[12] A literatura de desenvolvimento económico também é vasta e aborda em parte este tema: BHARDAN e UDRY (1999, 2000a, 2000b), analisam modelos microeconómicos de desenvolvimento, CHANG, H.-J. (2002, 2007) recorre ao método histórico para explicar o sucesso do desenvolvimento. Por outro lado, MILANOVIC (2005) tem uma abordagem inovadora ao procurar realizar a primeira distribuição mundial do rendimento dos agregados familiares, e não apenas por via dos países. Em ROCHA DE SOUSA e CAETANO (2006, 2007) procurámos analisar a relação entre o IDE-Investimento Directo estrangeiro e o IDH- Indice de Desenvolvimento Humano. A questão do desenvolvimento rural em particular é abordada por ELLIS (1988, 1992) e UPTON (1996).

PARTE III: CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA ESTÁTICA

6. Modelo de Reforma Agrária
6.1. Introdução
6.2. Modelos de empresa sem incerteza estáticos com "*start-up cost*"
6.2.1. Modelo com "*start-up cost*"
6.2.2.Modelo 1A com "*start-up cost*" e de grande empresa
6.2.3.Modelo 1B com "*start-up cost*" e pequenas empresas
6.2.4. Estática comparada do Modelo 1 de "*start-up cost*"
6.3. Modelo 2 de "*start-up cost*" alternativo
6.3.1. Modelo 2 de grande empresa
6.3.2. Modelo 2 de pequena empresa
6.3.3. Estática comparada do Modelo 2

7. Modelo 1 de "*start-up cost*" generalizado
7.1. As hipóteses de partida: Reforma agrária uniforme e não uniforme
7.2. O problema na óptica social
7.3. Procuras óptimas de factores
7.4. Função oferta da empresa
7.5. Função lucro
7.6. Teorema do envelope
7.7. Conclusões generalizadas do Modelo 1 de "*start-up cost*" generalizado
7.8. Extensões intuitivas ao Modelo 1 generalizado
7.9. A óptica social do Modelo Generalizado

8. Modelo de "*start-up cost*" generalizado a mais de uma variável
8.1. O problema
8.2. Formalização
8.3. Solução do óptimo social
8.4. Análise gráfica das condições de optimalidade

9. Modelo de crédito com jogo no colateral
9.1. Introdução ao modelo: a noção de "*default*"
9.2. "*Default*" e colateral
9.3. Revisão do modelo de BHADURI (1977)
9.4. Extensão do modelo de BHADURI (1977)
9.5. Modelo de crédito a dois estados com "*start-up cost*"
9.5.1. Introdução: 1º Passo do modelo
9.5.2. Resolução da decisão de investimento: 2º Passo do modelo
9.6. Análise gráfica das condições de optimalidade

6. Modelo de Reforma Agrária

6.1. Introdução

A **motivação** desta tese é a de compreender o *trade-off* eficiência/equidade nos mercados agrícolas, tendo como **objecto** de estudo a reforma agrária, que na nossa definição (Caixa 1) representa a redistribuição de latifúndios de empresários instruídos para minifúndios de campesinos não instruídos. O nosso **objectivo** é assim o de analisar a viabilidade económica destas reformas agrárias, ou seja o de determinar quais as circunstâncias em que estas seriam bem sucedidas.

Detectámos nos capítulos anteriores de revisão da literatura que a relação entre o capital humano, o seu limiar de acesso, nomeadamente a forma de o rentabilizar no processo de reforma agrária continuam largamente inexplorados. Nesta linha de raciocínio vamos construir modelos de análise de reforma agrária com capital humano, tendo em atenção os "*start-up costs*" e "*threshold costs*".

Um "*start-up cost*", como o nome indica é um custo de início de actividade, ou, especificando melhor, é um custo de entrada num mercado, onde pode já existir um incumbente, ou, no caso de um mercado totalmente novo, tratar-se-á de um custo para se tornar este o incumbente do mercado. Um "*threshold cost*", ou limiar de custo, caracteriza-se por ser um custo que tem um comportamento especificado a partir de um determinado limiar; ou seja, é uma função que se comporta de uma determinada maneira a partir de um certo ponto ou limite. A literatura de economia industrial tem analisado em detalhe os "*start-up costs*", e a de economia do desenvolvimento tem analisado os "*threshold costs*", veja-se por exemplo AZARIADIS e DRAZEN (1990). Estes autores definem limiares a partir dos quais há multiplicidade de equilíbrios para o processo de crescimento económico, nomeadamente tendo em atenção que há externalidades associadas a esse mesmo crescimento. Em suma, AZARIADIS e DRAZEN (1990) definem um processo descontínuo de crescimento económico, ou seja um em que, excedendo-se um certo limiar, se dá um arranque do processo de crescimento económico. Se não se exceder o limiar "crítico" (o "*threshold*") então não se dá o arranque do processo de crescimento económico, e o país em causa não se consegue desenvolver.

No nosso caso, vamos primeiramente analisar os "*start-up costs*" e/ou "*threshold costs*", em modelos estáticos e a sua interacção com o sucesso da reforma agrária, tendo sempre em atenção o "*trade-off*" eficiência e equidade. Assim, procuramos responder à pergunta da Caixa 1, mas utilizando instrumentos conhecidos da economia industrial e do desenvolvimento, aplicando tudo isto a um novo objecto: a realidade do capital humano e a sua condicionante para o sucesso e/ou viabilidade da reforma agrária.

Temos no entanto de ter um ponto de partida para a nossa análise de reforma agrária. Só fará sentido analisar a reforma agrária, tal como a definimos na Caixa 1, se antes (i.e. ex-ante) da implementação deste processo, a distribuição da terra for ineficiente e iníqua. Assim, procedemos à análise da distribuição mundial do rendimento por zonas geográficas e à distribuição mundial da terra. Nomeadamente através da análise do índice de Gini de concentração (ou de desigualdade) da distribuição da terra. Conclui-se que a maior concentração da terra entre 1966-90 se verificou na América Latina: o índice de Gini para a concentração da terra, nos anos de 1966 a 1990, foi de 81%, enquanto que o índice de Gini para o rendimento na América Latina, para o mesmo período de referência foi de cerca de 50%. Veja-se o Anexo 16.2. (no final da tese) para análise mais detalhada. De qualquer modo, estes valores para o índice de concentração da posse da terra, justificam empiricamente que a distribuição da terra e do rendimento antes (ex-ante) da implementação do processo de reforma agrária é iníqua e ineficiente. Salientando-se em especial o caso da América Latina, daí o termos procedido a uma análise empírica da reforma agrária no Nordeste do Brasil na parte V desta tese.

RAY (1998) refere que não há eficiência da terra, nomeadamente devido ao esforço e à nutrição, e tal como vimos também na nossa revisão da literatura, nomeadamente, devido ao esforço de monitorização e de implementação dos próprios contratos agrícolas. Assim justificamos a necessidade de intervenção por via da redistribuição da terra, tendo em atenção o *trade-off* eficiência *vs* equidade. Na nossa parte empírica analisaremos em concreto a eficiência de um programa de reforma agrária (via mercado), o do Cédula da Terra, que também visa objectivos de melhorar a equidade – i.e. tem o objectivo final de integrar o pequeno agricultor minifundiário na sociedade rural brasileira.

Passemos então à nossa formulação teórica. Temos de partir da hipótese de que a eficiência em grandes explorações é baixa, para ser então viável redistribuir para pequenas parcelas, e assim conseguir ganhos (potenciais) de eficiência. Ou seja, o produto total agrícola aumentaria e a própria produtividade também com a reforma agrária. Levanta-se, no entanto, de imediato uma questão fundamental: Se a eficiência em explorações mais pequenas é maior, porque não vendem os grandes proprietários as terras aos mais pequenos, resolvendo-se deste modo tudo pelo mercado? A resposta a esta questão torna-se evidente quando se verifica que os pequenos agricultores defrontam restrições de liquidez, têm dificuldade de acesso ao crédito e dificuldade de obter "colateral" para conseguir comprar e/ou arrendar terras. De igual modo, existe o problema do risco moral na monitorização do esforço dispendido na exploração da terra, tal como vimos na secção de revisão da literatura.

Adicionalmente os pequenos agricultores também têm maior dificuldade de acesso ao capital humano seja ele específico (assistência técnica) e ou capital humano geral (educação). Além disso, o capital humano também exige uma certa complementaridade com o capital físico, ou seja, não basta ter a instrução para cultivar a terra, também é necessário ter capacidade financeira para o fazer, nomeadamente ter capital físico, como instrumentos, sementes, produtos fito-sanitários e/ou pequenas máquinas.

Partimos assim na nossa análise, nos modelos deste capítulo 6, em que a eficiência em grandes explorações é menor do que nas mais pequenas. Definimos que há um limiar mínimo de rentabilização do próprio capital humano – o tal "*threshold*" que permite tornar rentável a utilização da terra. No nosso primeiro modelo os resultados são *pró-status quo*, ou seja, não vale a pena fazer reforma agrária (tal como a definimos na Caixa 1) porque a grande empresa tem poder de mercado. Assim que flexibilizamos esta hipótese, no nosso modelo 2 de "*start-up cost*" variável, os mais pequenos acabem por ter vantagem, pois assumimos há ganhos de produtividade do trabalho por a terra a explorar ser mais pequena.

Para fazermos esta análise de reforma agrária vamos considerar os mesmos coeficientes tecnológicos (i.e. para ser neutro quanto à eficiência) e passamos da grande para pequena exploração agrícola.

Intuitivamente espera-se que uma reforma agrária sem melhoria do capital físico e do capital humano, tal como os casos empíricos analisados pela literatura económica o demonstram, seja um falhanço.

Uma das questões que se levanta é então: Como se pode ter mais eficiência e mais equidade num contexto de reforma agrária?
O modelo de base terá, assim, de abordar os seguintes três tópicos: (i) o problema do crédito, pois existe o problema da falta de "colateral"; (ii) o problema do capital humano e a sua diferente distribuição nas zonas rurais ; e finalmente (iii) o problema do conhecimento tecnológico.

Assim na nossa vertente devem surgir duas grandes classes de modelos: o modelo da grande empresa e o modelo da pequena empresa.

A) O modelo da grande empresa, representa o grande latifundiário ou empresa agrícola, que recorre ao uso de assalariados, tem elevado crédito (pois consegue deter uma elevada parcela da terra que pode usar como "colateral"), e tem em geral um nível de capital humano mais elevado.

B) O modelo da pequena empresa, baseia-se no agregado familiar (modelos estilo *household production*), defronta restrições de crédito e de capital humano.

Nestas duas classes de modelos levanta-se a questão de como passar do grande para o pequeno modelo? Surge assim a seguinte problemática nesta passagem do latifúndio dos agentes instruídos para minifúndios dos campesinos não instruídos: por um lado, o problema de obter "colateral" para a pequena empresa; por outro lado, o problema do baixo capital humano para pequena empresa de cariz familiar ("*household*"), e adicionalmente a hipótese de que aquela pode explorar por si próprio a terra (sendo esta a própria definição de pequeno agricultor).

Centraremos a contribuição formal e teórica da tese nos modelos de "*start-up cost*", definindo-se este como o custo de início de actividade ou de limiar ("*threshold*") de capital humano que permite sair do limiar de pobreza e assim aceder a uma reforma agrária bem sucedida.

Tanto quanto sabemos, a literatura correspondente estas questões, até à data de início desta tese, apenas citava CICCONE e MATSUYAMA (1996) em que se analisava o contexto de "*start-up cost*" e as externalidades pecuniárias no processo de desenvolvimento económico, via capital humano. A contribuição destes autores era a de procurar equilíbrios económicos fora do equilíbrio de pobreza. A fuga a estes equilíbrios de pobreza, era conseguida através da superação de um dado limiar- *"threshold"*, e assim os seus modelos apresentavam multiplicidade de equilíbrios. A sua abordagem baseava-se no uso de um modelo dinâmico de concorrência monopolística. Todavia, a abordagem de reforma agrária neste contexto de *"start-up cost"* continuava e continua largamente por explorar. Apenas um artigo recente de GERBASCH e SIEMERS (2005) faz uso dessa abordagem. No entanto essa abordagem é feita no contexto dos modelos OLG - *overlapping generations model* – i.e. modelos de geração sobrepostas. Este facto apenas vem reforçar a ideia de quão interessante e fundamental nos parece ser o tema desta tese. De qualquer modo a contribuição desta tese, especialmente no que concerne aos modelos estáticos tem a ver com o *"start-up cost"* e, nos modelos dinâmicos, com a questão do *"learning by doing"* (LBD) no modelo de ARROW e no modelo de JOVANOVIC, voltando-se a colocar a questão do *"threshold"*, i.e. o limite à sobrevivência das empresas.

No nosso modelo 6.2.1. (até secção 6.2.4) o *"start-up cost"* é dado como um limiar de capital humano que se tem de exceder de modo a sair da pobreza. Neste modelo como veremos, uma vez que o *"start-up cost"* está fixo por um limiar crítico, temos um resultado **sempre contra reforma agrária**.

No modelo 2 de *"start-up cost"* alternativo, secção 6.3., desta feita a hipótese é a de que mais capital humano melhora a produtividade do trabalho. Contrabalançam-se dois efeitos: um **efeito pró-eficiência** de passar de latifúndio para minifúndios de concorrência perfeita, versus um **efeito pró-aprendizagem** de passar de minifúndio para latifúndio. A comparação de área A com B no gráfico dessa secção permite visualizar qual dos efeitos é o dominante e daí inferir se vale a pena ou não realizar reforma agrária, tal como a definimos no sentido da Caixa 1 da nossa introdução.

No capítulo 7 desta nossa tese, o *"start-up cost"* generalizado é variável e definido em função de se exceder um limiar de rendimento. Supomos dois tipos de reforma agrária: a do **tipo i)** Reforma agrária uniforme, em que o latifúndio é substituído por um só tipo de minifúndio; a do **tipo ii)** Reforma agrária não uniforme, em que o latifúndio é substituído por meso-fúndios e micro-fúndios. O limiar (*"threshold"*) é definido em termos de capital humano, ou seja, existe um limiar de capital humano que é função do tamanho da terra de tal modo que quando se excede este limiar se torna viável e rentável o investimento em capital humano. A viabilidade de reforma agrária depende da análise de bem-estar.

No capítulo 8 faz-se uma abordagem da óptica social da reforma agrária num contexto de um modelo a quatro factores. São determinadas as condições de optimalidade de um planeador social e o número óptimo de meso-parcelas e micro-parcelas.

No capítulo 9 introduz-se incerteza, baseando-nos no modelo de BHADURI (1977), fazendo-se uma extensão a este modelo através, de novo, do conceito de "*start-up cost*" inicial, i.e. investimento adicional em capital humano, acima de um dado limiar crítico. No modelo do capítulo 9.5 fazemos uma análise de um modelo de crédito com "*start-up costs*" a dois estados: no primeiro observa-se se se tem acesso aos limiares ou não e no segundo calculam-se as condições de optimalidade. Por fim de seguida, na parte IV, apresenta-se um modelo dinâmico de reforma agrária utilizando a noção de "*learning by doing*" de ARROW (capítulo10), e no capítulo 11 utiliza-se o modelo da empresa de JOVANOVIC para esboçar a sobrevivência dos latifúndios.

6.2. Modelos de empresa sem incerteza estáticos com «start-up cost»

Comecemos por modelar o problema do maximizar o lucro de um grande latifúndio, que assumimos, por hipótese, tratar-se do único produtor da região. Estamos assim perante o problema típico do monopolista. Note-se que este facto poderia não implicar directamente um monopólio, pois depende do que se produz. Por exemplo o grande latifúndio pode produzir café ou algodão, produtos estes que seriam vendidos no mercado internacional. Esclarecida esta "reserva", admitamos que, neste caso; a grande empresa agrícola se comporta, de facto, como um monopolista.

6.2.1. Modelo 1 com *«start-up cost»*

Introduzimos uma noção de *«start-up cost»*[13], tal que a função custo reflecte o facto de o **capital humano** inicial ($\overline{H}_0$) exceder ou não um **valor crítico** (H^*) de acesso por exemplo à tecnologia, definindo-se $\phi(H-\overline{H_0})$ como o **investimento adicional** em capital humano. Assim, este valor crítico H^* é o nível mínimo (*threshold*) a que corresponde $\phi(H-\overline{H_0})$, o *«start-up cost»* inicial. Trata-se de um limiar de acesso a um '*conjunto*' de conhecimentos, i.e. limiar de capital humano - que pode ser analisado como anos de escolaridade, e no nosso caso, mais realisticamente, como assistência técnica aos agricultores. Por vezes, o próprio nível de saúde humana é considerado capital humano, pois um bom nível de saúde é condição necessária para um bom desempenho laboral e bom desempenho na própria formação e na escola.

Uma maneira intuitiva de considerar este "*start-up cost*" de capital humano é, por exemplo, admitir que os quatro anos iniciais de instrução primária são cruciais, pois permitem aprender numeracia e literacia, fundamentos básicos da instrução e da inserção em qualquer economia de mercado. Assim, poderíamos dizer que a instrução básica, nomeadamente estes quatro anos, constituiriam o limiar ou "*threshold*" de capital humano. Por outras palavras, agricultores sem esta instrução básica, não conseguem, por exemplo, proceder à leitura da rotulagem dos produtos químicos a aplicar (e daí que não consigam sem auxílio externo, implementar estes mesmos procedimentos). Este é o caso de um limiar de acesso ao capital humano baseado na mais básica instrução (no fundo, alfabetização básica) que também tem repercussões ao nível do próprio capital físico, a inumeracia limita a capacidade de entrada destes campesinos nos mercados de capitais, ou mais simplesmente na obtenção de um simples empréstimo bancário, mesmo de uma instituição de crédito rural. De igual modo, a iliteracia também concorre neste mesmo sentido que a inumeracia, ao limitar a capacidade de ler e compreender a celebração de contratos (escritos) formais, nomeadamente as cláusulas que prevêem a regulação (monitorização) do esforço do mandatário.

Vejamos assim as hipóteses do nosso modelo:

[13] O *«start-up cost»*, como o nome indica, é o custo de início de actividade, ou seja, condiciona a entrada de novas empresas no mercado.

Hipóteses:

i) Modelo a um factor: *H*, i.e. capital humano.

ii) $\phi(H-\overline{H_0})$ é a função custo do capital humano (investimento adicional em *H*) que obedece a:

$$\phi(H-\overline{H_0})=\begin{cases}\infty, \overline{H_0}<H^* \\ \phi_1.(\mathrm{H}-\overline{H_0}),\ \overline{H_0}\geq \mathrm{H}^*\end{cases}$$

onde $\phi'=\phi_1>0$, e é constante para o ramo relevante.

Ou seja, esta função define um custo proibitivo de acesso ao capital humano para as pequenas empresas ($\overline{H_0}<H^*$), pois estas não têm massa crítica de capital humano para a ele conseguir aceder. Dito de outro modo, os campesinos não conseguem aceder a um custo finito do capital humano básico. Ao invés, as grandes empresas, i.e. os latifundiários ($\overline{H_0}\geq H^*$) defrontam um custo marginal fixo do investimento adicional em capital humano, por hipótese de simplificação. Adicionalmente, assumimos que o limite quando H tende para zero do custo do capital humano também é infinito. Ou seja, H^* trata-se do referido exemplo citado acima, o limiar de acesso ao capital humano - os quatro anos de ensino básico, que fornecem o acesso à literacia e numeracia, i.e. à alfabetização básica.

A função lucro da empresa da geral, quer seja grande ou pequena, será então:

(1) $$\pi(H)=p(Y(H)).Y(H)-\phi(H-\overline{H_0})-\overline{CFT}$$

Note-se neste caso que o custo de capital humano é o custo adicional de capital humano (investimento em capital humano), pois assume-se que o custo de $\overline{H_0}$ já foi incorrido e é irreversível.

A hipótese que está subjacente é a de começar por analisar o impacte do capital humano na função lucro consoante o tamanho da exploração, uma vez que no contexto de reforma agrária se passa de grandes latifúndios para pequenas explorações. Note-se que o modelo pode parecer irrealista por apenas incluir o capital humano, mas este é um ponto de partida para modelos mais completos onde a variável terra e outros factores se tornem endógenos.

Assim, podemos considerar, nesta análise inicial, que o custo da terra, do capital fixo e do trabalho estão incluídos nos custos fixos totais.

6.2.2. Modelo 1A com «*start-up cost*» e grande empresa

Vamos procurar obter as condições de primeira ordem para este monopolista:

(2) $$\frac{d\pi^G}{dH} = p.\frac{dY}{dH} + \frac{dP}{dY}.\frac{dY}{dH}.Y - \phi_1 = 0$$

Re-arranjando a expressão (2) fica-se com:

$$\left[p - \frac{\phi_1}{\frac{dY}{dH}}\right]\frac{dY}{dH} = -\frac{dP}{dY}.\frac{dY}{dH}.Y$$

donde facilmente resulta:

(3) $$\frac{\left[p - \frac{\phi_1}{dY/dH}\right]}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{Y,P}}$$

em que $\varepsilon_{Y,P} = -\frac{dY}{dP}.\frac{P}{Y}$ representa a elasticidade da procura preço directa do bem.

Tal significa a obtenção da condição de que o "*mark-up*" (preço face ao custo marginal[14]) deve ser igual ao inverso da elasticidade, de forma a maximizar o lucro do monopolista.

Comparando com o caso de **concorrência perfeita** (N empresas) sem «*start-up cost*», i.e basta assumir que as empresas se encontrariam no segundo ramo da função custo do capital humano e que o preço do *output* que enfrentam será exógeno. Isto porque a elasticidade da procura individual seria infinita, logo teríamos como condição de "*first-best*" do modelo, a usual condição: preço igual ao custo marginal, não havendo perdas de eficiência. Contudo, o caso que nos interessa é o de pequenas empresas que defrontam o «*start-up cost*», para ser comparável à situação de monopólio.

6.2.3. Modelo 1B com «*start-up cost*» e pequenas empresas

Neste caso, admitimos que existem *N* pequenas empresas que resultam da divisão da grande empresa monopolista, mas nenhuma delas tem poder de mercado, e tão pouco consegue aceder ao «*start-up cost*» do capital humano, ou seja, $H^p < H^*$, logo o custo do capital humano será proibitivo. Por outras palavras, estamos a assumir que os campesinos não atingem o limiar de instrução suficiente e que, como tal, isto leva a custos incomportáveis em termos de exploração da terra, nesta análise de um modelo a um factor em exclusivo (o capital humano).

Assim a maximização do lucro levará no curto prazo a um prejuízo proibitivo.

(4) $\pi(H)^p = p.Y(H) - \infty - \overline{CFT} = -\infty < 0$

Claramente, este facto leva a que, no longo prazo, todos os pequenos agricultores, os ditos campesinos, queiram abandonar a actividade, pois defrontam prejuízos insustentáveis. Note-se que a hipótese acima sobre a iliteracia dos campesinos, leva-nos, assumidamente, à determinação desta solução. Ou seja, se suavizássemos a hipótese de tal maneira a permitir aos campesinos atingir o limiar (i.e. o "*threshold*") do capital humano, então naturalmente a solução, para as pequenas empresas dos campesinos, seria diferente.

6.2.4. Estática comparada do Modelo 1 com «*start-up cost*»

No modelo 1A obtivemos as condições de optimalidade para a grande empresa, que apesar de ser ineficiente face a uma situação de concorrência perfeita sem «*start-up cost*» (aquilo a que chamaríamos de «*first best*» teórico) torna-se mais eficiente do que a situação com de concorrência perfeita com «*start-up cost*».

Vejamos, com H^{**} da grande empresa a obedecer a (3) e $H^{**} > H^*$:

(5) $\pi(H^{**})^G = p(Y(H^{**})).Y(H^{**}) - \phi(H^{**}) - \overline{CFT} > 0$

Assim temos *N* pequenas empresas no agregado a terem um prejuízo insustentável ($-N.\infty = -\infty$).

Em relação a este modelo de «*start-up cost*», e apenas a um factor produtivo (capital humano), podemos concluir que, apesar de ser ineficiente face ao «*first-best*»

---

[14] No caso de concorrência perfeita teríamos $\frac{d\pi}{dH} = p.\frac{dY}{dH} - \phi_1 = 0 \Leftrightarrow p = \frac{\phi_1}{dY/dH}$. Ou seja, p=Cmg.

(sem «*start-up cost*»), o monopolista tem um lucro maior do que os prejuízos das *N* pequenas explorações resultantes da reforma agrária.

Assim, **a existência de um «*start-up cost*»**, neste modelo estático muito simples, **é contra a existência de Reforma Agrária**, em que se passa de uma parcela latifundiária (estilo monopolista regional) para *N* pequenas parcelas idênticas campesinas, mas que não asseguram o acesso ao capital humano, o que, intuitivamente, explica aquele resultado.

Os resultados aqui obtidos são muito sensíveis à hipótese do «*start-up cost*» inicial, ou seja, a não desejabilidade de reforma agrária vem exclusivamente do facto de as pequenas empresas defrontarem um custo de «*start-up*» em relação ao capital humano incomportável.

Na secção seguinte 6.3. generalizamos o modelo 1, fazendo variar o «*start-up cost*». Procedemos a uma **extensão** deste modelo 1 inicial incluindo a variável trabalho, procurando contrabalançar dois efeitos: o efeito pró-eficiência de passar de monopólio (latifúndio) para as pequenas explorações, com o efeito de aumento do «*start-up cost*». A questão que se torna obviamente relevante prende-se com a determinação de qual dos efeitos dominará. No caso visto até agora domina claramente o efeito «*start-up cost*» e por isso a reforma agrária nunca é desejável, desde que não se atinja o limiar de capital humano para as pequenas empresas agrícolas campesinas.

6.3. Modelo 2 de «*start-up cost*» alternativo

Nesta secção consideramos a variável capital humano (*H*) como variável de estado que influencia *Y* e analisamos num contexto de «*start-up cost*» (mais geral) o que ocorre em termos de eficiência com a introdução do trabalho (*L*).

Hipóteses:

i) modelo a 2 factores: *H*, i.e. capital humano e *L*, i.e. trabalho.

ii) $H^G > H^P$: o nível de capital humano (inicial) dos latifundiários é maior do que dos minifundiários - é esta a versão de «*start-up cost*». Esta hipótese é crucial e permite caracterizar este novo modelo, sendo mais geral e realista: neste caso apenas assumimos que o capital humano (inicial) dos latifundiários é maior do que o (inicial) dos campesinos. Naturalmente, se à partida o capital humano dos latifundiários é maior que o dos campesinos, torna-se para estes mais fácil investir nesse mesmo capital humano, de modo a rentabilizá-lo, especialmente na sua relação com o trabalho, o que nos leva à hipótese seguinte.

iii) A hipótese fundamental é a de que o acréscimo de capital humano (investimento em capital humano) melhora a produtividade do trabalho, ou seja, em termos algébricos:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L \partial H} = \frac{\partial\left(\partial Y/\partial L\right)}{\partial H} > 0.$$

A função lucro da empresa agrícola passará então a ser:

$$\pi(L) = p(Y(H,L)).Y(H,L) - w.L$$

Note-se que nesta especificação da função lucro, *H* é apenas variável de estado, sendo *L* a variável de decisão.

6.3.1. Modelo 2 de grande empresa

Temos uma hipótese assaz simples (todavia, mais realista do que a do modelo anterior) que é a de que o capital humano do latifundiário é maior do que o capital humano do minifundiário campesino: $H^G > H^P$.

Assim a resolução do problema do monopolista (latifundiário) conduz a:

$$\frac{d\pi}{dL} = \frac{\partial p}{\partial Y}.\frac{\partial Y}{\partial L}.Y + p.\frac{\partial Y}{\partial L} - w = 0$$

Resolvendo, como é usual, para o monopolista fica-se com:

$$\frac{p - \dfrac{w}{\partial Y/\partial L}}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$$

Como, pela hipótese iii) $\frac{\partial Y}{\partial L}$ é crescente com *H*, então $w\Big/\frac{\partial Y}{\partial L}$ (que é o custo marginal deste modelo) é decrescente com *H*, o que implica que a grande empresa tem um custo marginal mais baixo (que a pequena empresa concorrencial).

6.3.2. Modelo 2 de pequena empresa

Para a pequena empresa, a maximização do lucro resulta de imediato da verificação da condição: preço igual ao custo marginal:

$$p = \frac{w}{\partial Y / \partial L}$$

6.3.3. Estática comparada do Modelo 2

Assim, comparando a secção 6.3.1 da grande empresa com a secção 6.3.2 da pequena empresa, podemos fazer uma análise de bem-estar muito ilustrativa apesar de ser em contexto estático e em equilíbrio parcial.

Temos dois efeitos de sentido contrário numa avaliação de reforma agrária (RA):

Efeito A) O efeito **pró-eficiência** de passar de monopólio para concorrência perfeita;
Efeito B) O efeito **pró-aprendizagem** de redução do custo marginal do trabalho pela passagem de pequenos agricultores (campesinos) para grandes agricultores com o aumento do nível de capital humano.
Se **A>B** então a **reforma agrária é desejável** pois o ganho de eficiência compensa a perda de capital humano (aumento de Cmg por redução de *H*).
Se **A<B** então a **reforma agrária é indesejável** pois o ganho de eficiência não compensa a perda de capital humano (aumento de Cmg por redução de *H*).

Vejamos graficamente com a hipótese de Cmg constante (linear - *w* fixo, apenas função de *H*).

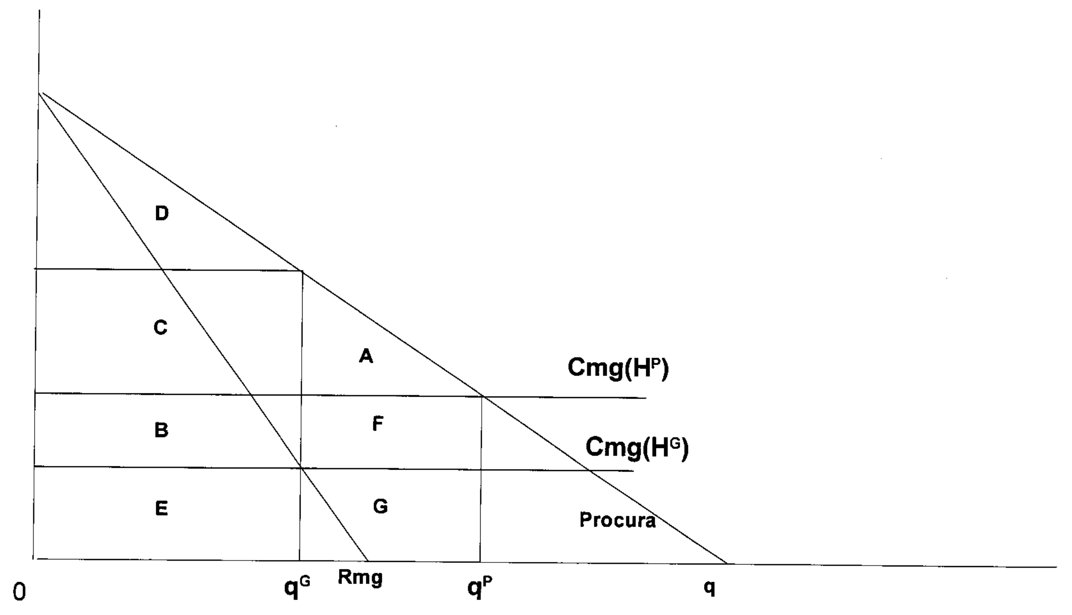


FIGURA 4 - Análise de bem-estar da RA no Modelo 2 de *start-up cost* alternativo

Monopolista latifundiário (empresa G)	*Concorrência Perfeita - campesinos (minifundiários P)*
Excedente líquido do Consumidor = D	Excedente líquido Consumidor = D+C+A
Excedente líquido do Produtor = C+B	Excedente líquido do Produtor = 0
Excedente total = D+C+B	Excedente total = D+C+A
Comparação dos excedentes totais:	
RA desejável: Excedente Total Conc Perf > Excedente total Monopólio [A>B]	
RA indesejável: Excedente Total Conc Perf < Excedente total Monopólio [A<B]	

Naquela figura pode observar-se o seguinte: o monopolista latifundiário defronta um custo marginal mais baixo resultante da sua vantagem de "*start-up cost*", *i.e.* como o nível de capital humano (inicial) do latifundiário é mais elevado então a sua produtividade do trabalho será mais elevada - a tal hipótese iii) avançada a que chamámos efeito pró-aprendizagem. Com este custo mais baixo, o monopolista vai procurar no seu óptimo igualar a receita marginal ao custo marginal (mais baixo do que o dos campesinos), daí resultando como excedente do consumidor a área D e como excedente do produtor a área C+B, o que tudo somado nos dá um excedente global de D+C+B. Para os campesinos não instruídos temos a solução de concorrência perfeita entre eles, dado o seu maior número. O seu custo marginal é mais elevado derivado do nível (inicial) de capital humano que é mais baixo, mas no entanto dado a existência de competição face ao latifundiário, o nível total de produção dos campesinos (dada a maior eficiência da estrutura de mercado) é maior. Assim, temos como excedente do consumidor em concorrência perfeita para os campesinos: D+C+A. Para os produtores campesinos, dado que assumimos um custo linear e constante (o que se poderia facilmente generalizar a um custo marginal crescente), o excedente do produtor é nulo. Daqui se infere que juntando os dois excedentes para a estrutura de campesinos em competição perfeita, ficaremos com as áreas D+C+A.

Assim, a figura permite-nos fazer uma comparação sobre a viabilidade do bem-estar de uma reforma agrária.

Em suma, a reforma agrária só é desejável se o efeito pró-eficiência [A] dominar face ao efeito pró-aprendizagem [B], mesmo em termos estáticos; ou seja, se o efeito de ganho de eficiência na estrutura de mercado pelos campesinos, mais do que compensar a perda de aprendizagem da substituição do latifundiário pelos inúmeros campesinos. Em termos gráficos, a reforma agrária só será viável se a área A que representa o ganho de eficiência for maior do que do que a área de ganho de aprendizagem pelo latifundiário, a área B [A>B].

7. Modelo 1 de «*start-up cost*» variável generalizado

7.1. As hipóteses de partida: RA uniforme e não uniforme

Até aqui neste modelo considerámos um «*start-up cost*» fixo. Vamos relaxar esta hipótese e assumir que há três tipos de explorações de acordo com a sua dimensão: latifúndios (L), e dois tipos de minifúndios, os de dimensão média (aqui livremente chamados meso-fúndios) e os de dimensão efectivamente pequena (aqui chamados micro-fúndios); as suas dimensões da terra explorada (por ha) são, respectivamente, E_i para os meso e F_j para os micro.

A abordagem que se segue tem como objectivo analisar o que acontece quando ocorre uma RA, que vamos assumir poder ser de dois tipos:

I) **Reforma agrária uniforme**, i.e. os latifúndios de dimensão L são substituídos por mesofúndios (Ei), i.e. todos são substituídos por terrenos de dimensão média.
II) **Reforma agrária não uniforme**, i.e. os latifúndios de dimensão L são substituídos por dois tipos de parcelas: meso (E_i) e micro (F_j) terrenos.

Vamos postular a existência de uma função de bem-estar social[15], *U(.)* cuja principal hipótese de trabalho é que, para além de ser aditiva nos diferentes componentes individuais da sociedade, se assume que mais factor terra representa sempre uma melhoria de bem-estar, ou seja formalmente:

$$\frac{\partial U}{\partial E_i} > 0 ; \quad \frac{\partial U}{\partial F_j} > 0 ; \quad \frac{\partial U}{\partial L} > 0$$

Assumamos que $T_i(h_i)$ é o limiar de acesso («threshold») à tecnologia do capital humano para uma dada dimensão t_i da terra, que é decrescente com o aumento do capital humano individual (h_i). Por outras palavras, admite-se que mais educação, experiência ou saúde reduzem este limiar («*threshold*»), ou "*start-up cost*",

[15] A existência de uma função de bem-estar social nem sempre é fácil de verificar. O Teorema da Impossibilidade de ARROW, retrata exactamente as dificuldades de passar de uma ordenação de preferências individuais para as sociais. SEN (1982, cap. 5 a 8) resolveu em parte este problema ao aumentar o espaço de possibilidades, através do reconhecimento do desenvolvimento humano.

logo formalmente: $\frac{\partial T_i}{\partial h_i} < 0$. Consideramos este facto em relação à educação do próprio agricultor, mas podemos também assumir que existem externalidades positivas para o stock de conhecimento médio global da agricultura (educação) na região ($H = \frac{\sum_1^N h_i}{N} = \overline{h_i}$), ou seja, $\frac{\partial T_i}{\partial H} < 0$.

CASO I: Reforma agrária uniforme

Graficamente, podemos intuir que os latifúndios são divididos em mesofúndios, tal como se mostra na FIGURA 5.

FIGURA 5 - Reforma agrária uniforme

	E_i		

16 E_i (mesofúdios) iguais a partir de latifúndio

CASO II: Reforma agrária não uniforme

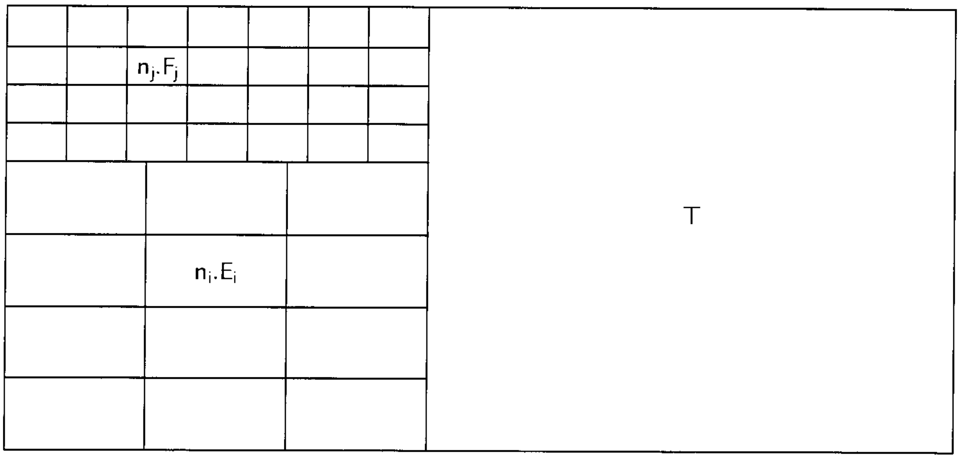
Temos três tipos de parcelas supra-citados, L, E_i, F_j, lati-, meso- e micro-fúndios.

A análise de bem-estar faz-se recorrendo à função de bem-estar social que especificaremos na próxima secção.

O critério de acesso à tecnologia do capital humano, i.e. do «*threshold*» de «*start-up cost*» é, via rendimento, ou seja $Y(E_i) > Y(T_i(h_i))$, o que significa que os meso-fúndios conseguem exceder o «*threshold*» de rendimento e sair, assim, do equilíbrio de pobreza, enquanto tal não acontece com os micro-fúndios, já que $Y(F_j) < Y(T_i(h_i))$.

Em termos gráficos, a situação coloca-se tal como mostra:

FIGURA 6 – Reforma agrária não uniforme



7.2. O problema na óptica social

Assumamos que temos o seguinte problema na óptica social:

$$\underset{Y_i,E_i,N_i}{Max} \quad U(Y_i,E_i,N_i;t_i) = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$sa \quad Y_i(E_i,N_i,\bar{t}_i) = \left[a_1.(E_i - \bar{t}_i)^{\rho} + a_2.(N_i)^{\rho}\right]^{\mu/\rho}, \qquad 0<\mu<1$$

$$p.Y_i = r.E_i + w.N_i$$

em que *U(.)* é a função de utilidade social a qual agrega Y_i, ou seja as produções individuais de cada exploração, E_i é o meso-fúndio medido em área (ha), t_i um parâmetro que representa o limiar de acesso à tecnologia de capital humano que torna a terra rentável (medido em área, por exemplo ha), N_i o montante de trabalho, ρ um parâmetro que se relaciona com o inverso da elasticidade de substituição entre factores (em rigor $ES_{E_i,N_i} = \sigma = \frac{1}{1-\rho}$) e μ um factor de rendimentos à escala na exploração que varia entre 0 e 1.

Neste contexto temos assim *dois efeitos de sentido contrário* em relação à dimensão das explorações na vertente de reforma agrária (RA):

a) **efeito de rendimentos decrescentes à escala**, no sentido de reduzir a dimensão das propriedades, nomeadamente dos latifúndios - medido pelo parâmetro $0<\mu<1$.

b) **efeito de "*threshold*" ou de limiar de acesso ao capital humano**, no sentido de aumentar a dimensão dos minifúndios, i.e. para o investimento em capital humano realizado ser rentável, tem de existir uma dimensão mínima da exploração (área em ha), medido pelo parâmetro t_i. No fundo para que a produção (Y) seja possível.

Esta hipótese de rendimentos decrescentes à escala (o valor do parâmetro $0<\mu<1$) é crucial para a análise tradicional de reforma agrária. A intuição económica é a de que, dada a existência de rendimentos decrescentes à escala, se a terra original (latifúndios) for repartida por meso-fúndios, então apesar de cada parcela de terra ser menor (e a área total agregada ser a mesma), será mais produtiva. Há no entanto um "efeito contrário" que tende a atenuar o efeito de redução da escala, que é o facto de existir um limiar mínimo de acesso a partir do qual se torna rentável explorar a terra, daí que a redução não deva ser feita até minifúndios, mas sim até meso-fúndios. Os meso-fúndios são assim explorações de dimensão média que permitem simultaneamente combinar: (a) os benefícios de rendimentos à escala e (b) os benefícios de se exceder o limiar de rentabilidade do capital humano (medido em área).

Analisemos formalmente o nosso problema.

No nosso problema a primeira restrição é um caso de uma função CES, mas do tipo Stone-Geary, i.e. existe um limiar de acesso, t_i é um limiar que afecta a produção, se E_i for inferior a esse limiar (t_i) a produção sai prejudicada. Os coeficientes a_1 e a_2 são coeficientes de produção respectivamente face à terra (E_i) e face ao trabalho (N_i).

A segunda restrição é uma restrição orçamental, assumindo lucro anormal económico nulo; i.e. depois de remunerar os factores trabalho (com salário w) e terra (com custo r) não há excedente.

Note-se que se $\rho=1$ temos factores substitutos perfeitos, se $\rho=0$ temos uma função Cobb-Douglas e se $\rho=-\infty$ então temos uma função de Leontief (factores perfeitamente complementares).

7.3. Procuras óptimas de factores

Resolvamos o problema para obter as procuras óptimas de factores, deduzamos depois a função oferta do produtor e em seguida calculemos a função lucro.

O nosso objectivo será calcular a variação no óptimo, derivado da alteração do limiar (i.e. do "*threshold*"). Para calcular a sensibilidade do óptimo a alterações dos parâmetros utilizaremos a noção de função valor ("*value function*"). A diferenciabilidade desta função depende do valor assumido pelo parâmetro ρ. Deste modo, procuraremos calcular a relação óptima entre os factores e o limiar de acesso (t_i), substituir na função objectivo para obter a função valor, e depois utilizar o Teorema do envelope para aferir da sensibilidade desta a alterações dos parâmetros.

Substituamos a primeira restrição na função objectivo (f.o.), e escrevamos o Lagrangeano para a segunda restrição:

$$L(\mathrm{Y_i}(E_i,N_i,\bar{\mathrm{t}}_\mathrm{i}),\lambda_i)=\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[\mathrm{a}_1.\left(\mathrm{E_i}\text{-}\bar{\mathrm{t}}_\mathrm{i}\right)^{\rho}+a_2.(N_i)^{\rho}\right]^{\mu/\rho}+\lambda_i.[p.Y_i-r.E_i-w.N_i]\right\}$$

com $E_i \geq \bar{t}_i$.

Derivando o Lagrangeano para obter as condições de primeira ordem ficamos com:

$$\frac{\partial L}{\partial E_i}=\frac{\mu}{\rho}.\left[\mathrm{a}_1.\left(\mathrm{E_i}\text{-}\bar{\mathrm{t}}_\mathrm{i}\right)^{\rho}+a_2.(N_i)^{\rho}\right]^{\frac{\mu}{\rho}-1}.\rho.\mathrm{a}_1.\left(\mathrm{E_i}\text{-}\bar{\mathrm{t}}_\mathrm{i}\right)^{\rho-1}+\lambda_i.\left[p.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r\right]=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_i}=\frac{\mu}{\rho}.\left[\mathrm{a}_1.\left(\mathrm{E_i}\text{-}\bar{\mathrm{t}}_\mathrm{i}\right)^{\rho}+a_2.(N_i)^{\rho}\right]^{\frac{\mu}{\rho}-1}.\rho.a_2.(N_i)^{\rho-1}+\lambda_i.\left[p.\frac{\partial Y_i}{\partial N_i}-w\right]=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}=p.Y_i-r.E_i-w.N_i=0$$

Podemos reescrever as condições em termos das derivadas de Y_i:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} + \lambda_i.\left[p.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r\right] = 0$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial N_i} + \lambda_i.\left[p.\frac{\partial Y_i}{\partial N_i} - w\right] = 0$$

$$p.Y_i = r.E_i + w.N_i$$

Considerando as duas primeiras equações:

$$[1 + \lambda_i.p].\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} = \lambda_i.r$$

$$[1 + \lambda_i.p].\frac{\partial Y_i}{\partial N_i} = \lambda_i.w$$

as quais, sendo conjugadas, permitem a sua resolução em ordem a λ. Simplificando, obtém-se, então, a condição usual de rácio de preços dos factores igual à taxa marginal de substituição dos factores (e igual à própria taxa marginal de transformação dos factores):

$$\frac{r}{w} = \frac{\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}}{\frac{\partial Y_i}{\partial N_i}}$$

Resolvendo para o caso concreto da CES (Stone-Geary), as produtividades marginais dos factores são facilmente calculáveis pela regra da derivação da função potência, e assim vamos obter o seguinte caminho de expansão:

$$\frac{N_i}{E_i - \bar{t}_i} = \left[\frac{w}{r}.\frac{a_1}{a_2}.\right]^{\frac{1}{\rho-1}}$$

Resolvendo a expressão em ordem a N_i (trabalho) ficamos com o caminho óptimo de expansão:

$$N_i = \left(\frac{w}{r}.\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}.\left[E_i - \bar{t}_i\right]$$

Note-se que o óptimo da terra só é válido para valores iguais ou superiores ao *threshold* (t_i), ou seja, caso se verifique a seguinte condição: $E_i \geq \bar{t}_i$.

Para obtermos as procuras de factores basta usar a outra restrição (RO do problema), ficando com:

$$E^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=\left[\frac{\xi}{\xi-r}\right].\bar{t}_i$$

onde $\xi=\left[p.\left\{a_1+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\right\}^{\frac{1}{\rho}}-w.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\right]$

Assim, teremos também para o trabalho a seguinte procura de factor:

$$N^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=\left[\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\right].\left[1+\frac{r}{\xi}\right].\bar{t}_i$$

7.4. Função oferta da empresa

A função oferta da empresa meso-fundiária será:

$$Y^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=\left\{a_1.\left(\frac{r}{\xi-r}\right)^{\rho}.\bar{t}_i^{\,\rho}+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{\xi+r}{\xi-r}\right)^{\rho}.\bar{t}_i^{\,\rho}\right\}^{\frac{\mu}{\rho}}$$

Simplificando a função oferta, resulta ser exponencial no limiar de acesso ("*threshold*") face aos rendimentos à escala μ:

$$Y^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=\left\{a_1.\left(\frac{r}{\xi-r}\right)^{\rho}+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{\xi+r}{\xi-r}\right)^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}}.\bar{t}_i^{\,\mu}$$

Como é usual, a função lucro obtém-se pela conjugação da função oferta com as procuras de factor:

7.5. Função lucro

$$\pi(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=p.Y^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)-r.E^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)-w.N^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)$$

Substituindo na expressão anterior os resultados atrás encontrados fica-se com:

$$\pi(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=p.\left\{a_1.\left(\frac{r}{\xi-r}\right)^{\rho}+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{\xi+r}{\xi-r}\right)^{\rho}\right\}^{\frac{\mu}{\rho}}\bar{t}_i^{\,\mu}-r.\left[\frac{\xi}{\xi-r}\right]\bar{t}_i-w.\left[\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\right].\left[1+\frac{r}{\xi}\right]\bar{t}_i$$

Simplificando, observamos que a função lucro também é não linear no "threshold":

$$\pi(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)=p.\left\{a_1.\left(\frac{r}{\xi-r}\right)^{\rho}+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{\xi+r}{\xi-r}\right)^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}}\bar{t}_i^{\,\mu}.-\left\{r.\left[\frac{\xi}{\xi-r}\right]+w.\left[\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}}\right].\left[1+\frac{r}{\xi}\right]\right\}\bar{t}_i$$

7.6. Teorema do envelope:

A questão que se coloca é, então, a seguinte:

Qual é o efeito da variação do «threshold cost» no impacte de viabilidade de RA?

Para dar resposta a esta questão, basta analisar a derivada da função bem-estar em ordem ao «*threshold cost*»[16]:

Usando a Value Function (função valor), i.e. em que se substitui o valor do parâmetro em estudo pela relação óptima, ou seja, $f(x;\bar{t}_i)$ é a função de produção, $x(\bar{t}_i)$ é a relação óptima entre os factores, podemos escrever a função valor: $M(\bar{t}_i)=f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)$.

Pelo teorema do Envelope (VARIAN (1992: p. 490-1))[17], obtemos o seguinte resultado:

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)}{\partial x}.\frac{\partial x(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}+\frac{\partial f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}$$

Ora, como usamos a função valor o primeiro termo do segundo membro vem nulo $\frac{\partial f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)}{\partial x}=0$, daí vem o referido resultado (Teorema Envelope):

[16] Fazemos desde logo a análise para o caso da RA não uniforme (caso II), o caso mais simples (caso I) resulta como sub-caso deste. Estamos a assumir que a função U(.) é diferenciável, para além da forma funcional específica nos componentes de parcelas de terra.

[17] Em rigor deve utilizar-se o teorema envelope com restrições (e não livre) - ver PIRES (2001, 192-3). A intuição dos resultados não se alterará substancialmente.

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}$$

Ou escrevendo melhor:

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial f(x(\bar{t}_i),\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}=\left.\frac{\partial f(x,\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}\right|_{x=x(\bar{t}_i)}$$

Assim, para o nosso caso:

$$M(\bar{t}_i)=U(Y(E^*(\bar{t}_i),N^*(\bar{t}_i),\bar{t}_i))$$

Esta função valor reflecte como se comporta o óptimo em função do parâmetro $\bar{t}_i$, i.e. o limiar de acesso à terra medido em área, i.e. o limiar que permite rentabilizar o capital humano disponível.

Diferenciando a função valor M(.) acima, ficamos com:

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(\bar{t}_i)}{\partial E}.\frac{\partial E(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}+\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(\bar{t}_i)}{\partial N}.\frac{\partial N(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}+\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}$$

Ora, pelo Teorema do Envelope os dois primeiros termos são nulos e ficamos apenas com:

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}=\left.\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(E(.),N(.),\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}\right|_{E=E(\bar{t}_i)\ \wedge\ N=N(\bar{t}_i)}$$

o que deixa apenas duas derivadas para calcular.

Quanto à primeira podemos dizer: $\frac{dU}{dY}=1$

Em relação ao remanescente da derivada, basta diferenciar parcialmente a "Value function" da produção em ordem a t_i, o que corresponde a diferenciar parcialmente a função oferta em ordem ao limiar t_i, obtendo-se:

$$\frac{dM(\bar{t}_i)}{d\bar{t}_i}=\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y(\bar{t}_i)}{\partial \bar{t}_i}=\frac{\partial U}{\partial Y}.\frac{\partial Y^*(p,w,r;\bar{t}_i,a_1,a_2)}{\partial \bar{t}_i}=\frac{\partial U}{\partial Y}.\left\{a_1.\left(\frac{r}{\xi-r}\right)^{\rho}+a_2.\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}.\left(\frac{\xi+r}{\xi-r}\right)^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}}$$

Ou seja, a utilidade aumenta se o limiar for excedido.

7.7. CONCLUSÕES do Modelo 1 de "start-up cost" generalizado

Apesar de estarmos perante um modelo estático e de equilíbrio parcial ainda assim é possível retirar algumas conclusões interessantes sobre a política de gestão da terra. Note-se que as análises de equilíbrio geral, normalmente tendem a infirmar as tendências do equilíbrio parcial. Ou seja, os efeitos gerais podem ser atenuados, mas normalmente tendem a ser do mesmo sentido.

Conclusão A do MODELO 1 ($\mu > 1$) - Política pró-latifundária

Se o parâmetro de rendimentos à escala for superior à unidade ($\mu > 1$), então não vale a pena fazer reforma agrária, i.e. reduzir a dimensão do latifúndio. Neste caso a política óptima, já que os dois referidos efeitos são no mesmo sentido, é o de ter um único latifúndio, o maior possível, porque se excede o "threshold"de capital humano e em simultâneo a produtividade aumenta com os ganhos de escala.

Conclusão B do MODELO 1 ($0<\mu<1$) - Política pró-mesofundiária

Se o parâmetro de rendimentos à escala for $0<\mu<1$, então vale a pena fazer reforma agrária (i.e. reduzir tamanho de latifúndio). Neste caso, a política óptima, já que os dois referidos efeitos são de sinal contrário, é a de ter um meso-fúndio, ou seja, uma exploração menor que o latifúndio de partida para beneficiar dos ganhos de escala face à situação inicial, mas suficientemente maior que o minifúndio de modo a exceder o limiar ("threshold") que rentabiliza o investimento em capital humano.

A conclusão que de facto é mais interessante e mais inovadora é a Conclusão B, cuja intuição vimos supra, e que se pode repetir e salientar outra vez.

Esta hipótese de rendimentos decrescentes à escala (o valor do parâmetro $0<\mu<1$) é crucial para a análise tradicional de reforma agrária. A intuição económica é a de que, dada a existência de rendimentos decrescentes à escala, se a terra original (latifúndios) for repartida por meso-fúndios, então apesar de cada parcela de terra ser menor (e a área total agregada ser a mesma), será mais produtiva. Há no entanto um "efeito contrário" que tende a atenuar o efeito de redução da escala, que é o facto de existir um limiar mínimo de acesso a partir do qual se torna rentável explorar a terra, daí que a redução não deva ser feita até minifúndios, mas sim até meso-fúndios. Os meso-fúndios são assim explorações de dimensão média que permitem simultaneamente combinar: (a) os benefícios de rendimentos à escala e (b) os benefícios de se exceder o limiar de rentabilidade do capital humano (medido em área).

Vamos então proceder a uma análise gráfica sobre a intuição e a determinação óptima da dimensão da terra no contexto da função Stone-Geary. A dimensão óptima da terra, não é o latifúndio, nem é o minifúndio, mas sim uma parcela de dimensão intermédia, o meso-fúndio, que combina os dois efeitos referidos supra.

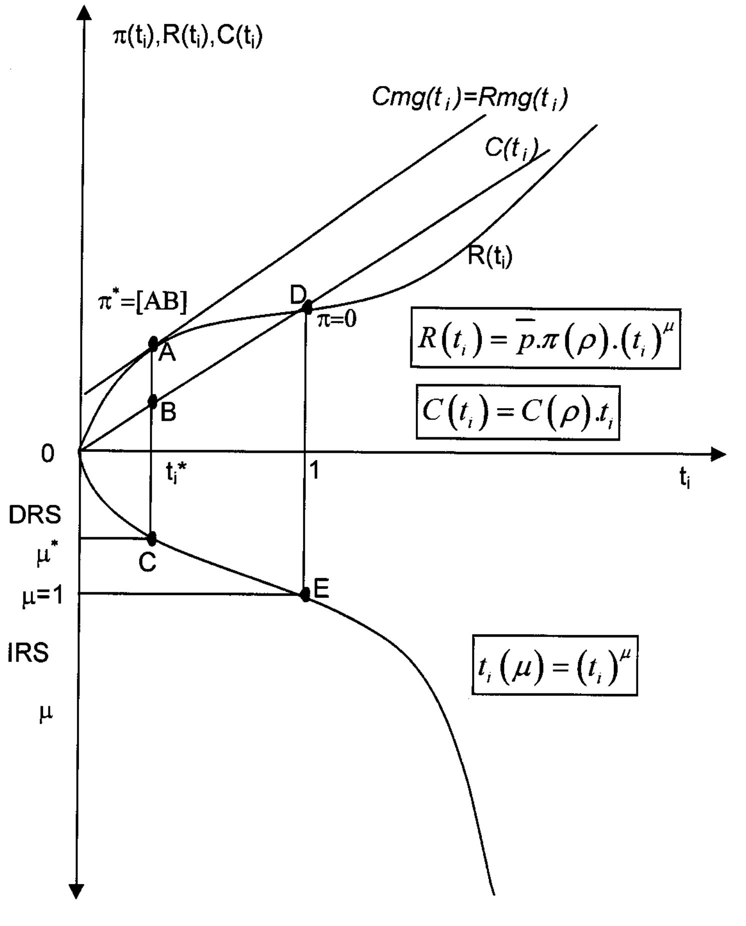


FIGURA 7 - Dimensão óptima da terra é meso-fúndio.

Esta figura ilustra graficamente a conclusão B da política pró-meso-fundiária. Temos no quadrante inferior a relação do parâmetro de rendimentos à escala (μ)

com o limiar ou "*threshold*"(t_i). Aí definem-se as zonas de rendimentos decrescentes à escala (DRS- "*decreasing returns to scale*") para ($0<\mu<1$) e de rendimentos crescentes à escala (IRS- "*increasing returns to scale*") para ($\mu>1$).

No quadrante superior vemos que a evolução da receita total ($R(t_i)$) face ao custo total ($C(t_i)$). O ponto óptimo para rendimentos decrescentes à escala, é aquele, que para $0<\mu<1$, ou seja, à esquerda de 1, em que temos a receita marginal igual ao custo marginal, o que ocorre no ponto A. Este ponto que nos dá o lucro máximo para esse caso, através da dimensão do segmento [AB], e ao qual correspondem um "*threshold*" óptimo de acesso ao capital humano (t_i^*) e de efeitos de escala óptimo (μ^*), que pode ser retratado no ponto C do quadrante inferior.

De igual modo, a conclusão A também está contida neste gráfico, à direita dos pontos D no quadrante superior e, abaixo de E no quadrante inferior, ou seja para valores superiores a 1, temos uma solução "aberta". Neste caso, como $\mu>1$, óptimo será ter um latifúndio de máxima dimensão possível; a partir de um certo ponto o lucro será sempre crescente. Note-se que o ponto D, no quadrante superior representa um ponto de lucro nulo, e à direita de D, haverá inicialmente prejuízo, mas a partir de uma certa escala teremos lucros crescentes.

7.8. Extensões intuitivas ao Modelo 1 generalizado.

Até aqui assumimos apenas três tipos de parcelas, só para quebrar a uniformidade dos modelos de dois tipos de parcelas. A extensão do resultado a qualquer dimensão das parcelas também é possível, mas o que se ganha em realismo perde-se em complexidade muito agravada, embora seja de notar que as regras básicas continuam a ser as mesmas deste capítulo. Assim podemos intuir os seguintes resultados.

INTUIÇÃO1 do MODELO 1 com «*start up cost*» variável

"Viabiliade de RA com start-up cost variável"

Se a média ponderada de ganhos de bem-estar das parcelas que excedem o limiar de "threshold" face às perdas das parcelas que não excedem esse limiar for positiva, então, utilizando um critério de eficiência deve-se fazer reforma agrária. Caso contrário, não.

INTUIÇÃO 2 do MODELO 1 com «*start up cost*» variável

"Melhoria de viabilidade de RA com políticas pró-activas de capital humano"

A melhoria do nível de capital humano (educação, experiência, assistência técnica agrícola, saúde) leva a uma redução dos «thresholds», o que permite que as reformas agrárias sejam mais facilmente viáveis, i.e. em termos de bem-estar social atinge-se mais facilmente um ganho médio ponderado líquido com reforma agrária com a melhoria do capital humano.

Ambos estes resultados justificam políticas de educação e assistência técnica claramente pró-activas em termos de reforma agrária. Como veremos na parte empírica da tese, estes resultados teóricos estão de acordo com a realidade empírica observada para o NE brasileiro.

INTUIÇÃO 3 do MODELO 1 com «*start up cost*» variável

"Papel do Estado interventor na economia com capital humano"

O Estado ao intervir na economia através de assistência técnica (uma das formas de capital humano) pode baixar o limiar de acesso ("threshold") ao rendimento de subsistência e assim, sob as hipóteses acima, i.e. face à dimensão dos efeitos rendimento, das produtividades marginais e do efeito "threshold" conseguir que haja melhoria de bem-estar líquida da reforma agrária.

Em suma, a intervenção do Estado na economia pode ser benéfica não só a nível da re-estruturação das parcelas agrícolas, mas também por facultar um melhor acesso ao "threshold" de capital humano (nomeadamente, assistência técnica).

Analisemos então, na secção seguinte, uma generalização, em que optamos pela óptica social, mas em que apenas especificamos como função de bem-estar social uma função aditiva do tipo Benthamiano, logo mais geral que a função Stone-Geary, com o fim de analisar a reforma agrária.

7.9. A óptica social do MODELO 1 Generalizado

Até aqui a nossa análise fez-se de um ponto de vista de optimização livre da função de bem-estar social, incluindo a restrição da reforma agrária (da limitação das terras), i.e. a substituição de latifúndio por meso e microfúndios.

Nesta secção analisamos também a questão do ponto de vista social, maximizando uma função de bem-estar Benthamiana, sujeito à **restrição de recursos finitos da terra** (tal como na secção anterior) e mais uma restrição adicional de rendimento, i.e. uma **restrição de viabilidade da reforma agrária**, i.e. *ex-post* o rendimento global das parcelas minifundiárias (meso e micro) tem de ser superior ao rendimento global da exploração latifundiária.

A abordagem na óptica social pode parecer inadequada, mas como sabemos pelo segundo teorema fundamental do Bem-estar da microeconomia, se se atingir um óptimo de Pareto, este pode ser descentralizado, ou seja, poderíamos chegar ao mesmo resultado por via do mercado (na ausência de externalidades). Caso haja externalidades, então mesmo para uma óptica descentralizada para se atingir o óptimo social é necessário a intervenção do estado (não necessariamente a nível da definição do tamanho das parcelas de terra), mas sim pela definição de um imposto ou subsidio Pigouviano que internalize a externalidade do capital humano.

Formalizando a **óptica social** com as duas referidas restrições:

$$\underset{E_i, F_j, L, n_i}{Max} \quad W(Y_L(L), Y_i(E_i), Y_j(F_j); T_i)$$

s.a.

$p_L.Y_L \leq p_i.n_i.Y_i + p_j.n_j.Y_j$ (**RO RA viável *ex-post***)

$L + n_i.E_i + n_j.F_j = R$ (**Restrição física de recursos**)

Escrevendo o *Lagrangeano* e aplicando as condições de Khun-Tucker para um óptimo, teremos, como variáveis de decisão o tamanho dos mini-fúndios (meso e micro) e o "*threshold*"[18]:

$$\underset{E_i,F_j,L,n_i}{Max}\ \ell = W(Y_L(L),Y_i(E_i),Y_j(F_j);T_i)+\lambda_1.\left[p_i.n_i.Y_i+p_j.n_j.Y_j-p_L.Y_L\right]+\lambda_2.\left[L+n_i.E_i+n_j.F_j-R\right]$$

$$(1)\ \frac{\partial\ell}{\partial E_i}=\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}+\lambda_1.p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}+\lambda_2.n_j\le 0;\ (2)\ E_i\ge 0;\ (3)\ \frac{\partial\ell}{\partial E_i}.E_i=0$$

$$(4)\ \frac{\partial\ell}{\partial F_j}=\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}+\lambda_1.p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}+\lambda_2.n_j\le 0;\ (5)\ F_j\ge 0;\ (6)\ \frac{\partial\ell}{\partial F_j}.F_j=0$$

$$(7)\ \begin{aligned}\frac{\partial\ell}{\partial T_i}&=\frac{\partial W}{\partial Y_L}.\frac{\partial Y_L}{\partial L}.\frac{\partial L}{\partial T_i}+\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.\frac{\partial E_i}{\partial T_i}+\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.\frac{\partial F_j}{\partial T_i}+\\&+\lambda_1.\left[p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.\frac{\partial E_i}{\partial T_i}+p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.\frac{\partial F_j}{\partial T_i}-p_L.\frac{\partial Y_L}{\partial L}.\frac{\partial L}{\partial T_i}\right]+\lambda_2.\left[\frac{\partial L}{\partial T_i}+n_i.\frac{\partial E_i}{\partial T_i}+n_j.\frac{\partial F_j}{\partial T_i}\right]\le 0\end{aligned}$$

$$(8)\ T_i\ge 0;\ (9)\ \frac{\partial\ell}{\partial T_i}.T_i=0;$$

$$(10)\ \frac{\partial\ell}{\partial n_i}=\lambda_1.p_i.Y_i+\lambda_2.E_i\le 0;\qquad (11)\ n_i\ge 0;\ (12)\ \frac{\partial\ell}{\partial n_i}.n_i=0;$$

$$(13)\ \frac{\partial\ell}{\partial\lambda_1.}=[p_i.n_i.Y_i+p_j.n_j.Y_j-p_L.Y_L]\ge 0;\ (14)\ \lambda_1\ge 0;\ (15)\ \frac{\partial\ell}{\partial\lambda_1}.\lambda_1=0$$

$$(16)\ \frac{\partial\ell}{\partial\lambda_2}=L+n_i.E_i+n_j.F_j-R=0;\ (17)\ \lambda_2\quad livre$$

A questão que se levanta neste problema é como se pode considerar o capital humano. Tal como na secção anterior, este pode ser considerado por via do rendimento exceder o "*threshold*", para se sair do equilíbrio de pobreza.

Note-se que E_i, F_j e T_i têm restrições de não negatividade, o que é intuitivo pois dizem respeito, as duas primeiras parcelas ao tamanho das courelas e T_i é o "*threshold*" de rendimento de subsistência (para uma dada courela de terra), que

[18] O limiar aqui aparece como variável de decisão pois pode ser objecto de política económica na lógica social.

também não faz sentido que seja negativo. (Note-se que na parte empírica da tese se define uma variável redutora das perdas de eficiência como o rendimento para auto-consumo, i.e. para subsistência - veja-se *capítulo 13.6 e 13.7* dos resultados da estimação de uma fronteira de produção).

Resolvamos então as condições de K-T para um óptimo assumindo que a RA é viável na RO, ou seja, a equação (13) vem com uma desigualdade positiva:

(18) $\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1.} = [p_i.n_i.Y_i + p_j.n_j.Y_j - p_L.Y_L] > 0$ e (19) $\lambda_1 = 0$.

Ora, os minifúndios (meso e micro) têm dimensão positiva, logo nas duas primeiras condições (1) e (4) teremos óptimos interiores, pois (2) e (5) são estritamente positivos e substituindo pelo valor $\lambda_1 = 0$, teremos

(20) $E_i > 0$; (21) $\frac{\partial \ell}{\partial E_i} = \frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} + \lambda_2.n_i = 0$

(22) $F_j > 0$; (23) $\frac{\partial \ell}{\partial F_j} = \frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} + \lambda_2.n_j = 0$

Resolvendo (21) e (23) em ordem a λ_2 e igualando ficamos com a seguinte condição:

(24) $\lambda_2 = -\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}/n_i = -\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}/n_j$

Re-arranjando ficamos com:

(25) $\lambda_2 = -\frac{\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}/n_i}{\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}/n_j} = -\frac{\frac{\partial W}{\partial Y_j}}{\frac{\partial W}{\partial Y_i}}$, observando que a primeira fracção é um rácio de produtividades marginais das courelas em média pelos n_i e n_j terrenos minifundiários, e que, segundo a condição de optimalidade, tem de ser igual ao rácio dos efeitos rendimento das pequenas courelas em relação à função bem-estar.

Deste modo podemos re-escrever a condição de optimalidade social desta RA em relação às courelas minifundiárias por:

(26) $\frac{TMST_{E_i,F_j}}{n_i/n_j} = -\frac{ER_{Fj}}{ER_{Ei}}$; em que (27) $TMST_{E_i,F_j} = -\frac{\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}}{\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}}$ e que (28) $ER_{F_j} = \frac{\partial W}{\partial Y_j}$; e

$$(29)\ ER_{E_i} = \frac{\partial W}{\partial Y_i}.$$

Uma outra interpretação, talvez a mais interessante é a de que a taxa marginal de substituição dos minifúndios terá de ser igual ao rácio dos efeitos rendimentos médios por parcela, ou seja formalmente: $TMST_{E_i,F_j} = -\frac{ER_{Fj}/n_j}{ER_{Ei}/n_i}$.

Só assim se atingirá o óptimo social.

Intuitivamente a condição de óptimo diz-nos que se o efeito rendimento médio dos microfúndios (de *Fj*) subir, então a produtividade marginal dos microfúndios (*ceteris paribus*) tem de descer, isto recorrendo-se a uma maior extensão de *Fj* (porque assumimos que a produtividade marginal das parcelas, como é usual, é decrescente)

Falta analisar a relação de "*threshold*", como T_i também será estritamente positivo, então temos um óptimo interior, substituindo $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = -\frac{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}}{\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}}$ ficamos:

$$\frac{\partial \ell}{\partial T_i} = \frac{\partial W}{\partial Y_L}.\frac{\partial Y_L}{\partial L}.\frac{\partial L}{\partial T_i} + \frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.\frac{\partial E_i}{\partial T_i} + \frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.\frac{\partial F_j}{\partial T_i} + \left[-\frac{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}}{\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}} \right] . \left[\frac{\partial L}{\partial T_i} + n_i.\frac{\partial E_i}{\partial T_i} + n_j.\frac{\partial F_j}{\partial T_i} \right] = 0$$

$$\frac{\frac{\partial W}{\partial Y_L}.\frac{\partial Y_L}{\partial L}.\frac{\partial L}{\partial T_i}}{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}} + \frac{\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.\frac{\partial E_i}{\partial T_i}}{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}} + \frac{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.\frac{\partial F_j}{\partial T_i}}{\frac{\partial W}{\partial Y_j}.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}} + \left[-\frac{1}{\frac{\partial W}{\partial Y_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}} \right] . \left[\frac{\partial L}{\partial T_i} + n_i.\frac{\partial E_i}{\partial T_i} + n_j.\frac{\partial F_j}{\partial T_i} \right] = 0$$

Ora, substituindo pelas expressões das TMST, das Produtividades marginais e dos efeitos rendimento obtemos a condição de optimalidade para o "*threshold*" (T_i)

$$-\frac{ER_L}{ER_j}.TMST_{L,F_j}.EThr_L - \frac{ER_i}{ER_j}.TMST_{E_i,F_j}.EThr_i + EThr_j - \left[\frac{1}{ER_i.PmgE_i} \right] . \left[EThr_L + n_i.EThr_i + n_j.EThr_j \right] = 0$$

isto com as definições para os termos: $TMST_{L,F_j} = -\dfrac{\frac{\partial Y_L}{\partial L}}{\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}}$; $ER_L = \dfrac{\partial W}{\partial Y_L}$;

$ER_j = \dfrac{\partial W}{\partial Y_j}$; $EThr_L = \dfrac{\partial L}{\partial T_i}$.

Assim poderíamos re-escrever a condição de optimalidade como uma espécie de **condição BOWEN-SAMUELSON:**

Condição *

$$-\frac{ER_L}{ER_j}.TMST_{L,F_j}.EThr_L - \frac{ER_i}{ER_j}.TMST_{E_i,F_j}.EThr_i + EThr_j = \left[\frac{1}{ER_i.PmgE_i}\right].\left[EThr_L + n_i.EThr_i + n_j.EThr_j\right]$$

Ou seja, a soma das TMST terá de ser igual ao somatório dos efeitos "*threshold*" total dos minifúndios face ao latifúndio, ponderado pelo efeito rendimento e pela produtividade marginal do meso-fúndio.

Formalmente, poderíamos resumir

$$G(\gamma_k, TMST_{k_1,k_2}, EThr_k) = f\left(\sum_{k=i,j,L}\{\gamma_k.TMST_{k_1,k_2}.EThr_k\}\right) = \left[\frac{1}{ER_i.PmgE_i}\right].\left[EThr_L + n_i.EThr_i + n_j.EThr_j\right]$$

com $\gamma_{k=i,j,L} = -\dfrac{ER_{k_1}}{ER_{k_2}}$, o que é uma espécie de condição de bem público, em que há externalidades.

Analisemos em seguida como varia a condição de optimalidade* com as proposições 1 e 2.

Proposição 1- Efeito da Produtividade marginal do meso-fúndio no óptimo social

Sob a hipótese de que a produtividade marginal das parcelas é decrescente, se a produtividade marginal do mesofúndio aumentar, então torna-se mais rentável deter mesofúndios de menor dimensão, daí que para termos uma afectação socialmente óptima (como na ***Condição **** *supra) temos de aumentar a dimensão das explorações minifundiárias.*

Demonstração:

Se *PmgEi* aumentar então ter-se-á de reduzir a dimensão do meso-fúndio (E_i diminui), logo o RHS, i.e. o termo direito da condição (*) sobe. Para se manter a condição de optimalidade social (*) então o LHS, i.e. o termo esquerdo da condição também terá de aumentar. Isto é conseguido através da re-afectação dos minifúndios, se F_j aumentar, i.e. a dimensão óptima do minifúndio subir, então como por hipótese a produtividade marginal é decrescente, temos um decréscimo da produtividade marginal do minifúndio, logo combinando o aumento de F_j e a redução de E_i, temos uma diminuição na taxa marginal de substituição técnica ($TMST\ E_i, F_j$). Como na expressão óptima temos essa taxa ponderada pelo simétrico do rácio dos efeitos rendimentos ($-\frac{ER_i}{ER_j}$), então (o LHS) o termo esquerdo da equação também diminui, mantendo-se assim a optimalidade social, *i.e.* LHS=RHS. Qed.

Proposição 2- Consequências do efeito rendimento do meso-fúndio no óptimo social

Sob a hipótese inicial de que mais rendimento significa mais bem-estar, então como o efeito rendimento do meso-fúndio opera por duas vias na condição de optimalidade social, se o efeito rendimento for positivo e simultaneamente crescente e/ ou decrescente, então o óptimo social reajusta-se através dessa condição *.*

Demonstração:

Vejamos o caso em que o efeito rendimento do meso-fúndio é positivo e crescente. No caso em que é positivo e decrescente, a demonstração é simétrica a esta.

Se o efeito rendimento do meso-fúndio aumentar (*ERi*), então este ao ponderar ao efeito de «*threshold*» total ($Etrh_L + n_i.Etrh_i + n_j.Etrh_j$) leva à diminuição do RHS, i.e. do termo direito da condição de optimalidade social * diminui. Por outro lado, se o efeito rendimento do meso-fúndio é crescente, então a subida do rendimento leva a um aumento do efeito rendimento, mas como este pondera negativamente no (LHS) termo esquerdo da condição*, então dá-se uma redução de tal modo a que de novo se verifica o equilíbrio de óptimo social: LHS=RHS. Qed.

Discutamos a razoabilidade destas Proposições 1 e 2.

A Proposição 1 apenas exige que as produtividades marginais das parcelas sejam bem comportadas, ou seja, que sejam decrescentes, pelo menos a partir de um certo ponto. Esta hipótese é bastante razoável e *"standard"* nos livros de texto de microeconomia - veja-se VARIAN (1992) e MATEUS e MATEUS (2001).

A sua intuição é a de que a dimensão óptima do meso-fúndio deve diminuir e a do micro-fúndio deve aumentar. Assim seria razoável e até expectável que possa haver convergência da dimensão destes minifúndios [i.e. ($E_i \rightarrow F_j$)]

Como pode a produtividade do meso-fúndio subir? Esta também é uma boa questão para testar a razoabilidade da Proposição 1. A racionalização das práticas produtivas, o desenvolvimento de novas técnicas produtivas para escalas menores até um certo ponto, até ao tal *"threshold"*, o recurso ao micro-crédito (mais facilmente obtenível para pequenas escalas), justificam por si só a melhoria da produtividade do meso-fúndio face ao latifúndio.

A Proposição 2 já depende do facto de o efeito rendimento ser positivo, i.e. mais rendimento, normalmente traduzido em mais terra, trará mais bem-estar, o que nos parece também parece ser intuitivo.

Mas para procedermos a uma análise ainda mais aturada deste modelo desta secção, convém-nos analisar a condição * em mais detalhe, nomeadamente do ponto de vista dos *"thresholds"*, que é um ponto-chave da análise de toda esta tese.

Re-escrevamos a condição de optimalidade social (*) do seguinte modo:

(Condição de óptimo social **)

$$\alpha_1.X_1 + \alpha_2.X_2 + X_3 = k.\left[X_1 + n_i.X_2 + n_j.X_3\right]$$

com respectivamente $X_1 = ETrh_L = \dfrac{\partial L}{\partial T_i}$; $X_2 = ETrh_i = \dfrac{\partial E_i}{\partial T_i}$; $X_3 = ETrh_j = \dfrac{\partial F_j}{\partial T_j}$; i.e. as nossas variáveis *X* representam os nossos efeitos *"threshold"*, i.e. o modo como deve aumentar a parcela óptima de cada tipo face ao aumento do limiar de acesso de rentabilização da terra (*"threshold"*-Ti). Os α_i representam os pesos dos *"thresholds"* e são respectivamente: $\alpha_1 = -\dfrac{ER_L}{ER_i}.TMST_{L,F_j}$; $\alpha_2 = -\dfrac{ER_i}{ER_j}.TMST_{E_i,F_j}$; $\alpha_3 = 1$.

Adicionalmente, temos $K = \left[\dfrac{1}{ER_i.PmgE_i} \right]$.

Assim temos três casos possíveis na solução deste sistema.

No primeiro caso temos $X_1 = ETrh_L = \dfrac{\partial L}{\partial T_i} > 0$, livre no domínio positivo, e temos resolvendo o sistema a seguinte relação óptima entre X_2 e X_3:

$X_2^* = \left[\dfrac{n_j.\alpha_1 - 1}{\alpha_2 - n_i.\alpha_1} \right].X_3^*$, i.e. representamos uma relação óptima entre os "*thresholds*" de X_2 e X_3, ou seja, para os "*thresholds*" dos meso-fúndios e micro-fúndios.

Na FIGURA 8 (CASO 1 - X_1 livre) analisa-se no primeiro quadrante a relação óptima entre o número de meso-fúndios (n_i) e o número de micro-fúndios (n_j). A zona admissível de reforma agrária socialmente óptima, após alguns cálculos é, para valores do número de meso-fúndios (n_i) inferiores a $n_i < {}^1\!/_{\alpha_2}$, a seguinte: $\left(n_j < {}^1\!/_{\alpha_1}\right) \wedge \left(n_j > {}^{\alpha_2}\!/_{\alpha_1}\right)$, para valores superiores a $n_i > {}^1\!/_{\alpha_2}$ teremos a zona admissível socialmente óptima seguinte: $\left(n_j > {}^1\!/_{\alpha_1}\right) \wedge \left(n_j < {}^{\alpha_2}\!/_{\alpha_1}\right)$. Assim a intersecção destas duas áreas dá-nos a zona de reforma agrária, segundo o número de parcelas admissível socialmente óptima.

Analisemos o remanescente da figura.

No segundo quadrante temos a relação óptima entre o número de micro-fúndios (n_j) e o efeito de "*threshold*" de micro-fúndios X_3, que conseguimos analisar como uma hipérbole rectangular. Isto porque, quando o efeito de "*threshold*" do micro-fúndio quando tende para zero, o número óptimo de micro-fúndios deve aumentar (logo tende para infinito). De igual modo, quando o efeito de "*threshold*" dos micro-fúndios tende para infinito, o número destes micro-fúndios tende a estabilizar em $\left({}^1\!/_{\alpha_1}\right)$ - valor da assímptota do modelo.

No terceiro quadrante temos a relação óptima entre os "*thresholds*" já referida:

$$X_2^* = \left[\frac{n_j.\alpha_1 - 1}{\alpha_2 - n_i.\alpha_1} \right].X_3^*.$$

No quarto quadrante à semelhança do segundo calcularam-se as relações assimptóticas entre o número óptimo de meso-fúndios e o efeito de "*threshold*" desses mesmos meso-fúndios. Quando n_i tende para zero, esse comportamento ocorre para um valor finito e positivo do efeito "*threshold*" dos meso-fúndios: $\frac{D}{\alpha_2} = \frac{(n_j.\alpha_1 - 1).\bar{X}_3}{\alpha_2}$.

Quando n_i tende para infinito o efeito "*threshold*" dos minifúndios tende para zero. No entanto há uma assímptota para quando quer por valores inferiores ou superiores n_i tende para $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$.

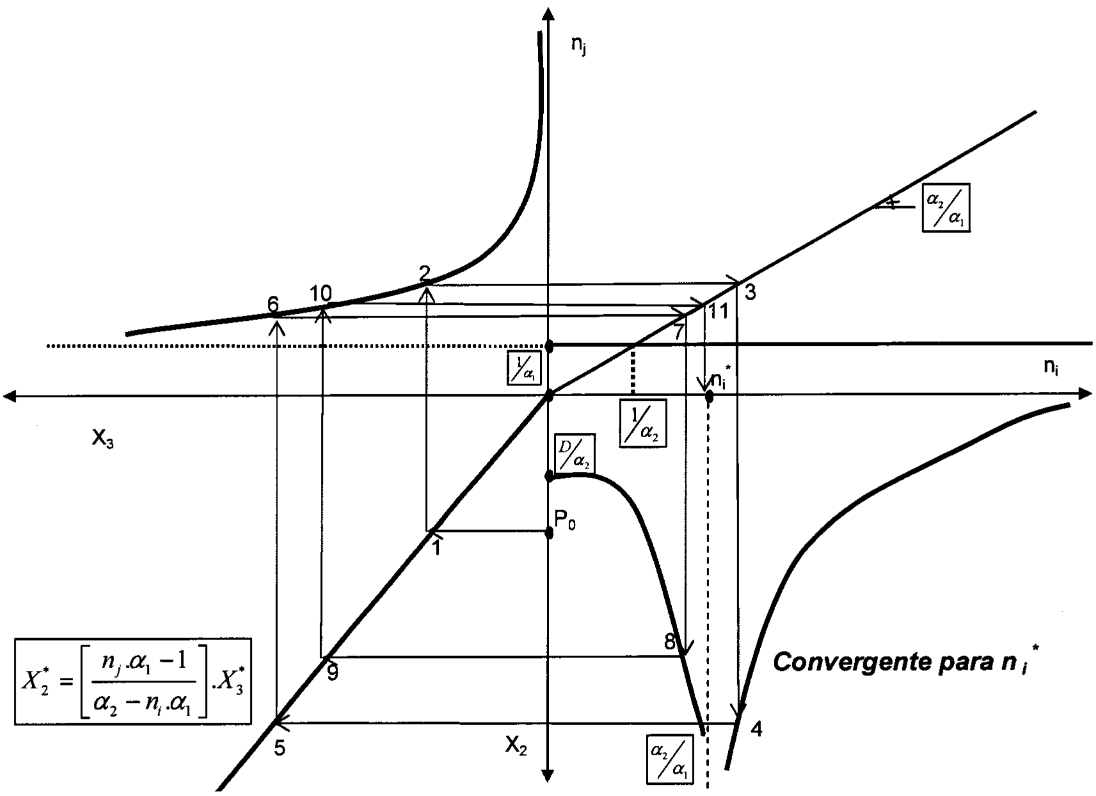


FIGURA 8- Solução óptima do modelo do capítulo 7.9- CASO 1

Relacionando os quatro quadrantes podemos ver, que nesta óptica social, partindo de P_0, o ajustamento faz-se no terceiro quadrante atinge-se 1, daqui obtém-se o ponto óptimo 2 no segundo quadrante, depois o ponto 3 no primeiro quadrante, que nos leva a um ponto 4 no quarto quadrante, e assim sucessivamente vai-se dando um ajustamento, no sentido dos ponteiros do relógio, até se convergir para a assimptota n_i^* igual $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$. O ajustamento é do estilo dinâmico, apesar do modelo ser estático, sendo este facto resultante da não linearidade do sistema.

O segundo caso é ilustrado pela relação óptima, com X_2 livre e positivo, entre os *"thresholds"* de latifúndio X_1 e de micro-fúndio X_3 na FIGURA 9. À semelhança da figura anterior temos no primeiro quadrante a zona de admissibilidade de reforma agrária de acordo com óptimo social, estabelecendo a relação entre o número de meso-fúndios e micro-fúndios. No segundo quadrante temos de novo uma assímptota para o efeito de *"threshold"* do micro-fúndio (X_3), que é igual a: $E = \frac{-n_i}{\alpha_2}$. No terceiro quadrante temos a relação óptima entre os *"thresholds"* de X_1 e X_3, e finalmente no quarto quadrante temos a relação óptima entre o número de meso-fúndios (n_i) e o efeito de *"threshold"* de latifúndio (X_1). Seguindo de novo um ajustamento no sentido do ponteiro dos relógios obtemos um padrão cíclico regular. Repetem-se, ad infinitum, os pontos 7 a 10.

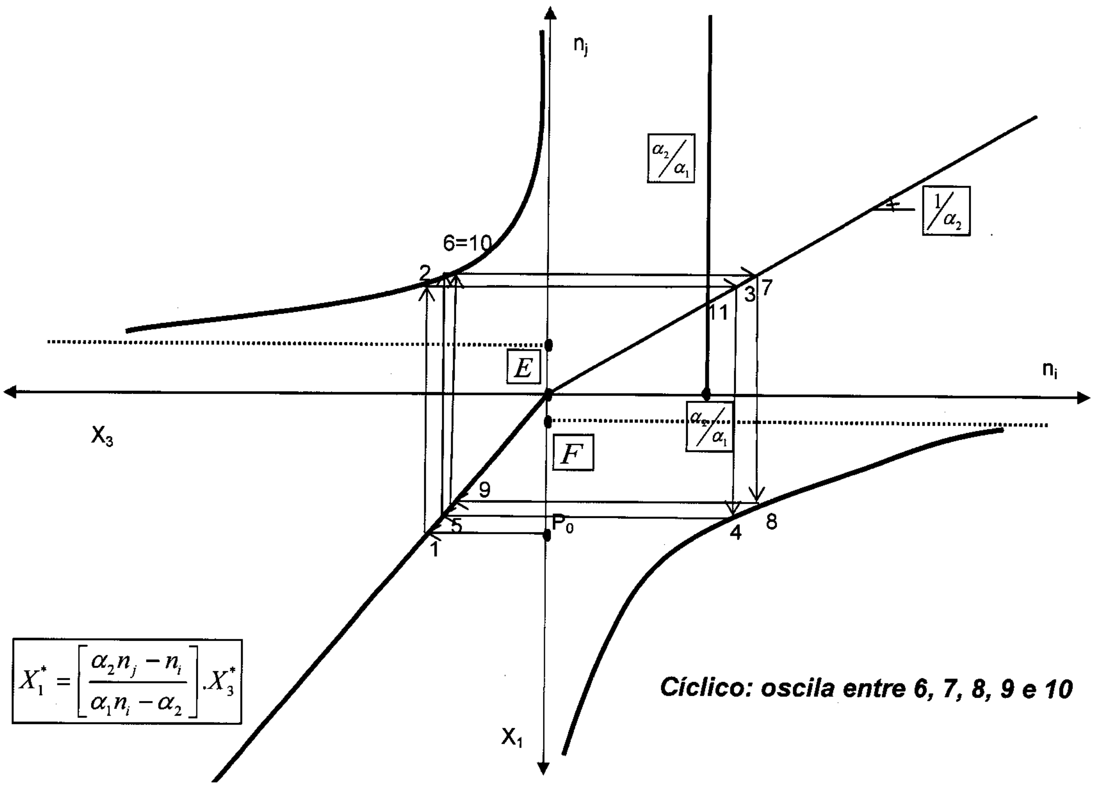


FIGURA 9 - Solução óptima do modelo do capítulo 7.9- CASO 2

O terceiro caso corresponde à análise, com efeito de "*threshold*" de microfúndio (X_3) livre mas positivo, estabelecendo-se no terceiro quadrante da FIGURA 10.a relação óptima entre X_1 e X_2, *i.e.* os efeitos "*thresholds*" óptimos na reforma agrária de latifúndio versus meso-fúndio.

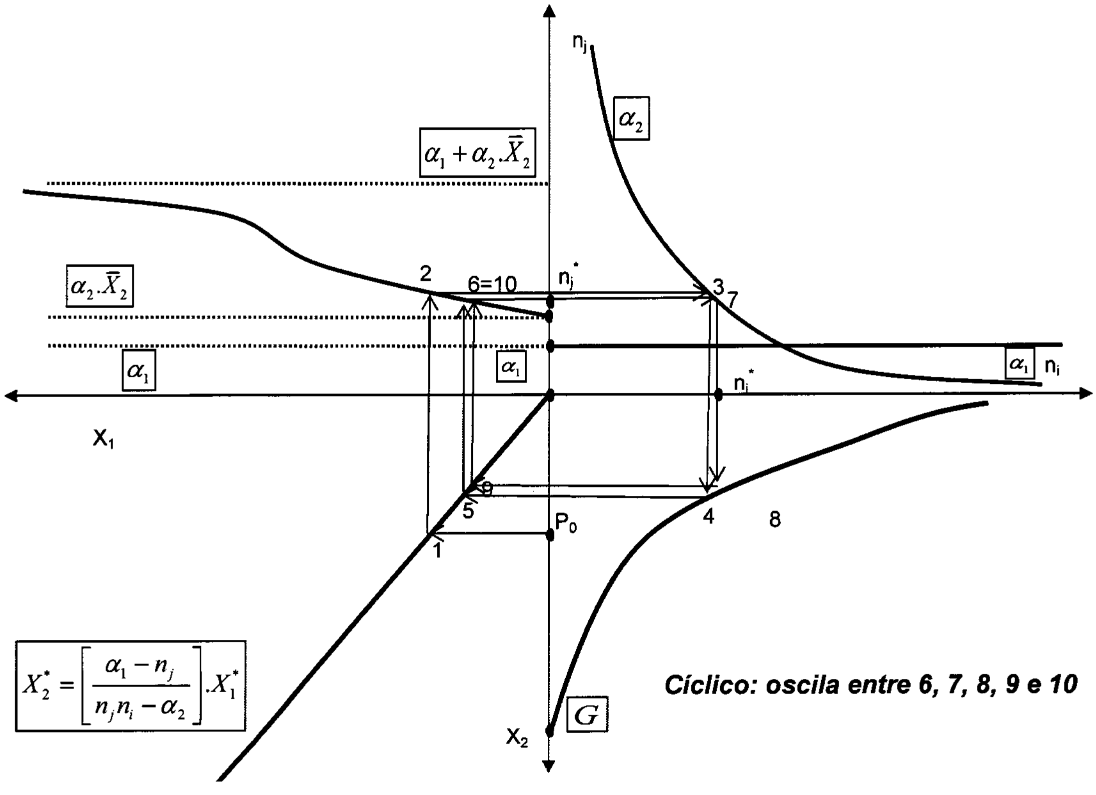


FIGURA 10-Solução óptima do modelo do capítulo 7.9- CASO 3

O segundo quadrante ilustra a relação óptima entre o número de micro-fúndios (n_i) e o efeito "*threshold*" de latifúndio. Neste quadrante definem-se duas assímptotas e as variáveis comportam-se dentro da banda dessas assímptotas.

O primeiro quadrante ilustra novamente a condição de admissibilidade de reforma agrária segundo o óptimo social, entre o número de micro-fúndios (n_j) e de meso-fúndios (n_i). À esquerda da intersecção das duas curvas do primeiro quadrante, temos como condição de admissibilidade do óptimo social: $(n_i.n_j < \alpha_2) \wedge (n_j > \alpha_1)$; à direita da intersecção temos: $(n_i.n_j > \alpha_2) \wedge (n_j < \alpha_1)$.

No terceiro quadrante temos a relação óptima entre n_j e X_2, i.e. entre o número óptimo de meso-fúndios e o "*threshold*" de meso-fúndios, que de novo para este caso é uma hipérbole rectangular.

A solução deste modelo obtém-se à semelhança das anteriores a partir do ponto P_0 e rodando no sentido dos ponteiros do relógio dos pontos 1 a 10. A solução acaba por estabelecer um ciclo fixo entre 6 e 10. Definindo-se neste caso valores óptimos para n_i e n_j, dados respectivamente por n_i^* e n_j^* como equilíbrio do óptimo social.

8. Modelo de "*start-up cost*" generalizado a mais de uma variável

8.1. O problema

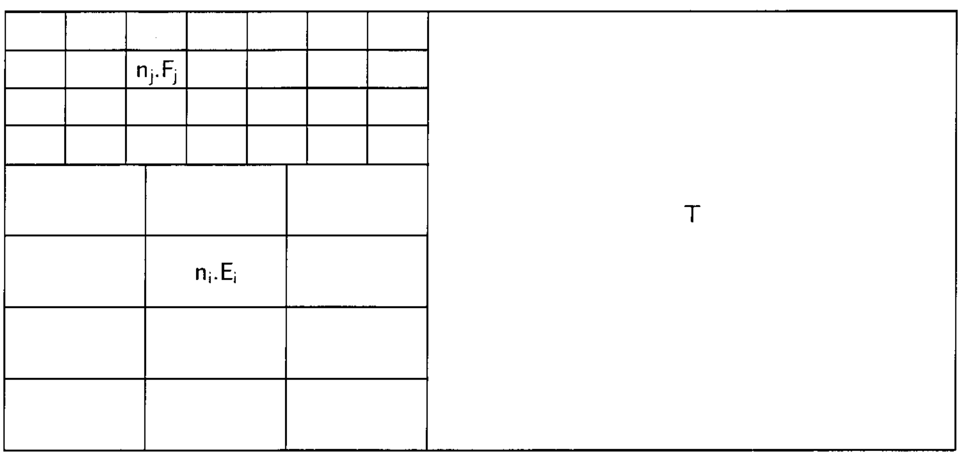
A função de produção define-se considerando quatro variáveis de *input*:

$Y_i(K,H,R,L)$, em que K é capital físico, H capital humano, R é a terra total disponível, e L é trabalho.

Há novamente três tipos de parcelas a partir da terra disponível: T- latifúndios; E_i-mesofúndios e F_j-Micro-fúndios

Se forem parcelas iguais a redistribuir temos como, na secção anterior,:
$T + n_i.E_i + n_j.F_j = R$.

FIGURA 11- Repartição da terra disponível (R) em T, E_i e F_j



A análise do rendimento prende-se com a distribuição do mesmo, i.e. um ponto de vista baseado na equidade. Para tal vamos estabelecer uma função de bem-estar considerando a distribuição do rendimento, ou seja, em termos formais:

$W=\sigma(Y_i,Y_j,Y_T;t_i,t_j)$, em que *Y* representa o rendimento, e t_i t_j respectivamente os "*thresholds*" de escape ao rendimento de pobreza, respectivamente para o terreno meso-fundiário e micro-fundiário.

Para formalizar a função de bem-estar podemos considerar que esta será a "soma contínua" da distribuição de rendimentos (i.e. o integral): [19]

$W=\int Y_i(K,H,R,L;t_i,t_j).dY_i$

i.e. com base no rendimento gerado pela produção com os factores *K*, capital físico, *H* capital humano, *R* terra disponível, e *L* trabalho (de "labour").

8.2. Formalização

O problema a resolver numa óptica social passou, então, a ser:

$Max\ W=\int Y_i(K,H,R,L;t_i,t_j).dY_i; \quad i=i,j,T$

sujeito às seguintes restrições:

i) Restrição "física" de RA

$T+n_i.E_i+n_j.F_j=R$

R é o montante de terra disponível a redistribuir, a partir de *T* que é o latifúndio, E_i é o meso-fúndio e F_j é o micro-fúndio.

ii) Restrição de "viabilidade" de RA *ex-post*

$p_R.Y_R\leq p_T.Y_T+p_i.n_i.Y_i+p_j.n_j.Y_j$; ou seja, o rendimento gerado, pela terra, *ex-post* à RA, tem de ser superior ou igual ao gerado pela terra disponível antes da RA.

iii) Restrição de activos "agregada" da economia

$r.K+w_H.H+p_R.R+w.L\leq p.Y_i$

[19] Em rigor não se deveria utilizar o integral, pois isso dará um contínuo de explorações. A ideia é um somatório de rendimentos gerados pelas parcelas. A abordagem mais simples seria a de um somatório.

iv) Restrição "pobreza" "threshold"

$$Y_i(K,H,E_i,L) \geq Y_i(K,H,E_i,L;t_i)$$

$$Y_j(K,H,F_j,L) \geq Y_i(K,H,F_j,L;t_j)$$

onde t_i- "threshold" para E_i; t_j- " "threshold" para F_j.

Note-se que o latifúndio não tem restrição de pobreza (o que é intuitivo).

No anexo 16.1 apresentamos a derivação completa e detalhada de todas os resultados deste capítulo 8. Por serem semelhantes e o processo de cálculo em tudo igual, apresentamo-los assim em detalhe para o leitor mais interessado nesse anexo. Neste capítulo limitamo-nos a enunciar o ponto de partida e de chegada, e fazemos a análise comparativa dos resultados.

De qualquer modo, neste corpo de texto principal, ilustramos ainda em detalhe o caso 1. Os casos 2 a 5 são remetidos para o já referido anexo 16.1.

8.3. Solução do Óptimo social

Vamos então calcular o óptimo social usando o *Lagrangeano* e as respectivas condições de Kuhn-Tucker:

$$\underset{T,E_i,F_j,K,H,L,n_i}{Max}\ \ell = \int Y_i(K,H,R,L;t_i,t_j)dY + \lambda_1.\left[R - T - n_i.E_i - n_j.F_j\right] +$$
$$+\lambda_2.\left[p_R.Y_R - p_T.Y_T - p_i.n_i.Y_i - p_j.n_j.Y_j\right] + \lambda_3.\left[p_i.Y_i - r.K - w_H.H - p_R.R - w.L\right] +$$
$$+\lambda_4.\left[Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L;t_i)\right] + \lambda_5.\left[Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L;t_j)\right]$$

Para este programa, apresentam-se de seguida as condições de primeira ordem:

$$(1)\frac{\partial \ell}{\partial T} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY - \lambda_1. + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - P_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right] \leq 0$$

$$(2)\quad T \geq 0 \qquad (3)\quad \frac{\partial \ell}{\partial T}.T = 0$$

$$(4)\frac{\partial \ell}{\partial E_i} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY - n_i.\lambda_1. + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - P_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right] \leq 0$$

$$(5)\quad E_i \geq 0 \qquad (6)\quad \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i = 0$$

$$(7)\frac{\partial \ell}{\partial F_j} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY - n_j.\lambda_1. + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - P_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right] \leq 0$$

$$(8)\quad F_j \geq 0 \qquad (9)\frac{\partial \ell}{\partial F_j}.F_j = 0$$

$$(10)\frac{\partial \ell}{\partial K}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial K}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial K}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial K}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial K}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial K}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial K}-r-w_H.\frac{\partial H}{\partial K}-P_R.\frac{\partial R}{\partial K}-w.\frac{\partial L}{\partial K}\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial K}-\frac{\partial Y_i}{\partial K}\bigg|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial K}-\frac{\partial Y_j}{\partial K}\bigg|_{t_j}\right]\leq 0$$

$$(11)\quad K\geq 0 \qquad (12)\quad \frac{\partial \ell}{\partial K}.K=0$$

$$(13)\frac{\partial \ell}{\partial H}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial H}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial H}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial H}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial H}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial H}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial H}-r.\frac{\partial K}{\partial H}-w_H-P_R.\frac{\partial R}{\partial H}-w.\frac{\partial L}{\partial H}\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial H}-\frac{\partial Y_i}{\partial H}\bigg|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial H}-\frac{\partial Y_j}{\partial H}\bigg|_{t_j}\right]\leq 0$$

$$(14)\quad H\geq 0 \qquad (15)\quad \frac{\partial \ell}{\partial H}.H=0$$

$$(16)\frac{\partial \ell}{\partial L}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial L}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial L}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial L}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial L}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial L}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial L}-r.\frac{\partial K}{\partial L}-w_H.\frac{\partial H}{\partial L}-P_R.\frac{\partial R}{\partial L}-w\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial L}-\frac{\partial Y_i}{\partial L}\bigg|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial L}-\frac{\partial Y_j}{\partial L}\bigg|_{t_j}\right]\leq 0$$

$$(16)\frac{\partial \ell}{\partial L}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial L}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial L}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial L}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial L}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial L}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial L}-r.\frac{\partial K}{\partial L}-w_H.\frac{\partial H}{\partial L}-p_R.\frac{\partial R}{\partial L}-w\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial L}-\frac{\partial Y_i}{\partial L}\bigg|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial L}-\frac{\partial Y_j}{\partial L}\bigg|_{t_j}\right]\geq 0$$

$$(17)\quad L\geq 0 \qquad (18)\quad \frac{\partial \ell}{\partial L}.L=0$$

$$(19)\frac{\partial \ell}{\partial n_i}=-\lambda_1.E_i-\lambda_2.p_i.Y_i-\lambda_3.p_R.E_i\leq 0 \quad (20)\ n_i\geq 0 \quad (21)\ \frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i=0$$

$$(22)\ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}=R-T-n_i.E_i-n_j.F_j\geq 0 \quad (23)\ \lambda_1\geq 0 \quad (24)\ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1=0$$

$$(25)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}=p_R.Y_R-p_T.Y_T-p_i.n_i.Y_i-p_j.n_j.Y_j\geq 0 \quad (26)\ \lambda_2\geq 0 \quad (27)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2=0$$

$$(28)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}=p_i.Y_i-r.K-w_H.H-p_R.R-w.L\geq 0 \quad (29)\ \lambda_3\geq 0 \quad (30)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3=0$$

$$(31)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4} = Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L)_{|_{\bar{t}_i}} \geq 0 \quad (32)\ \ \lambda_4 \geq 0 \quad (33)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}.\lambda_4 = 0$$

$$(34)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5} = Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L)_{|_{\bar{t}_j}} \geq 0 \quad (35)\ \ \lambda_5 \geq 0 \quad (36)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}.\lambda_5 = 0$$

Sendo estas as condições de primeira ordem, vamos resolvê-las da seguinte forma: como (37) $R = T + n_i.E_i + n_j.F_j$ então temos (38) λ_1 livre, logo em (22) ficaremos com (39) $\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1} = R - T - n_i.E_i - n_j.F_j = 0$ e então teremos: (40) $\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1 = 0$, ou seja a condição (22) verifica-se.

De igual modo vamos assumir que as nossas variáveis de decisão são todas estritamente positivas, ou seja, *T, E*E_i, F_j, K, H, L, n_i são maiores que zero.

Assim podemos re-escrever as condições de primeira ordem tendo em atenção este facto, que se nos afigura como bastante realista:

$$(41)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial T} = 0 \qquad (42)\ \ T > 0 \qquad (43)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial T}.T = 0$$

$$(44)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial E_i} = 0 \qquad (45)\ \ E_i > 0 \qquad (46)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i = 0$$

$$(47)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial F_j} = 0 \qquad (48)\ \ F_j > 0 \qquad (49)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial F_j}.F_j = 0$$

$$(50)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial K} = 0 \qquad (51)\ \ K > 0 \qquad (52)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial K}.K = 0$$

$$(53)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial H} = 0 \qquad (54)\ \ H > 0 \qquad (55)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial H}.H = 0$$

$$(56)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial L} = 0 \qquad (57)\ \ L > 0 \qquad (58)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial L}.L = 0$$

$$(59)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial n_i} = 0 \qquad (60)\ \ n_i > 0 \qquad (61)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i = 0$$

$$(62)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1} = R - T - n_i.E_i - n_j.F_j = 0 \quad (63)\ \ \lambda_1 > 0 \quad (64)\ \ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1 = 0$$

Teremos então vários casos para os multiplicadores de Lagrange remanescentes:

QUADRO 2 -Análise dos Casos do Modelo Generalizado a mais de uma variável

Casos	Valores dos λ's				
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
1	+	0	0	0	0
2	+	0	0	+	+
3	+	+	+	0	0
4	+	+	0	0	+
5	+	0	+	0	+
6	0	+	+	0	+

CASO 1: λ_1 positivo, restantes nulos $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$

$$(65)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_2} = p_R.Y_R - p_T.Y_T - p_i.n_i.Y_i - p_j.n_j.Y_j > 0 \quad (66)\quad \lambda_2=0 \quad (67)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_2}.\lambda_2 = 0$$

$$(68)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_3} = p_i.Y_i - r.K - w_H.H - p_R.R - w.L > 0 \quad (69)\quad \lambda_3=0 \quad (70)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_3}.\lambda_3 = 0$$

$$(71)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4} = Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L)\rfloor_{\bar{t}_i} > 0 \quad (72)\quad \lambda_4=0 \quad (73)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4}.\lambda_4 = 0$$

$$(74)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5} = Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L)\rfloor_{\bar{t}_j} > 0 \quad (75)\quad \lambda_5=0 \quad (76)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5}.\lambda_5 = 0$$

Note-se que, segundo as equações (71) e (74), os minifúndios excedem os "*thresholds*".

Considerando agora a primeira equação das condições de primeira ordem e obedecendo às hipóteses do CASO 1, fica-se com:

(77) $\dfrac{\partial\ell}{\partial T} = \int\dfrac{\partial Y_i}{\partial T}.dY - \lambda_1 = 0$, logo: (78) $\lambda_1^* = \int\dfrac{\partial Y_i}{\partial T}.dY > 0$

Procedendo de igual forma para E_i, fica-se com:

(79) $\dfrac{\partial\ell}{\partial E_i} = \int\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY - n_i.\lambda_1 = 0$, o que implica que resolvendo em ordem a uma das variáveis de decisão (n_i) ficamos, após a substituição do λ_1 por (78) com:

(80) $n_i.\lambda_1 = \int\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$, daqui resultando o n_i^* óptimo:

(81) $n_i.\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$ de onde resulta: (82) $n_i^*=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}>0$

De igual modo para o termo F_j segue procedimento em tudo semelhante:

Ou seja, temos a seguinte expressão:

(83) $\frac{\partial \ell}{\partial F_j}=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY-n_j.\lambda_1=0$, de onde resulta: (84) $n_j.\lambda_1=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$. Combinando de novo (78) com (84) fica-se com a expressa óptima para os micro-fúndios:

(85) $n_j^*=\frac{\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}>0$.

A partir de (50) ficamos com (86) a (89):

(86) $\frac{\partial \ell}{\partial K}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial K}.dY=0$

(87) $\frac{\partial \ell}{\partial H}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial H}.dY=0$

(88) $\frac{\partial \ell}{\partial L}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial L}.dY=0$

(89) $\frac{\partial \ell}{\partial n_i}=-\lambda_1.E_i>0$ (90) $n_i>0$ (91) $\frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i>0$ (de onde resulta uma solução de canto para n_i).

Se combinarmos (82) com (85) obteremos o rácio óptimo (do ponto de vista social) do número óptimo relativo de explorações meso versus micro-fundiárias:

$$(92) \quad \frac{n_i^*}{n_j^*} = \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY \Big/ \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY \Big/ \int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY} > 0$$

, rearranjando (tendo em atenção que o denominador não é comum, mas que é o rácio dos valores das Pmg acumuladas nas explorações *i* e *j*, ficamos com (92')

$$(92') \quad \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY} = \frac{\dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{n_i^*}}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{n_j^*}} > 0$$

Daqui resulta como conclusão que o óptimo deste caso é um rácio de Pmg acumuladas para o latifúndio, uma expressão de TMS entre produtividades acumuladas do latifúndio, que deve ser igual à TMS das produtividades marginais acumuladas dos minifúndios (ponderadas pelo número de cada parcelas minifundiárias existentes).

Em termos intuitivos, este resultado justifica-se porque se o número óptimo de parcelas meso (E_i) subir (*ceteribus paribus*) então a sua média da produtividade marginal acumulada ponderada pelo número de parcelas desce (membro do lado direito desce). Por conseguinte para repor o equilíbrio, o custo de oportunidade do latifúndio tem de subir, ou seja, a TMS das Pmgs acumuladas do latifúndio deve descer.

De outro modo, re-escrevendo (92'):

$$(92'') \quad \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{n_i^*}} = \frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{n_j^*}} > 0$$

Outra interpretação talvez mais intuitiva é a de que estas '*proxies*' para as taxas marginais de substituição técnicas entre o latifúndio e respectivamente o meso-fúndio (entre T e E_i) têm de ser iguais, no óptimo, à taxa marginal de substituição do latifúndio face ao micro-fúndio (entre T e F_j), sendo de salientar que se pondera (divide) sempre pelo respectivo número de parcelas para todos os casos (o latifúndio como admitimos é único, logo é como se dividíssemos por 1).

CASO 2: λ_1, λ_4, λ_5 positivos, restantes nulos $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$

A partir da derivação feita no anexo 16.1 do caso 2, resolvendo em ordem a n_i^* obtemos a expressão que nos dá o número de parcelas meso-fundiárias óptimo[20]:

$$(124) \quad n_i^* = \frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right|_{t_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right|_{t_j} \right] + \frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|} \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} . dY$$

De igual modo resolvendo em ordem a n_j^* ficamos com a expressão óptima do número de parcelas dos micro-fúndíos:

$$(126) \quad n_j^* = \frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right|_{t_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right|_{t_j} \right] + \frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|} \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY$$

Combinando as expressões óptimas do número óptimo de parcelas dos meso-fúndios (124) e dos micro-fúndios (126) podemos obter a fracção óptima de micro-fúndios face ao total de mini-fúndios (meso+micro):

$$(127) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right|_{t_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right|_{t_j} \right] + \frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|} \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY}{\left\{ \frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right|_{t_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right|_{t_j} \right] + \frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|} \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} . dY \right\} + \left\{ \frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right|_{t_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|} \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right|_{t_j} \right] + \frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|} \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY \right\}}$$

Simplificando, eliminando $|D\lambda_1|$ ficamos com a expressão (127) simplificada:

$$(128) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{|D\lambda_4| \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right|_{t_i} \right] + |D\lambda_5| \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right|_{t_j} \right] + |\Delta| . \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY}{\left\{ |D\lambda_4| \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right|_{t_i} \right] + |D\lambda_5| \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right|_{t_j} \right] + |\Delta| . \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} . dY \right\} + \left\{ |D\lambda_4| \cdot \left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right|_{t_i} \right] + |D\lambda_5| \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \left.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right|_{t_j} \right] + |\Delta| . \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY \right\}}$$

Ou mais ainda a expressão equivalente a partir de (128):

[20] A numeração das equações deste capítulo 8 corresponde à do Anexo 16, onde estas são derivadas em maior detalhe. Daí o facto de no caso 2 partirmos da equação 124.

$$(129)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\dfrac{n_i^*}{n_j^*}+1}=\frac{1}{\left\{\dfrac{|D\lambda_4|\cdot\left[\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]+|\Delta|\cdot\displaystyle\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{|D\lambda_4|\cdot\left[\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]+|\Delta|\cdot\displaystyle\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}\right\}+1}$$

CASO 3: λ_1, λ_2, λ_3 positivos, restantes nulos $\lambda_4=\lambda_5=0$

A partir do anexo 16.1. (caso 3), ficamos com λ_1^*, λ_2^*, λ_3^* obtidos através de (158), (160) e (162), ficamos com o sistema na forma matricial:

$$(166)\begin{pmatrix} \left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)\end{pmatrix}.\begin{bmatrix} n_i \\ n_j\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} w_i \\ w_j\end{bmatrix}$$

Com

$$(167)\quad O\ .\ N\ =\ W$$

e para o vector W a seguinte especificação:

$$(168)\begin{bmatrix} w_i \\ w_j\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \displaystyle\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right] \\ \displaystyle\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]\end{bmatrix}$$

Utilizando de novo a Regra de Cramer podemos resolver o sistema (166) para obtermos o número óptimo de parcelas mesofundiárias e micro-fundiárias.

$$(169)n_i^*=\frac{\begin{vmatrix} w_i & \left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ w_j & \left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)\end{vmatrix}}=\frac{w_i.\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-w_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

sendo o denominador o determinante do sistema:

$$(170)|O| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)$$

De igual modo temos para n_j^*:

$$(171) n_j^* = \frac{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & w_i \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & w_j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}} = \frac{w_j.\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - w_i.\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

Ora com base em (169) e (171), eliminando o denominador comum de ambas as expressões, podemos escrever tal como fizemos para o caso 2, a proporção óptima de micro-fúndios face ao total de minifúndios:

$$(172) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\frac{w_i.\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - w_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{w_j.\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - w_i.\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Dividindo e multiplicando a expressão (172) por w_j e substituindo os valores dos λ's óptimos, eliminando os termos comuns ficamos com:

$$(173) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right).\left(\frac{|D\lambda_1|}{|\pi|} + \frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\frac{|D\lambda_1|}{|\pi|} + \frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{w_i}{w_j}\right).\left(\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Eliminando o determinante de π:

$$(174)\qquad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\dfrac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right).\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{w_i}{w_j}\right).\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Para termos a expressão final óptima da proporção só nos falta determinar (w_i/w_j), façamos então esse cálculo auxiliar, obviamente substituindo os λ's óptimos nessa expressão:

$$(175)\qquad \frac{w_i}{w_j}=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

Substituindo pelos λ's óptimos, ficamos com a expressão óptima de $(w_i/w_j)^*$:

$$(176)\qquad \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+.\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\frac{|D\lambda_3|}{|\pi|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\frac{|D\lambda_3|}{|\pi|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

Eliminando os termos comuns o determinante Pi:

$$(177)\qquad \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*=\frac{|\pi|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{|\pi|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

'Injectando' (177) em (174) ficamos com a fracção óptima do número de micro-fundios versus minifúndios tendo em atenção o rácio óptimo $(w_i/w_j)^*$:

$$(178)\qquad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\dfrac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Esta expressão (178), como podemos verificar, já engloba preços, o que é intuitivo pois a restrição de viabilidade de RA (2ª restrição) e consequentemente o segundo multiplicador já estão activos. Note-se de igual modo a presença também das produtividades marginais de cada parcela de terra (relativamente a E_i e F_j) a determinarem o número relativo de parcelas. Note-se que intuitivamente o preço relativo de p_j subir face a p_i então o número óptimo de parcelas micro-fundiárias tenderá a diminuir face ao total.

CASO 4: λ_1, λ_2, λ_5 todos positivos, λ_3, λ_4 nulos

Este caso ilustra o facto de a restrição da terra e as restrições de viabilidade e a de pobreza para (e apenas para o micro-fúndio) estarem activas, i.e. estamos no seu limiar. Note-se que neste caso temos a redistribuição de terra como na FIGURA 11, que a RA tem de ser viável *ex-post*, e que o micro-fundio se encontra no "*threshold*" de pobreza.

Partindo das equações das restrições prévias e tendo em atenção o valor das hipóteses dos λ's, após os cálculos detalhados no anexo 16.1 (caso 4), procede-se como se indica de seguida.

Pondo de novo na forma matricial e resolvendo para n_i e n_j óptimos pela regra de Cramer:

$$(214)\begin{pmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{pmatrix} . \begin{bmatrix} n_i \\ n_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_i \\ z_j \end{bmatrix}$$

Re-escrevendo o sistema na forma matricial:

$$(215) \quad P \; . \; N \; = \; Z$$

Com respectivamente o vector Z definido do seguinte modo:

$$(216)\begin{bmatrix} z_i \\ z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \end{bmatrix}$$

Tal como foi dito aplicando a regra de Cramer a este sistema (214) e (215):

$$(217) n_i^* = \frac{\begin{vmatrix} z_i & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ z_j & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}} = \frac{z_i\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - z_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

O determinante do sistema (o denominador) é o seguinte:

$$(218) |P| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)$$

Se notarmos o último termo pode ser re-escrito de forma mais condensada, então:

$$(219) |P| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\left(\lambda_2^*\right)^2.p_i.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)$$

Passemos então à expressão óptima dos micro-fúndios:

$$(220) n_j^* = \frac{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & z_i \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & z_j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}} = \frac{z_j.\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - z_i.\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

Por (217) e (220) podemos, tal como fizemos para os casos 2 e 3 (ver, por ex. eq. (172)), calcular o número óptimo de parcelas micro-fundiárias, *versus* o total de minifúndios:

$$(221)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{z_i.\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-z_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{z_j.\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-z_i.\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Ora substituindo pelos λ's óptimos, e dividindo tudo por z_j:

$$(222)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right).\left(\frac{|D\lambda_1|}{|\alpha|}+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\frac{|D\lambda_1|}{|\alpha|}+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{z_i}{z_j}\right).\left(\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Eliminando o termo comum de α, ficamos com a expressão simplificada:

$$(223)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right).\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{z_i}{z_j}\right).\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Para termos a expressão óptima (da proporção) é ainda necessário determinar (z_i/z_j). Façamos então esse cálculo auxiliar:

$$(224)\quad \frac{z_i}{z_j}=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]}$$

. Substituindo os λ's óptimos:

$$(225)\quad \left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|\alpha|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|\alpha|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]}$$

Multiplicando pelo $|\alpha|$, ter-se-á:

$$(226)\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* = \frac{|\alpha|.\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + |D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + |D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]}{|\alpha|.\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + |D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + |D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]}$$

À semelhança do Caso 3, 'injectando' a expressão (226) em (223) ficamos com o número de fracções óptimas de micro-fúndios face ao total de minifúndios:

$$(227) \qquad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* . \left(|D\lambda_1| + |D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1| + |D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* . \left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Esta expressão tal como a (178) do Caso 3 também engloba os preços, logo as conclusões são em tudo semelhantes, a única diferença está no rácio de ponderadores que é (z_i/z_j) em vez de (w_i/w_j), que se referem a restrições diferentes.

É de notar que, tal como no caso 3, neste caso 4, uma vez que a restrição de viabilidade de RA *ex-post* está presente, verifica-se que se reflectem os preços e as produtividades na expressão da fracção óptima de micro-fúndios.

CASO 5: λ_1, λ_3, λ_5 todos positivos, λ_2, λ_4 nulos

Este caso ilustra o facto de as restrições da terra e a de activos agregada estarem activas, tal como a restrição de pobreza do micro-fúndio. A restrição de viabilidade *ex-post* da RA não está saturada, tal como a restrição de pobreza de "*threshold*" para o meso-fúndio. A resolução deste caso é em tudo semelhante à do Caso 2.

De novo a partir do anexo 16.1. (Caso 5), podemos por simplicidade obter, através de um processo em tudo semelhante, os resultados.

Eliminando os termos comuns (o determinante$|\beta|$) e resolvendo em ordem a n_i ficamos com a seguinte expressão para o número óptimo de meso-fúndios:

$$(263) n_i^* = \frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial E_i} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]$$

Eliminando os termos comuns (o determinante $|\beta|$) e resolvendo em ordem a n_j ficamos com a seguinte expressão para o número óptimo de micro-fúndios:

$$(266) n_j^* = \frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial F_j} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]$$

Tal como fizemos para os casos anteriores 2,3,4, podemos assim calcular o número de explorações óptimas microfundiárias face ao total de minifúndios, partindo das expressões (263) e (266):

$$(267) \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*} + 1} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{\left\{\frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial E_i} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]\right\}}{\left\{\frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial F_j} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]\right\}} + 1}$$

Simplificando a expressão (267), eliminando $|D\lambda_1|$ ficamos coma fracção óptima de micro-fundios face ao total de minifúndios no caso da primeira, terceira e quinta restrições serem activas, i.e. uma restrição física da terra, uma restrição de activos agregada e uma restrição de pobreza para o micro-fúndio.

$$(268) \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*} + 1} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{\left\{|\beta|\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) + |D\lambda_3|\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial E_i} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + |D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]\right\}}{\left\{|\beta|\cdot\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) + |D\lambda_3|\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r\cdot\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial F_j} - w\cdot\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + |D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]\right\}} + 1}$$

Note-se que na decisão óptima já se tem em conta os preços das parcelas de terra, o custo dos factores de produção, e o desvio face ao limiar de pobreza, para além da produtividade marginal das parcelas meso e micro-fundiárias.

CASO 6: λ_2, λ_3, λ_5 todos positivos, λ_1, λ_4 nulos

Neste caso temos λ_1 nulo, o que apenas quer dizer que a restrição "física" da terra não está saturada, ou seja, ficou terra por redistribuir. Afigura-se-nos que este caso (λ_1 nulo) não faz muito sentido na política de RA, a não ser talvez na zona de fronteira com a Natureza, por exemplo, no caso do limite de civilização junto à floresta Amazónica.

A sua resolução seguiria os mesmos passos ilustrados para os casos anteriores a três variáveis.

Vejamos então de seguida um quadro síntese com as diferentes afectações de RA via planeador social segundo as diferentes restrições: Casos 1 a 5.

Convém relembrar que de acordo com o Segundo Teorema Fundamental do Bem-Estar da Microeconomia, se pode recuperar os resultados de mercado, a partir das afectações daquele planeador. Ou seja, na ausência de externalidades as alocações do planeador podem ser obtidas no mercado. Assim, o QUADRO 3 resume a informação sobre as diferentes afectações do planeador, que poderão ser recuperadas pelo mercado.

n_i^*	n_j^*	***Pesos***	***Proporção micro vs total minifúndios***
(82) $n_i^* = \dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$	(85) $n_j^* = \dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$	n.a.	(92") $\dfrac{\dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}}{n_i^*} = \dfrac{\dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}}{n_j^*}$
(124) $n_i^* = \frac{\lvert D\lambda_4\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_j}\right] + \frac{\lvert\Delta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY$	(126) $n_j^* = \frac{\lvert D\lambda_4\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_j}\right] + \frac{\lvert\Delta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}dY$	n.a.	(129) $\dfrac{1}{\dfrac{\lvert D\lambda_4\rvert\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_j}\right] + \lvert\Delta\rvert\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}}{\lvert D\lambda_4\rvert\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_j}\right] + \lvert\Delta\rvert\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}}}$
(169) $n_i^* = \dfrac{w_i\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - w_j\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(171) $n_j^* = \dfrac{w_j\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - w_i\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(177) $\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^* = \dfrac{\lvert\pi\rvert.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY + \lvert D\lambda_2\rvert.\left[p_R\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_3\rvert.\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\lvert\pi\rvert.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}dY + \lvert D\lambda_2\rvert.\left[p_R\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_3\rvert.\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$	(178) $\dfrac{1}{\dfrac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lvert D\lambda_2\rvert.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right.}{\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(\lvert D\lambda_2\rvert.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right.}}$
(217) $n_i^* = \dfrac{z_i\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - z_j\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(220) $n_j^* = \dfrac{z_j\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - z_i\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(226) $\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* = \dfrac{\lvert\alpha\rvert.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY + \lvert D\lambda_2\rvert.\left[p_R\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_j}\right]}{\lvert\alpha\rvert.\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY + \lvert D\lambda_2\rvert.\left[p_R\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_j}\right]}$	(227) $\dfrac{1}{\dfrac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*.\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lvert D\lambda_2\rvert.p_j.\right.}{\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*.\left(\lvert D\lambda_2\rvert.p_i.\right.}}$
(263) $n_i^* = \frac{\lvert\beta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right) + \frac{\lvert D\lambda_3\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\frac{\partial R}{\partial E_i} - w\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\rvert_{t_j}\right]$	(266) $n_j^* = \frac{\lvert\beta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right) + \frac{\lvert D\lambda_3\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\rvert_{t_j}\right]$	n.a.	(268) $\dfrac{1}{\dfrac{\lvert\beta\rvert\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right) + \lvert D\lambda_3\rvert\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R\frac{\partial R}{\partial E_i} - w\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right.}{\lvert\beta\rvert\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right) + \lvert D\lambda_3\rvert\left[p_i\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R\frac{\partial R}{\partial F_j} - w\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right.}}$

QUADRO 3 - Súmula do número óptimo de parcelas de afectação de RA via planeador com modelo a 4 variáveis

O QUADRO 3 ilustra as diferentes combinações de λ's óptimos e de parcelas micro e meso-fundiárias de acordo com o peso dessas mesmas parcelas. Façamos uma análise comparativa dos mesmos:

No caso 1 a condição de optimalidade de proporção dos micro *versus* total dos mini-fúndios (expressão (92") última coluna, primeira linha do QUADRO 3), é ilustrada por uma taxa marginal de substituição técnicas dos latifúndios face aos minifúndios, a dividir pelo número respectivo de parcelas (i.e. os n_i e n_j). Este facto parece-nos intuitivo na medida em que se deve substituir meso (E_i) *versus* micro-fúndios (F_j) na margem face à produtividades do latifúndio (T), até que as TMST do latifúndio face ao meso seja igual em média à TMST do latifúndio face ao micro-fúndio.

$$(92'') \quad \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{n_i^*}} = \frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY}{\frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{n_j^*}} > 0$$

Outra interpretação talvez ainda mais intuitiva é a de que estas '*proxies*' para as taxas marginais de substituição técnicas entre o latifúndio e respectivamente o meso-fúndio (entre T e E_i) têm de ser iguais, no óptimo, à taxa marginal de substituição do latifúndio face ao micro-fúndio (entre T e F_j). Sendo de salientar que se pondera (divide) sempre pelo respectivo número de parcelas para todos os casos (o latifúndio como admitimos é único, logo é como se dividíssemos por 1).

No caso 2, as restrições de pobreza dos meso e micro-fúndios estão activas (iv), mas as restrições de viabilidade de RA *ex-post* (ii) e de activos agregadas (iii) estão inactivas. Assim a condição de optimalidade da percentagem óptima de micro-fúndios face ao total de minifúndios (micro+meso) depende naturalmente da "pressão" do desvio de quanto a produtividade marginal dos meso-fundios (e respectivamente micro) excedem o limiar de produtividade marginal que rentabiliza o capital humano. Ou seja é o tal limiar de produtividade marginal da terra que rentabiliza o capital humano que tem de ser excedido para valer a pena explorar uma parcela dessa terra.

A condição é:

$$(129)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*}+1}=\frac{1}{\left\{\frac{|D\lambda_4|\cdot\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{|D\lambda_4|\cdot\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}\right\}+1}$$

Repare-se que estamos a ponderar os desvios de cada parcela (por exemplo E_i) de terra face ao seu limiar (t_i) e face ao limiar da outra (t_j), e ainda se pondera o latifúndio, embora nesse não haja restrição de pobreza, também se deve ponderar na distribuição da terra, a sua produtividade.

No caso 3, as restrições de pobreza dos meso e micro-fúndios estão inactivas (iv), mas as restrições de viabilidade de RA *ex-post* (ii) e de activos agregadas (iii) estão activas. Logo, tal faz com que não se tenha de ter em conta exceder o limiar de pobreza (t_i e t_j), mas surgem preços da terra devido à restrição de viabilidade (iii) e de activos (iv).

A condição é:

$$(178)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*\cdot\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*\cdot\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Esta expressão (178) como podemos ver já engloba preços, o que é intuitivo pois a restrição de viabilidade de RA (2ª restrição) e consequentemente o segundo multiplicador já estão activos. Note-se de igual modo a presença também das produtividades marginais de cada parcela de terra (relativamente a E_i e F_j) a determinarem o número relativo de parcelas. Note-se que intuitivamente o preço relativo de p_j subir face a p_i então o número óptimo de parcelas micro-fundiárias tenderá a diminuir face ao total.

No caso 4, ilustra-se o facto de a restrição da terra e as restrições de viabilidade e a de pobreza para (e apenas para o microfúndio) estarem activas, i.e. estamos no seu limiar. Note-se que neste caso temos a redistribuição de terra como no QUADRO 3, que a RA tem de ser viável *ex-post*, e que o micro-fúndio se encontra no "threshold" de pobreza. A condição de optimalidade da percentagem de micro-fúndios óptima é:

$$(227)\qquad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*\cdot\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*\cdot\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Esta expressão tal como a (178) do Caso 3 também engloba os preços, logo as conclusões são em tudo semelhantes, a única diferença está no rácio de ponderadores que é (z_i/z_j) em vez de (w_i/w_j), que se referem a restrições diferentes.

É de notar que, tal como no caso 3, neste caso 4, uma vez que a restrição de viabilidade de RA ex-post está presente, que se reflectem os preços e as produtividades das parcelas na expressão da fracção óptima de micro-fúndios.

No caso 5, ilustra-se o facto de as restrições da terra e a de activos agregada estarem activas, tal como a restrição de pobreza do micro-fúndio. A restrição de viabilidade *ex-post* da RA não está saturada, tal como a restrição de pobreza de "threshold" para o meso-fúndio. A condição de optimalidade para a percentagem óptima de micro-fúndios é:

$$(268)\ \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*}+1}=$$

$$=\frac{1}{\dfrac{\left\{|\beta|\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]\right\}}{\left\{|\beta|.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]\right\}}+1}$$

Note-se que nesta decisão óptima já se tem em conta os preços das parcelas de terra, o custo dos factores de produção, e o desvio face ao limiar de pobreza, para além da produtividade marginal das parcelas meso e micro-fundiárias.

8.4. Análise gráfica das condições de optimalidade

Nesta secção procedemos à análise da condição de optimalidade do modelo 8, para os cinco casos resumidos algebricamente no QUADRO 3.

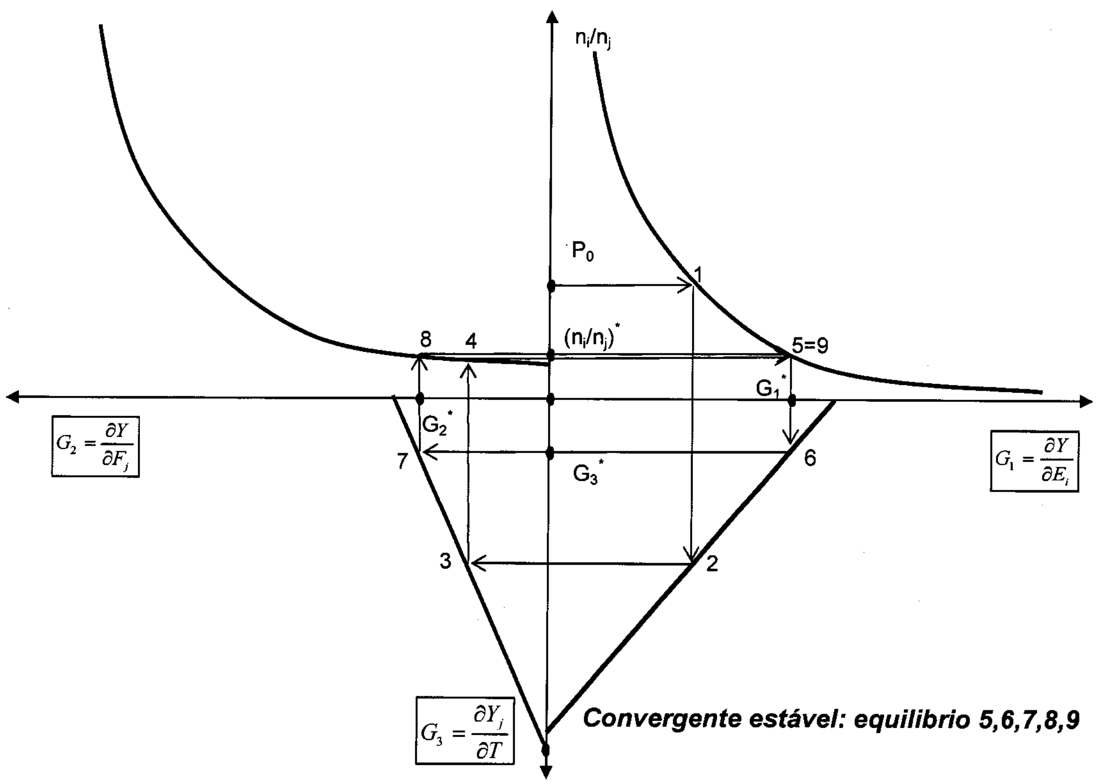


FIGURA 12 - Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 1

Na FIGURA 12 fazemos uma análise em quatro quadrantes para a condição de optimalidade social do número de meso-fúndios versus micro-fúndios, para o CASO 1 do QUADRO 3. O primeiro quadrante relata a produtividade marginal do meso-fúndio face ao número relativo de micro versus meso-fúndios. Como hipótese de trabalho temos que a produtividade marginal dos meso-fúndios é decrescente com o número de meso-fúndios, daí ser uma hipérbole rectangular face à origem. Ou seja, quando o número de mesofúndios tende para zero, a produtividade marginal dos meso-fúndios tende para infinito, quando o número de meso-fúndios tende para infinito, então a produtividade marginal do meso-fúndio tende para infinito.

No segundo quadrante da mesma figura temos a produtividade marginal do micro-fúndio versus o número relativo de meso versus micro-fúndios. Também assumimos, que a produtividade marginal dos micro-fúndios é decrescente com o número de micro-fúndios.

Como o micro-fúndio se encontra no denominador, quando o número micro-fúndios tende para zero, então o rácio de (n_i/n_j) tende para infinito e a produtividade marginal do micro-fúndio tende para infinito, assim temos uma parábola no segundo quadrante. Estas hipóteses, a nosso ver, são realistas e mantêm-se válidas para o remanescente das figuras que retratam a análise do QUADRO 3– i.e. FIGURA 12, FIGURA 13, FIGURA 14, FIGURA 15, FIGURA 16, FIGURA 17, ou seja, a análise dos dois primeiros quadrantes nestas figuras é idêntica.

Ainda na mesma FIGURA 12, no terceiro e quarto quadrantes representam uma relação negativa quer entre a produtividade marginal dos micro-fúndios *versus* latifúndio, quer entre os meso-fúndios e latifúndio.

Ainda na FIGURA 12 partindo do ponto P_0, seguindo na direcção inversa ao ponteiro dos relógios acabamos por passar pelos pontos 1, 2, 3, 4, até que se converge no primeiro quadrante a partir do ponto 5 e se chega a um equilíbrio (óptimo social), definido graficamente pelos pontos 5, 6, 7 e 8. Estes pontos correspondem exactamente a pontos óptimos de equilíbrio para os valores expressos pelas curvas, que representam G_1^*, G_2^* e G_3^*, i.e. respectivamente as produtividades marginais óptimas (socialmente) do meso-fúndio, do micro-fúndio e do latifúndio, e do número óptimo de parcelas de meso-fúndios versus micro-fúndios $(n_i/n_j)^*$.

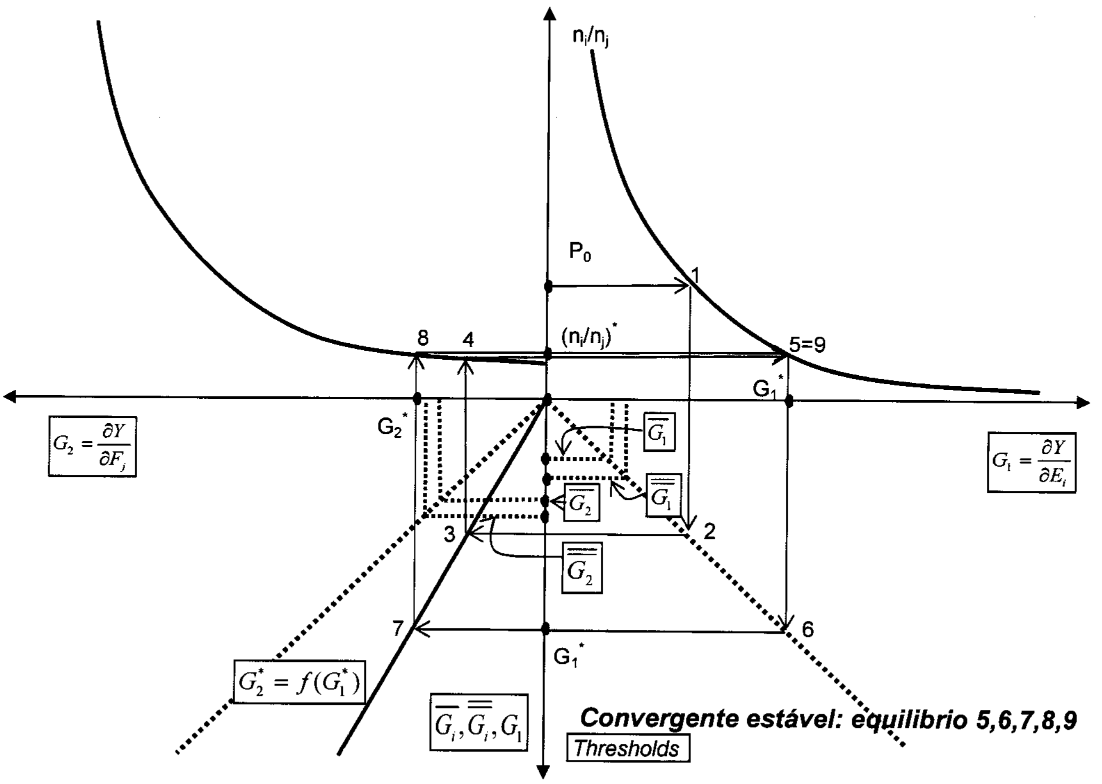


FIGURA 13 – Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 2A

As FIGURA 13 e FIGURA 14 representam respectivamente o segundo caso do QUADRO 3- (Casos 2A e 2B). No terceiro e quarto quadrantes as linhas a tracejado representam bissectrizes dos respectivos quadrantes. O eixo que separa o terceiro do quarto quadrante representa (para além de G1) os limiares de acesso, i.e. os "*thresholds*" das condições enunciadas. No terceiro quadrante, no caso 2A, a relação entre a produtividade óptima dos micro-fúndios com meso-fúndios é positiva (linha a cheio com declive superior a 45°), e no caso 2B essa mesma relação é negativa (linha cheio com declive negativo no terceiro quadrante. Os resultados em ambos os casos 2A e 2B acabam por ser semelhantes, i.e. convergência a partir dos pontos 5, 6, 7, 8 e 9. Deste modo obtemos os óptimos sociais para os valores de G_1^*, G_2^* e $(n_i/n_j)^*$.

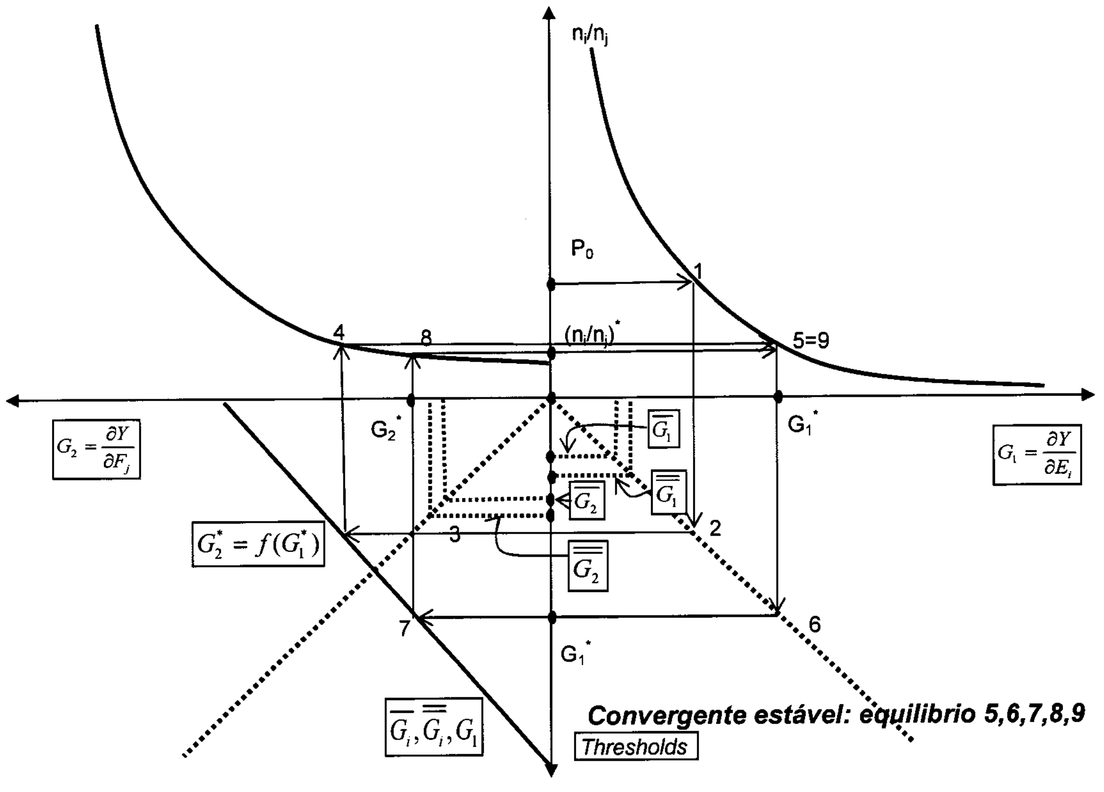


FIGURA 14 – Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 2B

De seguida analisamos o CASO 3 na FIGURA 15. Tal como vimos os dois primeiros quadrantes são idênticos às figuras anteriores. O eixo que separa o terceiro do quarto quadrante representa os pesos (w_i/w_j). A análise da expressão de (w_i/w_j) em função de G_1 é positiva e em função de G_2 é negativa. Deste modo determinam-se novamente a partir de P0 e, desta feita no sentido ao ponteiro dos relógios, os valores para os óptimos sociais: G_1^*, G_2^*, $(n_i/n_j)^*$ e $(w_i/w_j)^*$. Note-se que o equilíbrio (social) aqui determinado é extremamente sensível aos declives das relações óptimas do terceiro e quarto quadrante.

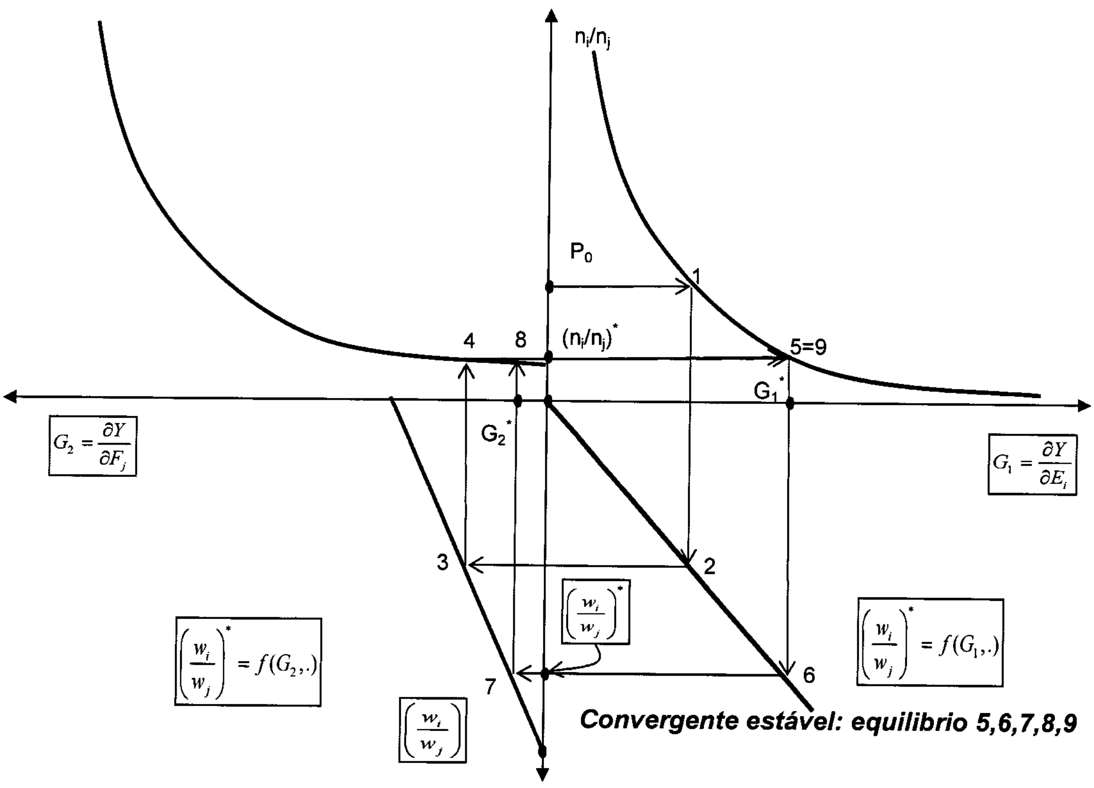


FIGURA 15- Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 3

A análise do CASO 4, baseia-se na FIGURA 16. Como vimos os dois primeiros quadrantes analise é comum, e no terceiro e quarto quadrante temos desta feita, temos novos ponderadores (z_i/z_j). No entanto a análise, apesar de os ponderadores serem diferentes pode ser feita à semelhança do CASO 3. De igual modo, G_1^*, G_2^*, $(n_i/n_j)^*$ e $(z_i/z_j)^*$ são os resultados do óptimo social da reforma agrária. Note-se que o equilíbrio (social) aqui determinado é extremamente sensível aos declives das relações óptimas do terceiro e quarto quadrante.

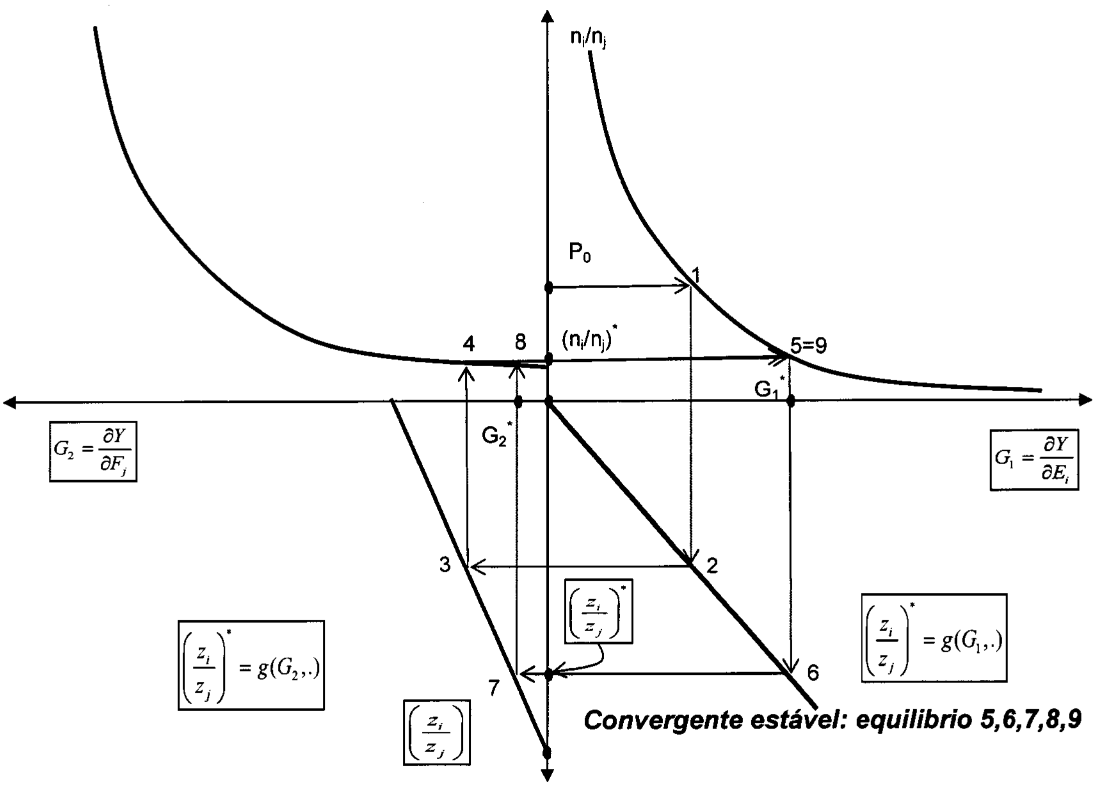


FIGURA 16 - Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 4

Por fim a análise do CASO 5 do óptimo social da reforma agrária do Modelo 8, pode ser feita recorrendo à FIGURA 17. Este caso é semelhante ao CASO 2 (A e B), apenas sendo de salientar que apenas há dois *"thresholds"* de restrição e não quatro valores, o que facilita a análise. É em tudo semelhante ao Caso 2A, e assim também se determinam graficamente os valores dos óptimos sociais para G_1^*, G_2^*, $(n_i/n_j)^*$ e $(z_i/z_j)^*$ da reforma agrária. Note-se que o equilíbrio (social) aqui determinado é extremamente sensível aos declives das relações óptimas do terceiro e quarto quadrante.

Antes de terminar este capítulo discutamos a razoabilidade das hipóteses que nos permitiram determinar graficamente os óptimos sociais da reforma agrária. Optámos por demonstrar graficamente que é possível haver óptimo social convergente. No entanto, estamos conscientes de que qualquer dos casos 1 a 5, aqui apresentados do QUADRO 3, são extremamente sensíveis às relações óptimas determinadas entre as produtividades, e que facilmente é possível obter trajectórias fora do equilíbrio. No entanto o nosso intuito foi o de demonstrar que socialmente é possível obter condições estáveis de reforma agrária que determinem a produtividade das parcelas em causa (derivada da dimensão das terras), o seu número relativo e as suas respectivas composições acima do limiar de acesso - i.e. os *"thresholds"* que rentabilizam a terra.

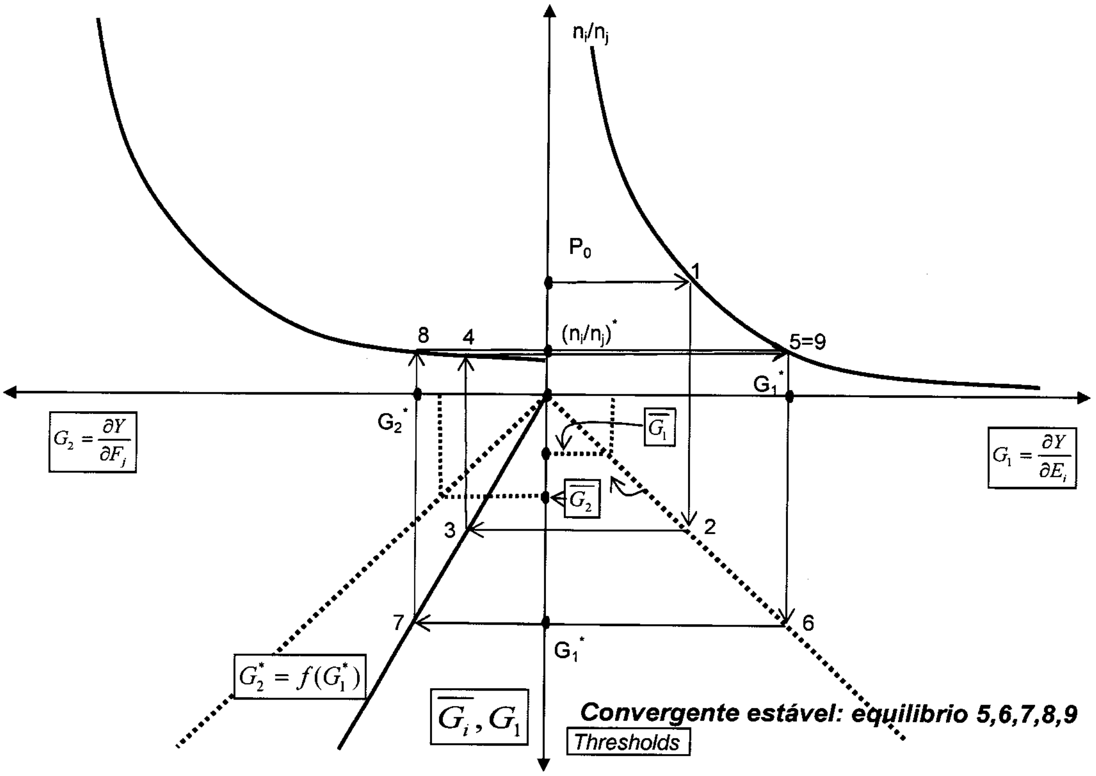


FIGURA 17 - Análise gráfica do óptimo do Modelo do Capítulo 8- CASO 5

No próximo capítulo, analisaremos a relação socialmente óptima do crédito e a reforma agrária, tendo em atenção o capital humano.

9. Modelo de crédito com jogo no "colateral"

9.1. Introdução ao modelo: a noção de «default»

Existem dois tipos de «*default*» (incumprimento) num modelo de crédito:

a) «*default*» involuntário - resultante da pouca sorte, por exemplo má colheita nesse ano, doença ou morte. Neste caso, admite-se geralmente que o devedor não tem dinheiro para pagar e não o faz.

b) «*default*» voluntário ou estratégico - o devedor tem dinheiro para pagar, mas é mais vantajoso para ele não o fazer. RAY (1998) avança que o devedor pode apenas ficar com o dinheiro e/ou fugir.

Existe uma probabilidade exógena de «*default*», i.e. apenas a fracção p dos empréstimos é paga.

A competição entre os prestadores (ou credores) do empréstimo leva a taxa de juro rural do mercado de crédito informal até um ponto em que a média do lucro esperado é igual a zero.

Seja E o montante de fundos emprestados, seja r o custo de oportunidade do prestador do crédito, e seja i a taxa de juro de equilíbrio do mercado rural informal. Nestas condições, o lucro esperado do prestador (credor) é:

$$\pi^E = p.(1+i).E-(1+r).E$$

A condição de lucro nulo, dada a competição implica que:

$$\pi^E = p.(1+i).E-(1+r).E = 0$$

de onde resulta a taxa de juro informal:

$$i = \frac{1+r}{p} - 1$$

Quando $p=1$, i.e. a probabilidade de «default» é nula (pois $1-p=0$), então a taxa de juro informal (i) é igual à taxa de juro do mercado rural (r).

9.2. «*Default*» e 'colateral'

O credor para se precaver contra o incumprimento («*default*») do pagamento do empréstimo tende a exigir 'colateral' como garantia para esse mesmo empréstimo. O 'colateral' de acordo com RAY (1998) pode assumir uma variedade de formas:

a) certos direitos de propriedade podem ser transferidos enquanto o empréstimo está pendente;

b) o trabalho pode ser hipotecado, e mais tarde utilizado para pagar o empréstimo;

c) existem outras formas como KURUP (1976) (citado por (RAY 1998)) descreve para o estado de Kerala da Índia, em que os cartões de racionamento utilizados para comprar comida subsidiada, eram utilizados como garantia de empréstimo. Este caso especial costuma ser denominado na literatura como hipoteca de direito de usufruto. Esta classe mais vasta inclui também o caso em que o agricultor pode hipotecar parte da sua futura produção enquanto não paga o seu empréstimo.

Assim RAY (1998) sumaria o 'colateral' em dois tipos distintos:

i) ambos, o credor e o devedor, valorizam de elevado modo o 'colateral';

ii) o devedor valoriza mais o 'colateral' que o credor.

O terceiro caso de o devedor valorizar menos o 'colateral' que o credor não se põe, porque neste caso o devedor nunca teria interesse em pagar o empréstimo pois não se importaria de entregar esse mesmo 'colateral' que é pouco valioso para si.

Do ponto de vista do «*default*» estratégico é indiferente se o colateral é do tipo i) ou ii). Assim é porque se for do tipo ii), o facto de o devedor valorizar mais o 'colateral', por exemplo o relógio do avô, ao qual atribui um valor sentimental, garante ao credor que fará tudo para pagar o empréstimo.

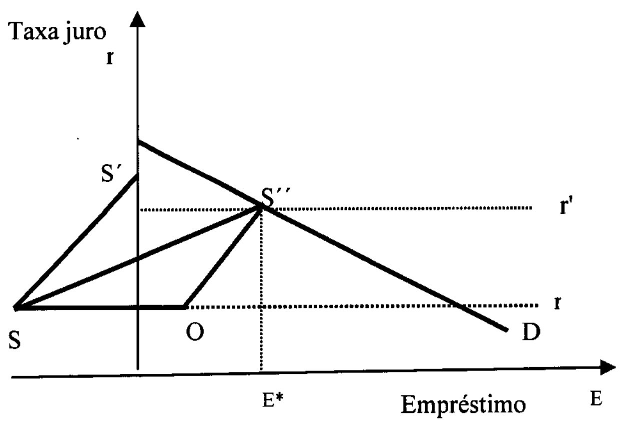
Outra abordagem do colateral é a de FIELD e TORERO (2006) na qual se propõe que o colateral seja, neste caso a terra, muito pouco valorizada pelos credores. Deste ponto de vista a oferta de crédito partiria do quadrante negativo, pois se houver incumprimento o credor fica ainda "pior" já que tem os encargos de tomar conta daquele terreno que não é muito valorizado. Ou seja, o que é negativo é o 'colateral' descontado dos custos de transacção. Isto é, o 'colateral' é de tal maneira valorizado, que em termos líquidos, depois de descontados os custos de transacção o seu valor líquido é negativo.

No caso das "*urban slums*", nomeadamente as favelas peruanas, às quais aqueles autores dedicaram a sua atenção, tal facto parece ser realista. Assim estes autores partiram da noção de 'colateral' e tentam verificar como é que um programa que atribui os títulos da terra (ao permitir registar o 'colateral') melhora a situação dos pobres urbanos.

Graficamente podemos ver na FIGURA 18 a sua análise. Parte-se do princípio de que há dois tipos de agentes: uns mais arriscados do que outros (i.e. uns têm maior probabilidade de «*default*» do que outros). Este modelo tem dois tipos de equilíbrio. Um primeiro em que há um "*separating equilibrium*", e um outro em que há um "*pooling equilibrium*" - na tradição de STIGLITZ e WEISS (1981). Ou seja, inicialmente se não houver selecção adversa e se se conseguir distinguir perfeitamente os agentes, então temos um equilíbrio separador (a informação é perfeita), os agentes mais arriscados, têm um baixo valor líquido de 'colateral' e a curva da oferta que defrontam é SS´ no quadrante negativo, logo não têm acesso ao crédito. Por outro lado os agentes menos arriscados são reconhecidos no mercado e têm como oferta ***SS"***, logo recebem crédito no montante de E^* a uma taxa de juro *r'*. Assim, temos um equilíbrio separador, pois o mercado distingue claramente os dois tipos de agentes.

De outro modo, se houver assimetria de informação, e no caso da selecção adversa, não se distinguem as curvas da oferta, e temos uma curva da oferta agregada SOS", em que ambos os agentes recebem em média E^* e pagam na mesma *r'*. Ou seja, são concedidos mais empréstimos, mas a média de empréstimo concedido continua em E^*, ao mesmo custo *r'*. É o "*pooling equilibrium*".

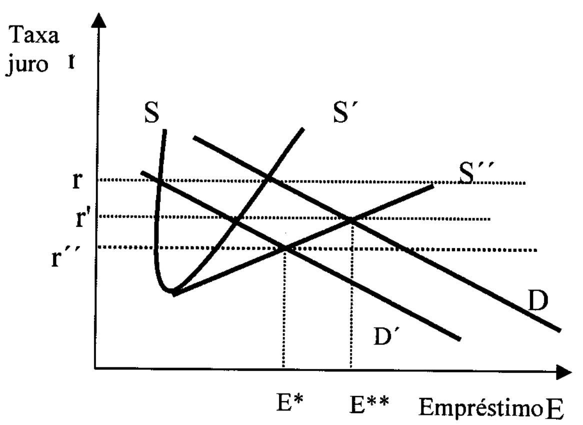
FIGURA 18 - Racionamento de crédito via colateral nos mercados da terra



Fonte: FIELD e TORERO (2006: 22) a partir de WETTE (1983)

Os autores FIELD e TORERO (2006) também descortinam um segundo caso de análise do mercado de crédito - o caso do crédito privado – i.e. de bancos e/ ou credores privados. Neste caso continuamos a ter dois tipos de agentes, mas os resultados são mais ambíguos, pois as taxas de juro do sector privado [em contexto de sub-desenvolvimento] não dependem directamente do 'colateral' - FIELD e TORERO (2006: 22). Assim, considerando a FIGURA 19, a oferta de crédito não é linear, e como atrás afirmámos, a oferta de crédito não depende do 'colateral', pois pode não ser financeiramente vantajosa a aceitação de 'colateral'. No entanto, apesar de a oferta ter uma certa zona *"backward-bending"*, os agentes que têm um título de posse da terra, têm um menor risco, logo a sua oferta é **SS"** e os outros agentes sem títulos da terra defrontam como oferta **SS'**.

FIGURA 19 - Racionamento de crédito privado nos mercados da terra sem 'colateral'



Fonte: FIELD e TORERO (2006: 23) a partir de WETTE (1983)

Assim temos uma redução da taxa de juro de *r* para *r'* com a introdução do programa de titulação das terras - apesar de estas nem sequer serem aceites pelos agentes privados como 'colateral'. Mas como estes agentes privados reconhecem um menor risco aos devedores, uma vez que se o empréstimo for usado para fins produtivos na sua terra, é natural que tenham maior empenho na sua exploração uma vez que internalizam a exploração da parcela. Ou seja, uma vez que o programa de registo das terras atribui a propriedade (título) a esses agentes, é natural que queiram rentabilizar um investimento na sua terra, com maior grau de probabilidade do que os agentes que não foram contemplados pelo programa de registo de terras.

Um dos resultados é a de que acordo com a FIGURA 19, a taxa de juro reduzir-se-ia (de r para r') e o montante de empréstimos concedidos aumentaria de E^* para E^{**}.

No entanto, de acordo com os resultados econométricos do programa COFOPRI (*Committe for the Formalization of Private Property* - no Peru) tal será contrário à evidência empírica pois, os autores em causa, não encontraram um aumento substancial no crédito obtido, mas apenas uma diminuição taxa de juro. Assim, deste modo FIELD e TORERO (2006) argumentam que tal dever-se-á a uma contracção da procura (de D para D`), devida à natureza do próprio programa - ou seja, uma vez que já têm o título da terra, as necessidades de crédito seriam, *ceteris paribus*, menores. Em suma, a variação na quantidade de crédito é "ambígua" (tal como os próprios autores a catalogam), mas a taxa de juro diminuiria mais ainda de r' para r''. Uma outra argumentação é a de que a variação na quantidade de crédito obtida não é muito elevada, uma vez que por natureza a procura seria relativamente inelástica, logo com elevadas variações do preço (r) os montantes de empréstimos em equilíbrio não variariam muito.

Quando o 'colateral' é altamente valorizado pelas duas partes, tem a vantagem que este protege o credor contra o «*default*» involuntário. Segundo RAY (1998) este último tipo de 'colateral' é apenas um véu para aquisição desse mesmo colateral - no caso agrícola a aquisição de terras. Vejamos na secção seguinte uma pequena revisão do modelo de BHADURI (1977) que esboça a problemática do crédito e colateral agrícolas.

9.3. Revisão do modelo de BHADURI (1977)

O modelo de BHADURI (1977) assume as seguintes hipóteses: por um lado, temos i, que corresponde à taxa de juro cobrada sobre o empréstimo E; temos V_P que corresponde ao valor monetário de pequena parcela do agricultor minifundiário («P» de pequeno), e, finalmente, temos V_G, que representa o valor monetário de pequena parcela atribuída pelo latifundiário («G» de grande), parcela esta que é adjacente ao latifúndio.

Existem certos casos em que $V_G > V_P$. Este é o caso em que ambos os agentes valorizam de modo elevado o 'colateral' (tipo i).

Atribui-se também um valor monetário à perda por incumprimento (*«default»*), acima do valor do 'colateral'. A esta perda, que corresponde o receio de não receber futuros empréstimos e mesmo possibilidades de ameaças à integridade física do devedor. A esta variável o autor chamou-lhe *F*.

Quando chega a altura de pagar os empréstimos, temos duas hipóteses:

(1) O devedor pode incorrer em *«default»* involuntário. Logo, perde a terra que passa para a posse do credor;

(2) O devedor pode incorrer em *«default»* voluntário e pode tentar a sua sorte no mercado de trabalho dos sem terra e/ou então migra para a cidade.

A perda total neste caso é V_P+F.

A questão que se coloca é então a seguinte: quando é que o devedor preferirá pagar o empréstimo?

No caso em que o valor do montante do empréstimo (mais juros) seja inferior ao valor da perda, supra-citada, por não pagar, ou seja formalmente:

(1) $E.(1+i) < V_P + F$

E o que se passa com o credor?

Este preferirá ver o seu empréstimo reembolsado se e só se, o valor do reembolso (capital mais juros) for suficientemente maior do que a valorização da pequena parcela adjacente ao seu terreno, ou seja, formalmente, se:

(2) $E.(1+i) > V_G$

Combinando (1) e (2) desta secção, concluímos que o reembolso só será do interesse de ambas as partes se o valor da terra para o latifundiário for inferior à perda total do pequeno agricultor por *«default»*, ou seja, formalmente, se:

(3) $V_G < V_P + F$.

Isto significa que a valorização da terra por parte do credor, não pode exceder em muito a valorização do devedor. No caso especial de $F=0$, então a única forma de pagar o empréstimo é através da entrega do 'colateral'. A expressão (3) passa a dizer-nos que a valorização do colateral pelo latifundiário é inferior à do minifundiário.

Vejamos agora a desigualdade simétrica de (3):

(4) $V_G > V_P + F$.

Neste caso, o que se passa é que sempre que o devedor quer pagar o empréstimo, o credor de facto não quer que ele o faça. O credor usa o crédito concedido como uma forma de aquisição mais barata do 'colateral'. Assim, podem surgir transacções de crédito com elevadas taxas de incumprimento. Segundo RAY (1998) estas taxas têm algo de ilusório, pois o «*default*» existe porque o próprio credor quis levar o devedor à insolvência.

Uma das maneiras de haver «*default*» é o credor subir a taxa de juro *(i)* até ao ponto em que (1) se deixe de verificar. Assim se não houver «*default*» involuntário, ocorre incumprimento voluntário, pois este é o caso mais vantajoso para o devedor[21]. Este último caso do modelo permite-nos fazer a análise do aumento da desigualdade das terras nos Países em Vias de Desenvolvimento e nas sociedades pobres, porque a terra passa de pobres para ricos, em vez de os empréstimos serem pagos. RAY (1998) adianta mesmo que os próprios contratos podem ser escritos visando à priori a transferência da terra.

Segundo RAY (1998) o caso analisado do factor terra é apenas um exemplo, o mesmo se poderia passar por exemplo para o factor trabalho. Pode ser concedido um empréstimo que prevê em caso de não reembolso o pagamento através de trabalho. O objectivo deste contrato seria assim a obtenção de mão-de-obra barata. Ainda segundo o mesmo autor, este tipo de raciocínio funciona muito melhor para os empréstimos visando o consumo do que empréstimos para a produção. Isto porque nos empréstimos para consumo, por exemplo se alguém fica doente na família, o montante de empréstimo necessário é fixo e não varia com a taxa de juro. Com os empréstimos para a produção, uma taxa de juro muito elevada pode não ser aplicável, porque o devedor pode reduzir a sua escala de produção, reduzindo assim também as suas necessidades de crédito. Esta diferença entre empréstimos para consumo e produção pode ser uma explicação plausível da razão pela qual as taxas de juro podem ser elevadas para alguns tipos de transacção de crédito e para outras não.

[21] Esta subida de i só é relevante se estivermos a admitir para o mercado informal de crédito que a sua fixação não é concorrencial (apenas *r* é concorrencial, em i existe poder de mercado do credor).

9.4. Extensão do modelo de BHADURI

Nesta secção procedemos a uma extensão do modelo de BHADURI (1977), a qual consiste em ter em conta o capital humano, enquanto factor essencial na nossa análise. Ou seja, procuramos integrar este no nosso modelo. Mantemos a notação da secção anterior e introduzimos a nossa notação de capital humano que vinha do capítulo 6.

Hipóteses adicionais:

H1: O empréstimo obtido não se destina ao financiamento de capital humano, mas sim ao financiamento de capital físico («*working capital*», como sementes e gado) ou terra.

H2: O investimento em capital humano faz-se a **longo prazo**.

O lucro do devedor (pequeno agricultor) com «*start-up cost*» é:

(5) $\pi(E,H)^P = p(Y(E,H)).Y(E,H) - i.E - \phi(H - \overline{H}_0) - \overline{CFT}$

Com a função custo do capital humano a assumir a forma usual da secção do modelo 1 de «*start-up cost*» deste capítulo (secção 6.2.1.), considerando esta expressão para o **longo prazo** onde:

ii) $\phi(H - \overline{H_0})$ é a função custo do capital humano (investimento adicional em *H*) que obedece a:

$$\phi(H - \overline{H_0}) = \begin{cases} \infty, \overline{H_0} < H^* \\ \phi_1.(\mathrm{H}\text{-}\overline{H_0}),\ \overline{H_0} \geq \mathrm{H}^* \end{cases}$$

onde $\phi' = \phi_1 > 0$, e é constante para o ramo relevante.

Tal significa que as pequenas empresas que não conseguem superar *H** (o limiar de acesso ao capital humano - «*threshold*») terão prejuízos incomportáveis a curto prazo e, a longo prazo, sairão do mercado. Isto poria fim ao mercado de crédito e, assim, *E=0*.

A restrição de «*threshold*» domina todas as outras decisões.

E no caso de as pequenas empresas conseguirem atingir o limiar?

Então passamos a ter a decisão de pagar ou não o empréstimo como no modelo de BHADURI (1977) supra-citado.

As decisões (1) e (3) do modelo original de BHADURI (1977) continuam iguais à do modelo original, desde que se exceda o limiar do capital humano.

PROPOSIÇÃO 1 - curto prazo e crédito (E variável, H fixo)

A curto prazo a não concessão do empréstimo para «working capital» não afecta a capacidade de obtenção de capital humano. Ou seja, uma vez atingido o «threshold» de capital humano (que é independente do crédito) a decisão futura de capital humano (H) dependerá do crédito (E) para capital físico ou terra, mas apenas a longo prazo.

Demonstração:

Uma vez atingido o «*threshold*» H^* a função lucro do devedor passa a ter a forma usual (5) com a particularidade de que H está fixo (apesar de ser superior a H^* de modo a assegurar um custo fixo finito) no curto prazo. Ou seja a função lucro (5) no curto prazo passa a depender só da escolha de E:

$$\pi(E,\overline{H})^P = p(Y(E,\overline{H})).Y(E,\overline{H}) - i.E - \phi(\overline{H} - \overline{H}_0) - \overline{CFT}$$

Podemos analisar a curto prazo a obtenção ou não do empréstimo com base em (1) a (3) da secção anterior - modelo BHADURI (1977) original. QED.

PROPOSIÇÃO 2A- Longo prazo e crédito: interdependência das variáveis *E* e *H*

Supondo que se excede o "threshold" (H^*), no longo prazo o nível de empréstimo (E) está dependente da capacidade de investir em capital humano (H).

Demonstração:

Se assumirmos que se trata de uma pequena empresa agrícola, esta não terá poder de mercado (quer quanto ao empréstimo E quer quanto ao capital humano H)

Vejamos, então, as condições de primeira ordem. do devedor com base em (5), assumindo que se atinge (ou supera) o «*threshold*» de capital humano (H^*):

$$\frac{\partial \pi^P}{\partial E} = p.\frac{\partial Y}{\partial E} - i = 0$$

$$\frac{\partial \pi^P}{\partial H} = p.\frac{\partial Y}{\partial H} - \phi_1 = 0$$

Apesar de não existir poder de mercado (do devedor) e de se obterem as condições usuais de primeira ordem, temos interdependência entre a taxa de juro informal (*i* - fixada pelo credor informal) e o custo de «*threshold*» do capital humano (ϕ_1).

Ou seja, re-escrevendo as condições de primeira ordem e colocando em evidência o preço, virá a condição usual de preço igual ao custo marginal:

$$p = i \Big/ \frac{\partial Y}{\partial E} = \phi_1 \Big/ \frac{\partial Y}{\partial H}$$

Assim, existe interdependência na escolha entre *H* e *E*, através do nível de produção [*Y(H,E)*], mais concretamente do nível de produtividade marginal do empréstimo ($\frac{\partial Y}{\partial E}$) e do nível de produtividade marginal do capital humano ($\frac{\partial Y}{\partial H}$).

Ou re-escrevendo ainda de outro modo:

$$p = \frac{\partial Y}{\partial E} \Big/ \frac{\partial Y}{\partial H} \cdot$$

QED.

PROPOSIÇÃO 2B – longo prazo e crédito: diminuição/ aumento da perda líquida via capital humano. [*E, H* variáveis]

Neste caso e apesar de ter ultrapassado o «threshold» H de capital humano, contabiliza-se o custo de capital humano (a longo prazo) na decisão de pagamento do empréstimo.*

Consoante a utilização alternativa potencial do capital humano acumulado (até à data) a perda líquida em termos de incumprimento virá diminuída ou aumentada.

Hipótese 2Bi) o capital humano não tem utilizações alternativas fora da agricultura

Assim o devedor deve pagar o empréstimo se e só se:

(6) $E.(1+i)+\phi(H) < V_P + F$

o que faz com que a nova perda líquida (F') venha atenuada, se se considerar $F' = F - \phi(H)$.

Hipótese 2Bii) o capital humano tem utilizações alternativas fora da agricultura

Assim o devedor deve pagar o empréstimo se e só se:

(6) $E.(1+i) < V_P + F + \phi(H)$

o que faz com que a nova perda líquida (F´) venha aumentada, se se considerar $F' = F + \phi(H)$.

Demonstração:(parte 2Bi)

O custo do empréstimo de «*working capital*» e incluindo o custo de capital humano (porque estamos a analisar o longo prazo) terá de ser inferior à perda do incumprimento total (o valor do 'colateral' - terra e o receio de não voltar a ter crédito). Assim se obtém a expressão (6), passando o termo $\phi(H)$ para o membro direito de (6) ficamos, em termos triviais, com uma nova perda líquida atenuada (i.e. mais baixa) *F'* pelo uso de capital humano. QED.

(Parte 2Bii): Semelhante à anterior apenas se tem em conta que o custo desta feita gera aplicações alternativas. QED.

Note-se que para o credor o critério de decisão de recebimento do reembolso do empréstimo continua a ser (2) da secção anterior 9.3.

Assumamos as seguintes hipóteses para as perdas de quebra do contrato e os custos de manutenção do capital humano:

Hipótese 3i) *Seguindo a hipótese 2Bi) para definir* $F' = F - \phi(H)$:

$F < \phi(H)$ *; ou seja existem perdas brutas de 'quebrar' o contrato suficientemente inferiores ao custo de manutenção do capital humano a longo prazo de modo a garantir que o contrato de crédito original é reembolsado.*

Hipótese 3ii) *Seguindo a hipótese 2Bii) para definir* $F' = F + \phi(H)$:

$F < -\phi(H)$ *; ou seja existem perdas brutas de 'quebrar' o contrato suficientemente inferiores ao benefício de manutenção do capital humano a longo prazo de modo a garantir que o contrato de crédito original é reembolsado.*

Proposição 3 - Reembolso para ambas as partes

Segundo as hipóteses 3i) ou 3ii) (infra) então o reembolso para ambas as partes será vantajoso se e só se:

Para o credor:

(2) $E.(1+i) > V_G$

Para o devedor:

(7) $E.(1+i) < V_P + F'$

Assim se existir algum $V_G > V_P$*, então existirá um F´<0.*

Demonstração:

3i) O reembolso só será desejado por ambas as partes se e só se:

$$V_G < V_P + F'$$

Existe algum $V_G > V_P$ e combinando com a expressão anterior então temos $F' < 0$. Como, por definição (vidé Proposição 2 supra) $F' = F - \phi(H) < 0$, então conclui-se que $F < \phi(H)$. QED.

3ii) A demonstração é exactamente igual a 3i) apenas se notando que F´ é definido como $F' = F + \phi(H)$, e que o simétrico do custo do capital humano é o benefício potencial de aplicação do capital humano acumulado. QED.

9.5. Modelo de crédito a 2 estados com *«start-up cost»*

9.5.1. Introdução: 1º Passo do modelo

A ideia fundamental desta secção é a de construir um modelo de crédito que relacione a decisão de *«start-up cost»* com o crédito e capital humano, sem que esta decisão seja simultânea mas sim sequencial no tempo num contexto de reforma agrária, tal como a definimos anteriormente (Caixa 1). Este modelo partindo do facto de haver um limiar de acesso ao crédito, apresenta como novidade o modo como esse mesmo crédito pode ser usado para obtenção de capital humano. Ou seja, relaciona-se o modo como o capital é aplicado, escolhendo-se entre capital físico e humano (educação). Neste modelo continua subjacente a dimensão da terra, como forma de obter 'colateral' para o empréstimo. A hipótese, que se nos afigura como razoável, é a de que quanto maior a dimensão da terra, maior o nível de 'colateral', logo mais fácil a obtenção de crédito, e que no limite para o latifúndio, não há restrição activa para rentabilizar o capital humano - i.e. o *"threshold"* de acesso ao capital humano é sempre excedido pelo latifundiário. No entanto, para os minifundiários essa restrição já é activa, não é só a dimensão do minifúndio a determinar a dimensão do colateral, mas como este condiciona o montante de crédito, também acaba por limitar o montante a investir em capital humano. Intuitivamente: um agente minifundiário pode ter suficiente dimensão para obter colateral para um empréstimo, mas esse empréstimo pode ser insuficiente para investir em educação ou assistência técnica (por exemplo contratar um agrónomo para consultoria agrícola).

Assim teremos duas fases do nosso "jogo" de crédito:

PASSO 1: decisão de conseguir obter ou não crédito com base no 'colateral'.

PASSO 2: decisão, caso se tenha obtido o crédito, de como investir esse capital: em capital físico (K) e/ou humano (H)

A decisão do modelo no **PASSO 1** passa pela relação directa entre os dois «*thresholds*» referidos nos nossos modelos anteriores, o de capital humano (T_i) e o de colateral (C).

Vamos analisar x_i como o terreno que pode ser latifúndio[22] (L), ou minifúndio, constituídos como vimos em meso-fúndios (E_i) e os micro-fúndios (F_j). Assim teremos os seguintes sub-casos:

CASO A: $C > x_i > T_i$

Não obtém crédito apesar de ser elegível para capital humano.

CASO B: $x_i > C > T_i$ ou $x_i > T_i > C$

Obtém crédito em ambos os casos no **PASSO 2** decide como utilizá-lo.

CASO C: $C > T_i > x_i$ ou $T_i > C > x_i$

Nunca obtém crédito pois ambos os «*thresholds*» nunca são alcançados.

CASO D: $T_i > x_i > C$

Obtém crédito mas não consegue atingir limiar de capital humano, logo só vai usar este para capital físico (K), no Passo 2.

Note-se no entanto que estamos sempre sujeitos à restrição de RA (não uniforme do tipo II), ou seja, $L > E_i > F_j$ e ainda as parcelas a distribuir "saem" dos latifúndios, ou seja: $L = n_i.E_i + n_j.F_j$.

Assim o que nos interessa assegurar é a comparação de um latifúndio (L) suficientemente grande de modo a assegurar acesso a ambos os «*thresholds*», quer o do capital humano, quer o do colateral, i.e. o CASO B.

Procuraremos depois comparar o pós-reforma agrária com os minifúndios, respectivamente meso-fúndios (E_i) que ainda conseguem aceder ao crédito, mas não conseguem aceder ao capital humano [CASO D]; e os micro-fúndios (F_j) que apenas conseguem aceder a capital humano, apesar de não conseguirem ter crédito - CASO A[23].

9.5.2. Resolução da decisão de Investimento: 2º PASSO do modelo

2A) LATIFÚNDIO

O latifúndio enquadra-se no [**CASO B**], $L > C > T_i$ ou $L > T_i > C$, logo a sua expressão de bem-estar vai ser:

$$W^{Lat}(L,K,H;T_i,C) = p.Y(L,K,H) - \varphi(K;r,C) - \phi(H,L;T_i)$$

sujeito à restrição do CASO C, o que lhe dá acesso ao crédito e ao capital humano pois excede ambos os limiares, logo a expressão $\varphi(.)$ poder-se-ia simplificar para $r.K$, pois excede o 'colateral', e o custo do capital humano (formação) também podemos assumir ser linear e que se excedeu o limiar (em termos de terra para o investimento de capital humano ser rentável).

Neste caso procura-se apenas maximizar o lucro e, como aventámos noutros modelos, este latifúndio poderá ter poder de monopólio regional.

Assim, o latifúndio terá o seguinte problema de maximização (desta feita livre, pois já verificámos nele que as restrições não estão activas):

Se **não** tivesse poder de mercado as condições de primeira ordem seriam:

$$\frac{dW^{Lat}}{dL} = p.\frac{\partial Y}{\partial L} - \frac{\partial \phi}{\partial L} = 0$$

$$\frac{dW^{lat}}{dK} = p.\frac{\partial Y}{\partial K} - \frac{\partial \varphi}{\partial K} = 0$$

---

[22] O caso do latifúndio não é muito relevante, pois, neste modelo, dada a sua dimensão e na prática consegue quase sempre ter acesso ao crédito e ao capital humano.

[23] A discussão poderia ser feita também revertendo a natureza dos casos, em vez de CASO D para E_i e CASO A para F_j, poderíamos "trocar a ordenação" e refazer a análise, dada a abordagem semelhante que é feita quanto à natureza dos dois «*threshold*», ou «*start-up costs*».

$$\frac{dW^{lat}}{dH} = p.\frac{\partial Y}{\partial H} - \frac{\partial \phi}{\partial H} = 0$$

Daqui obteremos as condições usuais de p=Cmg (para um não monopolista):

$$p = \frac{\partial \phi}{\partial L} \bigg/ \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{\partial \varphi}{\partial K} \bigg/ \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial \phi}{\partial H} \bigg/ \frac{\partial Y}{\partial H}.$$

Se o latifundiário for monopolista regional como já temos vindo a assumir, teremos então as seguintes condições:

$$W^{Lat}(L,K,H;T_i,C) = p\big(Y(L,K,H)\big).Y(L,K,H) - r.\varphi(K;C) - \phi(H,L;T_i)$$

em que a função *p(.)* é a procura inversa. Neste caso teremos então:

$$\frac{dW^{Lat}}{dL} = \frac{\partial p}{\partial Y}.\frac{\partial Y}{\partial L}Y + p.\frac{\partial Y}{\partial L} - \frac{\partial \phi}{\partial L} = 0$$

$$\frac{dW^{lat}}{dK} = \frac{\partial p}{\partial Y}.\frac{\partial Y}{\partial K}.Y + p.\frac{\partial Y}{\partial K} - \frac{\partial \varphi}{\partial K} = 0$$

$$\frac{dW^{lat}}{dH} = \frac{\partial p}{\partial Y}.\frac{\partial Y}{\partial H}.Y + p.\frac{\partial Y}{\partial H} - \frac{\partial \phi}{\partial H} = 0$$

Re-arranjando, como é usual em termos de elasticidades:

$$\frac{p - \dfrac{\partial \phi / \partial L}{\partial Y / \partial L}}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$$

$$\frac{p - \dfrac{\partial \varphi / \partial K}{\partial Y / \partial K}}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$$

$$\frac{p - \dfrac{\partial \phi / \partial H}{\partial Y / \partial H}}{p} = \frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$$

ficamos com a expressão de «*mark-up*» sobre os respectivos custos marginais, que têm de ser inversamente proporcionais à elasticidade procura-preço directa, reagrupando:

$$\frac{p-\frac{\partial\phi/\partial L}{\partial Y/\partial L}}{p}=\frac{p-\frac{\partial\varphi/\partial K}{\partial Y/\partial K}}{p}=\frac{p-\frac{\partial\phi/\partial H}{\partial Y/\partial H}}{p}=\frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$$

2B) MINIFÚNDIOS

Em seguida analisaremos as soluções dos minifúndios (meso e micro-fúndios) num contexto deste modelo de reforma agrária com crédito e capital humano.

2B1) Meso-fúndios (E_i)

Para o caso dos meso-fúndios (E_i) temos:

$$W^{E_i}=p.Y(E_i,K,H;T_i,C)-r.\varphi(K;C)-\phi(H,E_i;t_i)$$

Sob a hipótese do Caso D, no qual se consegue a obtenção de crédito, mas não o acesso ao capital humano: $T_i > E_i > C$

Definindo a função custo do capital físico como função do limiar dado pelo colateral (C):

$$r.\varphi(K;C)=\begin{cases} r.K, & se \quad E_i \geq C \\ \infty, & se \quad E_i < C \end{cases}$$

Para o capital humano temos como na secção 9.4., o investimento adicional em capital humano acima do limiar de "*start-up cost*":

$$\varphi(H-\overline{H_0},E_i;t_i)=\begin{cases} \phi_1.\left[H-\overline{H_0}\right], & se \quad \overline{H_0}(E_i)\geq H^*(t_i) \\ \infty, & se \quad \overline{H_0}(E_i)< H^*(t_i) \end{cases}$$

Note-se que o limiar de acesso ao capital humano é definido implicitamente como H em função de E_i face a t_i.

Assim, ter-se-ão as seguintes condições, no caso D:

$$\frac{\partial W}{\partial E_i}=p.\frac{\partial Y}{\partial E_i}-\infty=-\infty$$

$$\frac{\partial W}{\partial K}=p.\frac{\partial Y}{\partial K}-r=0$$

$$\frac{\partial W}{\partial H}=p.\frac{\partial Y}{\partial H}-\infty=-\infty$$

Ora claramente a condição de custo infinito domina e faz com que, sob a hipótese D, não seja viável ter o meso-fúndio operacional em termos de bem-estar.

Resumindo essas condições do CASO D:

$$(CASO\ D\ meso-fúndio)\begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial E_i} = \dfrac{\partial W}{\partial H} = -\infty \\ \dfrac{\partial Y}{\partial K} = \dfrac{r}{p} \end{cases}$$

No caso de o meso-fúndio conseguir atingir ambos os limiares (CASO B):

$$\frac{\partial W}{\partial E_i} = p.\frac{\partial Y}{\partial E_i} - \frac{\partial \phi}{\partial E_i} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial K} = p.\frac{\partial Y}{\partial K} - r = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial H} = p.\frac{\partial Y}{\partial H} - \frac{\partial \phi}{\partial H} = 0$$

Logo agrupando as condições do CASO B para o meso-fúndio ficamos com:

$$CASO\ B\ meso\text{-}fúndio \begin{cases} p = \dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial E_i}}{\frac{\partial Y}{\partial E_i}} = \dfrac{r}{\frac{\partial Y}{\partial K}} = \dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}} \end{cases}$$

Ou seja,

$$p = Cmg(E_i) = Cmg(K) = Cmg(H)$$

2B) MINIFÚNDIOS

2B2) Micro-fúndios (F_j)

Para o caso dos micro-fundios vamos analisar o CASO A, no qual excedem o limiar de capital humano, mas não conseguem crédito:

$$W^{F_j} = p.Y(F_j, K, H; t_j, C) - r.\varphi(K;C) - \phi(H, F_j; t_j)$$

Assim as c.p.o são com CASO A: $C > F_j > T_i$

Definindo a função custo do capital físico como função do limiar dado pelo colateral (C):

$$r.\varphi(K;C) = \begin{cases} r.K, & se \quad F_j \geq C \\ \infty, & se \quad F_j < C \end{cases}$$

Para o capital humano temos como na secção 9.4., o investimento adicional em capital humano acima do limiar de «*start-up cost*» :

$$\varphi(H-\overline{H_0},F_j;t_j)=\begin{cases}\phi_1.\left[H-\overline{H_0}\right], & se \quad \overline{H_0}(F_j)\geq H^*(t_j)\\ \infty, \quad se \quad \overline{H_0}(F_j)<H^*(t_j)\end{cases}$$

Note-se que o limiar de acesso ao capital humano é definido implicitamente como H em função de F_j face a t_j.

Assim temos:

$$\frac{\partial W}{\partial F_j}=p.\frac{\partial Y}{\partial F_j}-\frac{\partial \phi}{\partial F_j}=0$$

$$\frac{\partial W}{\partial K}=p.\frac{\partial Y}{\partial K}-\infty=-\infty$$

$$\frac{\partial W}{\partial H}=p.\frac{\partial Y}{\partial H}-\frac{\partial \phi}{\partial H}=0$$

Re-escrevendo de forma mais compacta:

$$CASO\ \ A\ micro-fúndio\begin{cases}p=\dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial F_j}}{\frac{\partial Y}{\partial F_j}}=\dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}};\\ \dfrac{\partial W}{\partial K}=-\infty\end{cases}$$

Caso o micro-fúndio consiga aceder a ambos os limiares o critério de decisão de optimalidade será (CASO B):

$$CASO\ \ \mathrm{B}\ micro-fúndio\begin{cases}p=\dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial F_j}}{\frac{\partial Y}{\partial F_j}}=\dfrac{r}{\frac{\partial Y}{\partial K}}=\dfrac{\frac{\partial \phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}};\end{cases}$$

Procedamos então a um balanço da análise de bem-estar dos diferentes casos deste modelo de crédito com "*threshold*" de capital humano.

Ex-post reforma agrária: Análise de bem-estar depois dos 2 passos

Vamos fazer então uma análise de bem-estar com base neste modelo de dois estados supondo que o latifúndio é substituído por meso-fúndios (E_i) e micro-fúndios (F_j).

Procuraremos aferir da viabilidade de RA neste modelo de crédito, sendo esta análise resumida no QUADRO 4.

Apenas é viável em termos de bem-estar a RA, se ambos os limiares forem excedidos pelos dois tipos de parcelas mini-fundiárias e se apesar disso, o ganho de bem-estar agregado (i.e. ponderado por cada número de tipo de parcela, respectivamente meso e micro-fundiária) dos minifúndios excederem os ganhos agregados do latifúndio com e sem poder de mercado. Ou seja, o critério de viabilidade de RA, neste modelo com crédito exprime-se da seguinte maneira:

$$W^{**}(mini) = n_i.W^{**}{}_{E_i} + n_j.W^{**}{}_{F_j} \geq \max\left\{W^{*}{}_{L}, W^{**}{}_{L}\right\}$$

Trata-se claramente de uma imposição muito forte, pois estamos a exigir que ambos os tipos de parcelas mini não estejam sujeitos às restrições de crédito.

CASOS	Natureza da parcela	C.P.O. 2º estado	W- Bem-estar
1	*Latifúndio sem poder mercado*	$p=\frac{\partial\phi}{\partial L}\Big/\frac{\partial Y}{\partial L}=\frac{\partial\varphi}{\partial K}\Big/\frac{\partial Y}{\partial K}=\frac{\partial\phi}{\partial H}\Big/\frac{\partial Y}{\partial H}$	$W^{*}{}_{L}$
	Latifúndio com poder mercado	$\frac{p-\frac{\partial\phi/\partial L}{\partial Y/\partial L}}{p}=\frac{p-\frac{\partial\varphi/\partial K}{\partial Y/\partial K}}{p}=\frac{p-\frac{\partial\phi/\partial H}{\partial Y/\partial H}}{p}=\frac{1}{\varepsilon_{Y,p}}$	$W^{**}{}_{L}$
2	*Meso-fúndio (Ei)* *c/ restrição CASO D*	$\frac{\partial W}{\partial E_i}=\frac{\partial W}{\partial H}=-\infty;\frac{\partial Y}{\partial K}=\frac{r}{p}$	$-\infty$
	s/ restrição CASO B	$p=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial E_i}}{\frac{\partial Y}{\partial E_i}}=\frac{r}{\frac{\partial Y}{\partial K}}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}}$	$W^{**}{}_{E_i}>0$
3	*Micro-fúndio (Fj)* *c/ restrição CASO A*	$p=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial F_j}}{\frac{\partial Y}{\partial F_j}}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}};\frac{\partial W}{\partial K}=-\infty$	$-\infty$
	s/ restrição CASO B	$p=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial F_j}}{\frac{\partial Y}{\partial F_j}}=\frac{r}{\frac{\partial Y}{\partial K}}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}}$	$W^{**}{}_{F_j}>0$
(4)= (2)+(3)	*Minifúndios* *c/ restrição CASO D + CASO A*	$\frac{\partial W}{\partial E_i}=\frac{\partial W}{\partial H}=-\infty;\frac{\partial W}{\partial K}=-\infty$	$-\infty$
	s/ restrição CASO B	$p=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial E_i}}{\frac{\partial Y}{\partial E_i}}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial F_j}}{\frac{\partial Y}{\partial F_j}}=\frac{r}{\frac{\partial Y}{\partial K}}=\frac{\frac{\partial\phi}{\partial H}}{\frac{\partial Y}{\partial H}}$	$W^{**}(mini)=n_i.W^{**}{}_{E_i}+n_j.W^{**}{}_{F_j}>0$

QUADRO 4- C.P.O. e Análise de Bem-estar de modelo de crédito a 2 passos

9.5.3. Análise gráfica das condições de optimalidade do modelo de crédito

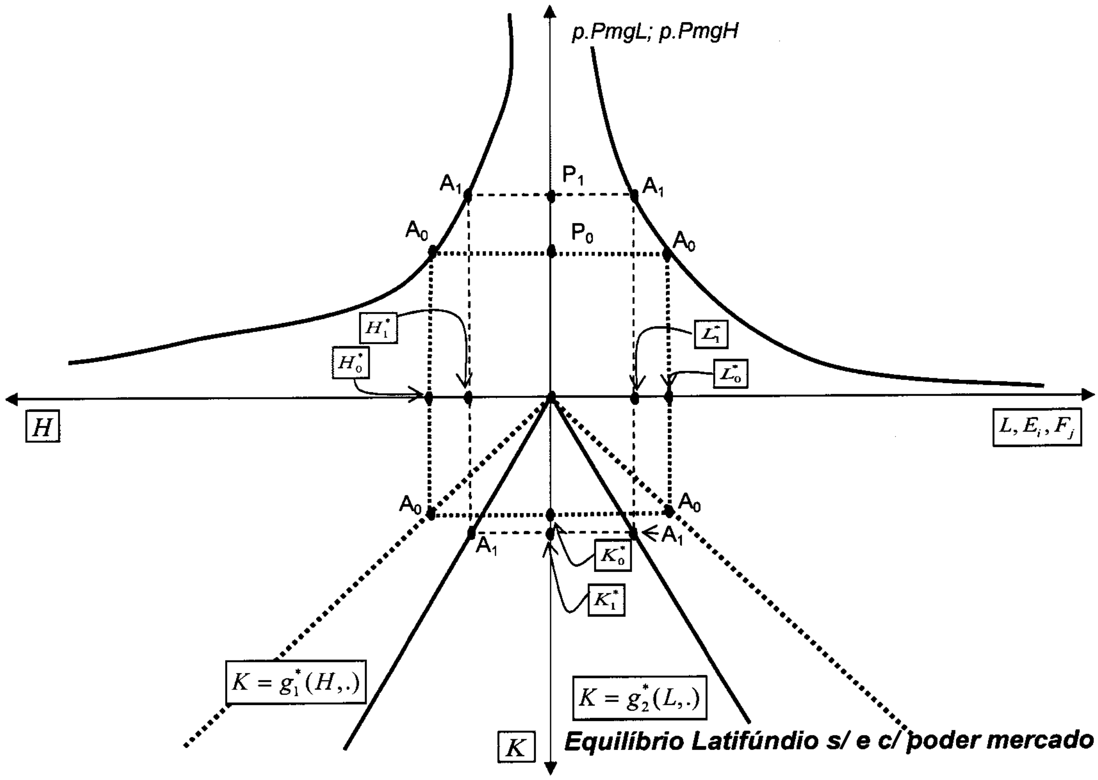


FIGURA 20- *Modelo de crédito para latifúndio sem (A_0) e com poder de mercado(A_1)*

Nesta sub-secção procedemos à análise gráfica das condições de optimalidade social, do nosso modelo de crédito. Assim na FIGURA 20 temos quatro quadrantes que nos permitem caracterizar as soluções óptimas do latifúndio sem poder de mercado e com poder de mercado. No primeiro quadrante temos a relação inversa entre o valor da produtividade marginal das parcelas de terra e a dimensão dessas mesmas parcelas. De igual modo no segundo quadrante temos a relação inversa entre o valor da produtividade marginal do capital humano e o montante de capital humano. No terceiro e quarto quadrantes encontram-se as bissectrizes (a tracejado) que representam a igualdade do montante, respectivamente entre capital humano e capital físico (terceiro quadrante) e entre o capital físico e a terra (quarto quadrante). No caso do monopólio sem poder de mercado, temos então que o preço tem de ser igual, respectivamente aos custos marginais da terra, do capital humano e físico. Logo, é natural que se encontre o óptimo social numa solução do tipo *A_0*, i.e.

em que há igualdade dos valores das produtividades marginais dos factores, sendo assim definidos L^*_0 e H^*_0. De igual modo, para o caso em que há poder de mercado, temos o monopólio a proceder à igualdade entre a receita e o custo marginal, donde sairá um preço mais elevado pela restrição da quantidade dos factores. Utiliza-se menor quantidade de capital humano (H^*_1) e de terra (L^*_1) e maior quantidade de capital físico. O novo conjunto de pontos óptimos com poder de mercado reúne os pontos A_1.

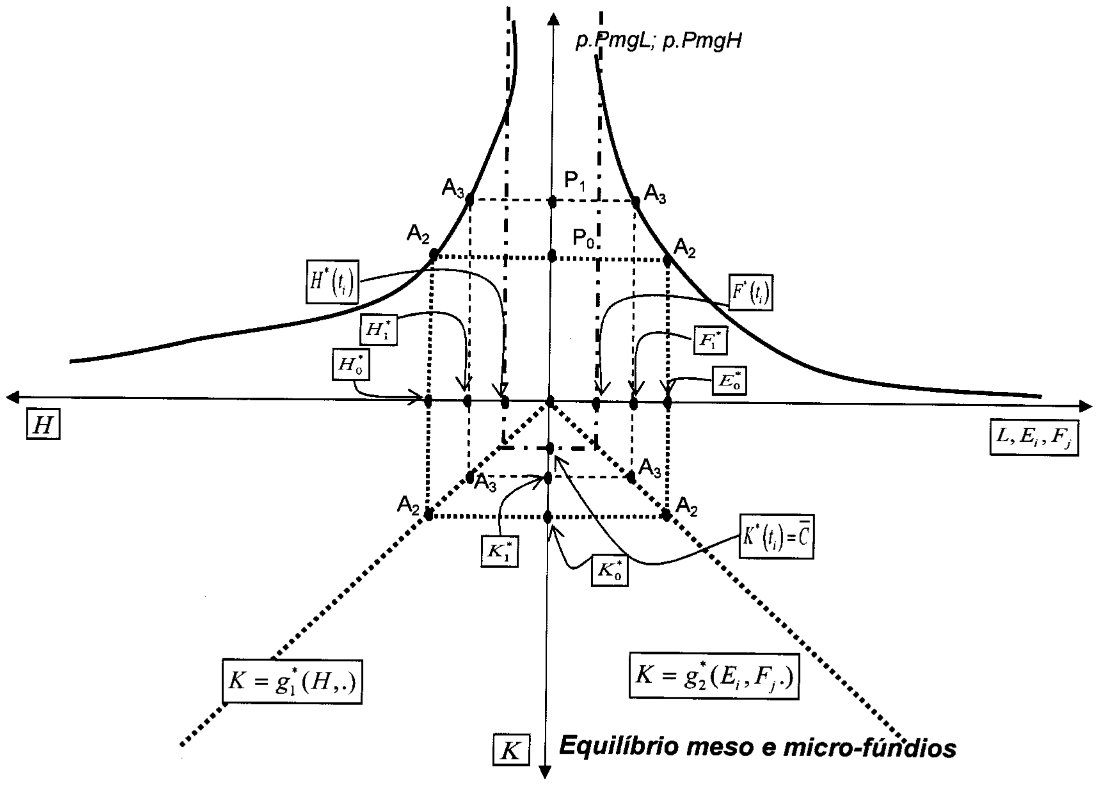


FIGURA 21- *Modelo de crédito para minifúndios CASOS 2,3 e 4*

Na FIGURA 21 analisamos as condições de optimalidade social para o modelo de crédito dos meso-fúndios e para os micro-fúndios. Temos de novo quatro quadrantes tal como na figura imediatamente anterior, cuja interpretação é em tudo semelhante. O equilíbrio dos meso-fúndios é dado pelos pontos A_2 nos quatro quadrantes, e para os micro-fúndios é dado pelos pontos A_3. A novidade da figura face à abordagem anterior é que esboçámos os "*thresholds*" que ambos os mini-fúndios e micro-fúndios têm de exceder. Existe o limite mínimo de capital humano

($H^*(t_i)$), que pode ser encontrado no segundo quadrante, e ao qual corresponde no terceiro e quarto quadrante um limite mínimo de capital físico ($K^*(t_i)$), e por fim, a esse mesmo limiar corresponderá uma dimensão mínima da terra que tem de ocorrer para rentabilizar essas mesmas explorações ($F^*(t_i)$). As restrições são assim excedidas, no caso desta figura, e estamos assim perante os Casos 2,3 e 4 do QUADRO 4.

Como conclusão geral podemos observar graficamente que, no caso do modelo do crédito deste capítulo, também existe um limiar mínimo ("threshold") que limita a dimensão óptima da terra. É necessário exceder esse limiar mínimo para que se atinja um óptimo social. Ao invés, no caso do latifúndio não ocorre esse problema porque (por definição) consegue exceder sempre esses mesmos limiares.

Até agora a análise aqui feita baseou-se em modelos estáticos. Contudo, dada a não linearidades de alguns dos modelos, estes apresentaram comportamentos de modelos dinâmicos, nomeadamente como vimos nos capítulos 7 e 8.

Passemos, então, à contribuição dinâmica da tese, que se faz em duas grandes linhas: uma adaptação do modelo de ARROW de crescimento económico (capítulo10) e um modelo de sobrevivência das empresas baseado em JOVANOVIC (capítulo 11), adaptando-os ao contexto da reforma agrária.

Essas serão as contribuições teóricas remanescentes, antes de passarmos nos capítulos 12 a 13 à análise da contribuição empírica do caso do Cédula da Terra, do Brasil.

Depois faremos uma súmula de conclusões gerais no capítulo 14, e das perspectivas de contribuições futuras no capítulo 15; No capítulo 16 apresentamos o anexo, seguido da listagem das referências bibliográficas.

PARTE IV- CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA DINÂMICA

10. Modelo dinâmico de crescimento

10.1. Modelo de ARROW (1962): uma adaptação

10.1.1. Introdução ao modelo de ARROW

BARRO e SALA-I-MARTIN (1995) explicam de modo detalhado os diferentes modelos de crescimento económico, desde os exógenos até aos endógenos. AGHION e HOWITT (1998) exploram mais ainda os modelos de crescimento endógeno de modo detalhado. AGÉNOR e MONTIEL (1996) fazem uma abordagem macro do desenvolvimento económico e, no seu capítulo 15, salientam também o papel do capital humano no crescimento económico. SOLOW (1987, 2000) analisa de modo detalhado a criação de modelos de crescimento económico.

ARROW (1962) é a principal contribuição para o fenómeno de "*learning by doing*" (LBD) nos modelos de crescimento económico.

O autor sumaria a sua ideia do seguinte modo: "A aprendizagem é produto da experiência." (ARROW (1962, p. 155)). Baseando-se em WRIGHT (1936) recupera a ideia de curva de experiência ("*learning curve*"), em que "o número total de horas de trabalho gastas na construção do "*airframe*" (avião sem motores) é uma função decrescente do número total de "*airframes*" antes produzidos"- (ARROW (1962), p.156). Ou seja, como surge nos livros de texto de microeconomia mais recentes, existem economias de escala dinâmicas quando a função custo é decrescente como função da produção acumulada no passado. VEERDORN (1956, pp. 433-434) aplicou a ideia da curva de experiência à produção nacional. LUNDBERG (1961, pp. 129-133) também evidenciou o efeito de curva de experiência nas fábricas metalúrgicas na Suécia - denominando este facto como efeito de HORNDAL.

Vamos, então, aplicar o modelo de ARROW a um processo de reforma agrária (RA).

Antes disso, façamos uma breve revisão das hipóteses do modelo de ARROW:

- G é o investimento bruto acumulado, que beneficia do efeito de "*learning*". Uma unidade de bem de capital G, diz-se de número de série G. Considere-se também:
- $\lambda(G)$ como sendo o montante de trabalho usado na produção de bem de capital de número de série G;

- $\gamma(G)$ como sendo a capacidade de produção do bem de série G;
- x como sendo o *output* total;
- *L* como sendo o total da força de trabalho empregue,

admitindo as seguintes hipóteses adicionais:

- $\lambda(G)$ é uma função não crescente;
- $\gamma(G)$ é uma função não decrescente;
- Bens de capital têm uma vida finita: *T*. Logo, os bens de capital desaparecem na mesma ordem que os seus números de série.

Assim, em qualquer momento do tempo os bens de capital em uso serão aqueles com números de série de *G´* a *G*, i.e. o investimento bruto acumulado.

Daqui, retiramos a produção acumulada:

$$(1)\quad x = \int_{G}^{G'} \gamma(G).dG$$

e de igual modo para a mão-de-obra:

$$(2)\quad L = \int_{G}^{G'} \lambda(G).dG$$

As magnitudes *x*, L, G e G´ são todas funções do tempo e devem ser escritas como *x(t)*, *L(t)*, *G(t)*, e *G´(t)*.

Em particular, *G*(t) é o investimento bruto acumulado até ao momento t. Logo a hipótese sobre a vida útil dos bens de capital implica que:

$$(3)\quad G'(t) \geq G(t - \overline{T})$$

Como *G*(t) é dado no momento t, podemos resolver *G´* a partir de (1) ou (2) ou pela igualdade em (3).

Num contexto de crescimento, a hipótese mais natural é a de pleno emprego. A força de trabalho é uma função do tempo mas é, por força daquela hipótese, igual ao emprego, de tal modo que *L*(t) é uma função dada- ARROW (1962: p.158). Logo, *G*(t) é obtida resolvendo (2). Se o resultado for substituído em (1), então *x* pode ser escrito como função de *L* e *G*, analogamente à função de produção usual. Para se formalizar este argumento, considerem-se os seguintes integrais indefinidos:

$$(4)\begin{cases}\Lambda(G) = \int \lambda(G).dG \\ \Gamma(G) = \int \gamma(G).dG\end{cases}$$

Como $\lambda(G)$ e $\gamma(G)$ são ambos positivos, logo $\Lambda(G)$ e $\Gamma(G)$ são estritamente positivos e têm inversas, respectivamente: $\Lambda^{-1}(u), \quad \Gamma^{-1}(\mathrm{v})$.

Logo (1) e (2) podem ser escritos, respectivamente:

(1') $x = \Gamma(G) - \Gamma(G')$

(2') $L = \Lambda(G) - \Lambda(G')$

Resolvendo (2´) em ordem a G´ ficamos com a seguinte expressão usando a inversa:

(5) $G' = \Lambda^{-1}\left[\Lambda(G) - L\right]$

Substitua-se (5) em (1´), obtendo-se, assim, uma função de produção totalmente nova (ARROW 1962: p.158):

(6) $x = \Gamma(G) - \Gamma\left\{\Lambda^{-1}\left[\Lambda(G) - L\right]\right\}$

A equação (6) é sempre válida, mas sob a hipótese de pleno emprego, podemos analisar *L* como a força de trabalho disponível. Uma segunda hipótese mais realista para situações de recessão económica, é a situação na qual a procura pelo produto é um factor limitador. Então *x* em (6) é dada; G´ pode ser obtido a partir de (1) ou (1´) e o emprego pode ser calculado a partir de (2) ou (2'). Se o emprego for menor que a disponibilidade de mão-de-obra então temos desemprego Keynesiano.

Uma terceira hipótese apropriada para uma análise de crescimento económico é a de que a solução de G´ dada por (5) com *L* como força de trabalho, não satisfaça (3). Neste caso há uma restrição de capital devido à depreciação. Existe de novo desemprego, mas agora devido a discrepâncias estruturais mais do que devido a deficiências do lado da procura.

Em qualquer dos casos, existe desemprego de trabalho e/ou de capital, podendo co-existir ambos no caso da deficiência da procura.

ARROW (1962: p.159) assume o caso do pleno emprego do modelo neo-clássico.

De seguida a análise de ARROW assume um caso especial: o rácio capital *output* constante e um aumento da produtividade.

Logo, ainda sob as hipóteses consideradas em ARROW (1962):

(7) $\gamma(G) = a$ é uma constante, enquanto que $\lambda(G)$ é decrescente em G.

Para ser mais específico, ARROW afirma que $\lambda(G)$ tem a forma encontrada na curva de experiência dos aviões:

$$(8) \quad \lambda(G) = b.G^{-n}, \quad \text{com } n > 0$$

Então, as funções dos integrais indefinidos, ficarão:

$$\begin{cases} \Lambda(G) = a.G \\ \Gamma(G) = c.G^{1-n}, \quad onde \ \ c = {}^{b}\!\big/_{(1-n)}, \quad para \quad n \neq 1 \end{cases}$$

Assim, a função de produção (6) será:

$$(9) \quad x = a.G\left[1 - \left(1 - \frac{L}{c.G^{1-n}}\right)^{\frac{1}{(1-n)}}\right], \quad para \quad n \neq 1.$$

A equação (9) está sempre bem definida para o intervalo relevante, logo a partir de (2') podemos escrever:

$L = \Lambda(G) - \Lambda(G') \leq \Lambda(G) = c.G^{1-n}$.

Quando n =1, então temos $\Lambda(G) = b.\ln(G)$ e a função de produção x virá:

$$(10) \quad x = a.G\left(1 - e^{-\frac{L}{b}}\right), \quad se \quad n = 1.$$

Repare-se que (9) e (10) são funções de produção com rendimentos crescentes à escala nas variáveis G e L. Isto é particularmente óbvio em (10). Se aumentarmos *G* com *L* constante, tal leva a um aumento de *x* na mesma proporção; logo um aumento simultâneo em *L* aumentará a produção num factor superior a *x*.

Segundo ARROW (1962: p.159) os rendimentos crescentes à escala não levam a nenhuma dificuldade em especial em relação à teoria distributiva, pois quer o capital quer o trabalho recebem o seu produto marginal.

A explicação tem a ver com o facto de que a produtividade marginal privada do capital (mais estritamente, do novo investimento) ser menor do que a produtividade marginal social, uma vez que o efeito de "learning" não é compensado pelo mercado.

De seguida ARROW (1962; p.160-2) analisa os salários e escreve a fórmula fulcral para análise do *cash-flow* de um projecto de investimento, em termos de crescimento e com efeito de "learning" (ARROW, 1962: p.163):

$$(11) \quad S = \int_{0}^{T} e^{-\rho.t}.\gamma\left[G(t)\right].\left(1 - W.e^{\theta.t}\right).dt$$

em que o primeiro termo $e^{-\rho.t}$ é o factor de desconto inter-temporal, $\gamma[G(\upsilon)]$ é a produção acumulada até ao momento *v*, dada pelo capital de número de série *G*, e o termo restante $(1-W.e^{\theta.t})$ é a função lucro unitária , em que *W* são os salários, que crescem (continuamente) à taxa θ.

10.1.2. O modelo de ARROW (1962) com capital humano

Vamos, seguidamente, proceder à aplicação do modelo de ARROW a um processo de reforma agrária, introduzindo capital humano, em vez de capital físico, no modelo.

10.1.3. Reforma Agrária num contexto ARROWIANO (1962)

Todas as hipóteses do modelo de ARROW (1962) continuam válidas nesta aplicação ao contexto de Reforma Agrária (RA).

Este modelo é uma primeira simplificação que não inclui (por enquanto, por questões de simplicidade) o factor terra. Os únicos factores de produção são o trabalho e o capital humano. Existem, tal como no modelo original de ARROW (1962), rendimentos crescentes à escala (IRS) em ambos os "bens" devido ao fenómeno de "*learning by doing*" (LBD).

O processo de Reforma Agrária (Tradicional) resulta de uma expropriação da terra (ainda não presente neste primeiro modelo) que leva a uma destruição de capital humano. Assim, a nossa hipótese de trabalho:

HRA - Hipótese de Reforma Agrária Tradicional

Durante o processo de reforma agrária ocorre uma **destruição de capital humano** porque os donos das terras e os seus respectivos feitores (agrónomos) são expulsos da terra e são substituídos por agentes (previamente sem terra) sem capital humano, i.e. sem experiência de gestão e de conhecimento técnicos, fitosanitários, ou de culturas com base na moderna ciência agronómica - são, no fundo, aqueles que designamos por "campesinos[24]".

[24] O termo campesino é propositado e não se trata de desleixo de linguagem, mas quer apenas contextualizar melhor a realidade teórica do modelo à respectiva aplicação empírica, nomeadamente da América Latina. O termo em português mais correcto seria de facto camponês sem terra, mas como o enfoque se procura abarcar toda a América Latina, optou-se pelo termo "campesino", que é mais conciso, daí a sua vantagem e que imediatamente localiza o leitor geograficamente.

Esta primeira hipótese é, efectivamente, muito forte, pois supomos à partida a destruição **total** do capital humano acumulado até à data, mas tal hipótese será posteriormente abandonada.

Questão Principal: ***Quantos anos demora a substituir (ou seja recuperar) o capital humano perdido com a Reforma Agrária (Tradicional) ?***

Para realizar esta análise supõe-se que os agrónomos acumularam capital humano até (T_{RA}) data da reforma agrária.
Assim para responder à questão principal fazemos uso da fórmula do fluxo descontado de lucros futuros de ARROW (1962), para avaliar a recuperação da rentabilidade do trabalho e do capital humano.

Assim temos o fluxo de lucros futuros (*S*) no modelo de ARROW (1962) mas desta feita com capital humano:

$$S = \int_0^T e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1 - W.e^{\theta.t}\right).dt$$

em que ρ é taxa de desconto inter-temporal (ou seja a taxa de juro ou de custo de oportunidade de avaliação dos projectos), $\gamma\left[H(t)\right]$ é a função de produção resultante do investimento em capital humano até ao momento t, e $1 - W.e^{\theta t}$ representa o lucro unitário derivado de um custo salarial W, com θ a denotar a taxa de crescimento salarial.

Assim, temos de comparar dois integrais: o fluxo descontado da rentabilidade dos agrónomos até à data de reforma agrária (S_{AGN}) com o fluxo da rentabilidade dos trabalhadores sem terra ("campesinos") desde a reforma agrária até à data em que esta será recuperada T** (S_{TB}):

$$S_{AGN} = \int_0^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1 - W.e^{\theta.t}\right).dt$$

$$S_{TB} = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt$$

Hipótese 2. Assumimos que a taxa de juro ρ é a mesma (ou seja que não é afectada, pela reforma agrária), que a taxa de crescimento salarial, θ, é a mesma, e que a função de produção $\gamma\left[H(t)\right]$ e de lucro $1-W.e^{\theta t}$ são também as mesmas.[25]

Limiar Dinâmico de Recuperação de Reforma Agrária Tradicional (LDRRA)

Assim pretendemos nesta análise comparar S_{AGN} e S_{TB} para obter o ponto T**. Este é o valor temporal a partir do qual numa reforma agrária se recupera exactamente o que foi perdido, em termos de perda de capital humano acumulado, com a RA.

Assim a condição seguinte permite enunciar o **LDRRA**:

$$S_{TB} \geq S_{AGN}$$

Ou seja, substituindo pelos respectivos valores do *cash flow* descontado dos agentes:

$$S_{TB} = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt \geq \int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt = S_{AGN}$$

Como todas as variáveis e funções integrandas (dadas as nossas hipóteses restritivas iniciais) são as mesmas, a análise da condição **LDRRA** baseia-se na análise dos limites de integração:

$$\int_{T_{RA}}^{T^{**}} Z'(t-T_{RA}).dt \geq \int_{0}^{T_{RA}} Z'(t).dt$$

Ou seja, resolvendo para a função ganho (Z(t)):

$$Z(T^{**}-T_{RA})-Z(T_{RA}-T_{RA}) \geq Z(T_{RA})-Z(0)$$

o que será equivalente, dado que $Z(T_{RA}-T_{RA})=Z(0)$ se pode eliminar dado ser comum a ambos os membros, e se *Z(t)* for monótona crescente[26]:

[25] Estas hipóteses parecem redutoras e temos interesse em relaxar estas hipóteses contextualizando, em modelos mais avançados, o que ocorre num processo de RA.

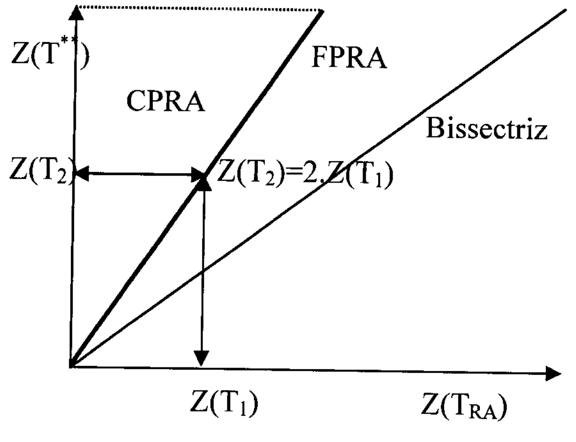
$$Z(T^{**} - T_{RA}) \geq Z(T_{RA})$$

$$Z(T^{**}) \geq 2.Z(T_{RA})$$

daqui se retira a condição de rentabilidade dinâmica em que o LDRRA (T**) vem definido pela função implícita. Pela injectividade da função ganho pode-se ainda considerar que os ganhos no limiar *T*** têm de exceder pelo menos o dobro dos ganhos acumulados até à reforma agrária.

A FIGURA 22 seguinte apresenta o Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária (CPRA) de acordo com a condição de recuperação do capital humano perdido no espaço dos ganhos possíveis ($Z(T^{**})$ *vs* $Z(T_{RA})$).

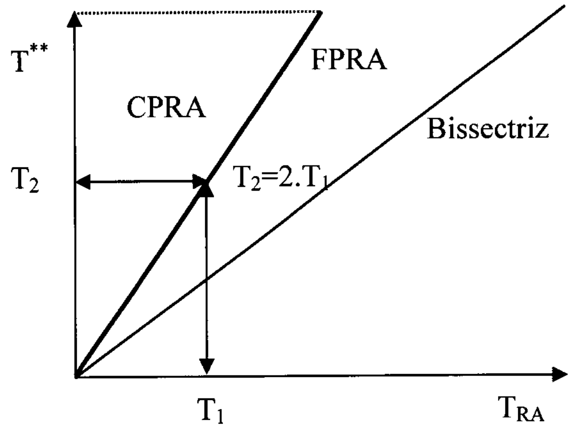
FIGURA 22 - Conjunto de Possibilidades de RA no modelo de ARROW (1962)



Para um caso simples em que a função ganho é linear (então $T^{**}=2T_{RA}$) é a linha inferior que delimita o Conjunto de Possibilidades de reforma agrária (CPRA) - vide figura seguinte.

[26] A hipótese inicial que utilizei foi a separabilidade da função, mas esta seria demasiadamente restritiva, basta que a função seja monótona crescente, para depois utilizando a injectividade da função poder retirar a conclusão expressa no texto.

FIGURA 23 - Conjunto de Possibilidades de RA no modelo de ARROW (1962) com ganho linear



Algumas questões interessantes que se levantam mesmo neste modelo tão simples em que se procede à RA (mesmo sem terra).

Hipótese 3.

Se a taxa de crescimento dos salários aumentar devido a um processo de reforma agrária o que ocorre ao limiar dinâmico de recuperação de reforma agrária (LDRRA)?

Analisemos a condição de *cash-flow* com um aumento da taxa salarial *ex-post* processo de Reforma Agrária (RA), i.e. com $\theta_2 > \theta_1$, teremos a condição:

$$S_{TB}(.;\theta_2) = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta_2.t}\right).dt \geq \int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta_1.t}\right).dt = S_{AGN}(.;\theta_1)$$

Esta condição seria a que permitiria neste novo contexto que a RA recuperasse o capital humano perdido.

Proposição 1:

*Uma subida da taxa de crescimento de salários (indiferenciados[27]) ex-post reforma agrária $\theta_2 > \theta_1$ torna a **RA impraticável em termos de eficiência económica**. Ou seja, existirá neste contexto e sob as hipóteses até aqui explicitadas uma perda de bem-estar que torna em termos dinâmicos ineficiente a RA, i.e. não será recuperável a perda de eficiência gerada pela destruição de capital humano com a subida de salários[28].*

Demonstração:

Se partirmos da hipótese $\theta_2 > \theta_1$, então para taxas de crescimento do salário positivas (o que é natural e intuitivo) teremos:

$$e^{\theta_2} > e^{\theta_1}$$

para o simétrico teremos:

$$-e^{\theta_2} < -e^{\theta_1}$$

Assim, como W e o factor de desconto inter-temporal $e^{-\rho t}$ são positivos, podemos construir a seguinte condição, a qual não altera a desigualdade:

$$e^{-\rho t}.\left(1-We^{\theta_2}\right) < e^{-\rho t}.\left(1-We^{\theta_1}\right)$$

adoptando a função de produção (baseada no capital humano - $\gamma\left[H(t)\right]$) e assumindo que $\gamma\left[H(t)\right] \geq \gamma\left[H(t-T_{RA})\right] > 0$ podemos escrever:

$$e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta_2.t}\right) < e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta_1.t}\right)$$

Integrando as funções daí resultantes ficamos com a condição:

$$S_{TB}(.;\theta_2) = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta_2.t}\right).dt < \int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta_1.t}\right).dt = S_{AGN}(.;\theta_1)$$

Esta condição leva-nos a uma **contradição** exactamente de sinal contrário ao que seria necessário para existir um LDRRA, face à condição explicitada anteriormente após a hipótese 3:

---

[27] Estamos a referir-nos aos salários indiferenciados, ou seja para funções não especificas e não as que exijam capital humano - ou seja, para o factor *L* e não para o factor *H*. Esta proposição torna-se interessante porque empiricamente tende a verificar-se que com as RA houve subida de salários de trabalhadores indiferenciados, dado o maior poder de *lobbying* dos sindicatos *ex-post* RA do tipo mais intervencionista.

$$S_{TB}(.;\theta_2)=\int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta_2.t}\right).dt \geq \int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta_1.t}\right).dt = S_{AGN}(.;\theta_1).$$

Logo, é impossível existir um limiar dinâmico de recuperação de bem-estar para a reforma agrária (LDRRA) com agravamento previsto dos custos salariais. QED.□

Proposição 2

Se houver um decréscimo da taxa de crescimento salarial ex-post reforma agrária (RA) então é possível estabelecer um conjunto de possibilidades de reforma agrária (CPRA) de acordo com o limiar dinâmico de rentabilidade de RA (LDRRA).

Demonstração:

Baseados na demo da proposição 1, mas se ao invés se a taxa de crescimento dos salários for negativa $\theta_2 < \theta_1$, seguindo os mesmos passos então ficamos com seguinte a condição de limiar dinâmico de rentabilidade de reforma agrária (LDRRA):

$$S_{TB}(.;\theta_2)=\int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta_2.t}\right).dt > \int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta_1.t}\right).dt = S_{AGN}(.;\theta_1)$$

Ora, se definirmos a função $Z_i'(.)=e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right)$ como a derivada da função ganho $Z_i(.)$, então integrando ficamos na expressão acima de LDRRA, com:

$$Z_2(T^{**}-T_{RA};\theta_2)-Z_2(T_{RA}-T_{RA};\theta_2) > Z_1(T_{RA};\theta_1)-Z_1(0;\theta_1)$$

Ora, se assumirmos que a função ganho ($Z_i(.)$) no primeiro período é nula, então:

$$Z_2(T_{RA}-T_{RA};\theta_2)=Z_2(0;\theta_2)=Z_1(0;\theta_1)=0$$

Ficamos, assim, com a seguinte condição do Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária (CPA):

$$Z_2(T^{**}-T_{RA};\theta_2) > Z_1(T_{RA};\theta_1)$$

Ora se assumirmos como outrora que a função ganho é separável, ficamos com:

$$\Delta Z_2(.;\theta_2)=Z_2(T^{**};\theta_2)-Z_2(T_{RA};\theta_2) > Z_1(T_{RA};\theta_1)=\Delta Z_1(.;\theta_1)$$

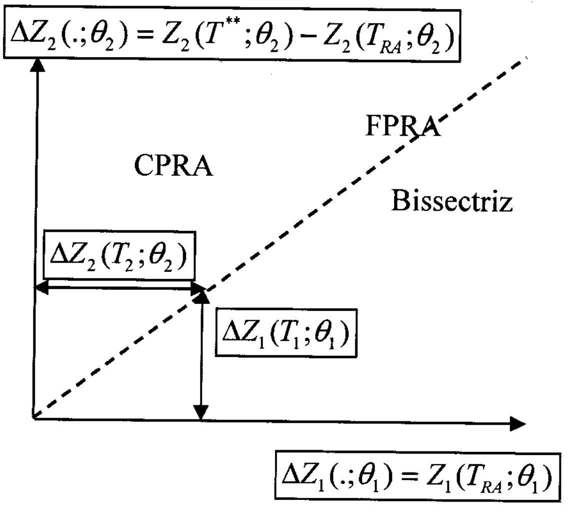
[28] Note-se que estamos a considerar T** fixo. Este resultado poder-se-ia alterar com T** variável, mas note-se que dentro das hipóteses de ARROW o capital (no nosso caso humano) tem vida finita e daí o facto de esta hipótese ser plausível.

Graficamente no espaço de variações da função ganho $(\Delta Z_1(.;\theta_1);\Delta Z_2(.;\theta_2))$ acima da bissectriz teremos o conjunto de possibilidades de reforma agrária (CPRA).

Dada a desigualdade estrita, a fronteira de possibilidades de reforma agrária (FPRA) não faz parte do conjunto (CPRA). Temos de ter um infinitésimo acima para ocorrer melhoria de bem-estar dinâmico.

Veja-se a seguinte figura:

FIGURA 24 - Conjunto de Possibilidades de RA no modelo de ARROW (1962) em função dos acréscimos



Proposição 3

Se a taxa de desconto inter-temporal aumentar ceteris paribus o limiar dinâmico de recuperação de reforma agrária (LDRRA) torna-se inalcançável, ou seja, a RA é ineficiente.

Demonstração:

Se a taxa de desconto inter-temporal subir de ρ_1 para ρ_2 então, analogamente, tal como vimos para a subida da taxa de crescimento salarial a RA torna-se impraticável, ou seja:

$$\rho_2 > \rho_1 \Leftrightarrow e^{-\rho_2 t} < e^{-\rho_1 t} \Rightarrow S^{TB}(\rho_2) < S^{AGN}(\rho_1),$$

ou seja, o fluxo descontado dos trabalhadores sem terra nunca alcançará o dos agrónomos e a RA é dinamicamente ineficiente. QED.

Proposição 4

Se a taxa de desconto inter-temporal diminuir ceteris paribus o limiar dinâmico de recuperação de reforma agrária (LDRRA) torna-se mais facilmente alcançável.

Demonstração:

$$\rho_2 < \rho_1 \Leftrightarrow e^{-\rho_2 t} > e^{-\rho_1 t} \Rightarrow S^{TB}(\rho_2) > S^{AGN}(\rho_1)$$

Então neste caso, a descida da taxa de desconto inter-temporal permite tornar recuperável mais facilmente a perda de capital humano porque os fluxos dos trabalhadores (ex-post RA) são mais valorizados no futuro do que os dos agrónomos em períodos anteriores. A intuição é simples: a taxa de desconto inter-temporal permite avaliar o custo de oportunidade do tempo (i.e. uma espécie de taxa de juro), logo se esta desce, permite que o custo do capital humano seja menor no futuro, permitindo aos trabalhadores investir mais em capital humano, e dai recuperar a perda de capital humano resultante da RA[29]. Em suma, podemos estabelecer, tal como no caso anterior da taxa de crescimento salarial, uma figura análoga no espaço dos ganhos possíveis da FIGURA 24, só que desta feita com os acréscimos em função da taxa de desconto e não da taxa de crescimento salarial. QED.

Hipótese 4 - Nova hipótese de trabalho - Destruição parcial do capital humano

Se a destruição do capital humano realizada pela substituição dos agrónomos pelos campesinos, em vez de "totalmente analfabetos" for apenas parcial, e se esta for medida por um factor de literacia (%) que denominamos por η[30], então parte deles não são totalmente inexperientes em termos de gestão e de técnicas agrícolas. Estes campesinos dominam alguns conhecimentos fito-sanitários e algumas técnicas modernas de ciência agronómica. De qualquer modo, apesar de diminuir o diferencial de conhecimentos técnicos, continuamos a assumir uma certa homogeneidade no diferencial de literacia e numeracia dos novos campesinos face aos agrónomos.

[29] Basta pensar que se tratasse de uma perpetuidade o fluxo gerado pelos trabalhadores, se fosse constante em cada ano e de montante V, seria avaliado por V/ρ. Se ρ descer, o valor total do seu fluxo aumenta e logo a recuperação da perda gerada pela RA será mais rápida.

[30] A taxa de iliteracia será obviamente $0 \leq (\text{Iliteracia} = 1 - \eta) \leq 1$.

Questão 2: O que ocorre à reforma agrária neste contexto?

A recuperação do capital humano será mais rápida?

Demonstração:

Intuitivamente se a perda de capital humano é menor no momento da RA, i.e. há uma espécie de "herança" de capital humano dos agrónomos para os campesinos (trabalhadores sem terra) então o LDRRA - Limiar dinâmico de recuperação de RA será atingido mais facilmente do que no caso inicial.

Analiticamente basta pensar que a comparação se faz agora entre:

$$S_{TB} \geq (1-\eta) S_{AGN}$$

ou seja, note-se que a parcela $\eta.S_{AGN}$ é a "herança" dos agrónomos para os campesinos, logo a recuperação de capital humano só tem de se fazer até: $(1-\eta) S_{AGN}$. Em termos formais:

$$S_{TB} = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t-T_{RA})\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt \geq (1-\eta).\int_{0}^{T_{RA}} e^{-\rho.t}.\gamma\left[H(t)\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt = (1-\eta).S_{AGN}$$

ou seja, procedendo, em termos algébricos como no caso inicial, desta feita teremos de ter em conta $\eta.S_{AGN}$, resolvendo para a função ganho (Z(t)):

$$Z(T^{**}-T_{RA}) - Z(T_{RA}-T_{RA}) \geq (1-\eta).\left[Z(T_{RA}) - Z(0)\right]$$

o que será equivalente, dado que $Z(T_{RA}-T_{RA}) = Z(0)$ se pode eliminar dado que é um termo comum a ambos os membros, e se Z(t) for monótona crescente e injectiva:

$$Z(T^{**}) - Z(T_{RA}) \geq (1-\eta).Z(T_{RA})$$

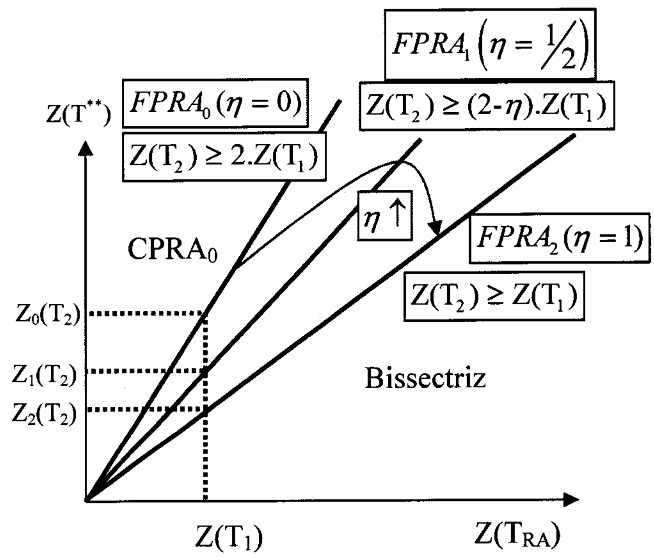
$$Z(T^{**}) \geq (2-\eta).Z(T_{RA})$$

daqui se retira a condição de rentabilidade dinâmica em que o LDRRA (T**) vem definido pela função implícita. Dada a injectividade da função ganho, os ganhos no limiar T** têm de exceder o dobro menos a taxa de literacia dos ganhos acumulados até à reforma agrária.

Note-se que se a taxa de literacia for nula, então estaremos no caso inicial da FIGURA 22, se a taxa de literacia for 100%, então estaremos no caso em que o LDRRA é definido pela bissectriz. Para um caso intermédio (nomeadamente para casos de países em vias de desenvolvimento) se a taxa de literacia for, por exemplo, 50%, então a fronteira verá definida como: $Z(T^{**}) \geq 1,5.Z(T_{RA})$.

Vejamos a figura seguinte:

FIGURA 25 - Expansão do CPRA com melhoria da literacia (η)



Proposição 5: Melhoria da taxa de literacia (η) leva a melhoria do LDRRA para trabalhadores e a expansão do CPRA

Como conclusão da análise anterior, a subida do limiar de literacia (η) leva a uma melhoria do LDRRA, i.e. a recuperação do capital humano torna-se mais facilmente viável para os campesinos (trabalhadores sem terra) o que resulta numa expansão do Conjunto de Possibilidades de RA.

Nota: Os efeitos de "*learning*" induzidos neste contexto de ARROW (1962) por uma maior literacia, apenas reforçam tal como veremos no caso empírico da tese a importância do capital humano e da sua transmissão e a sua consequente viabilização da RA.

Questão 3: Viabilidade financeira de reforma agrária via Custo de Oportunidade

A questão da viabilidade da RA pode ser vista em termos de custo de oportunidade futuro. Trata-se de comparar dois fluxos **futuros** a partir do momento da RA, o dos campesinos (trabalhadores sem-terra) versus o que seria dos agrónomos no futuro após a reforma agrária. Note-se que na questão do limiar de recuperação da RA (LDRRA) estávamos a comparar o passado dos agrónomos antes da RA com o futuro subsequente à RA com trabalhadores campesinos. Neste caso comparamos ambos os fluxos futuros em alternativa.

Demonstração: Trata-se, no fundo, de avaliar dois projectos de investimento "alternativos" à data da RA:

$$S_{TB} = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.(t-T_{RA})}.\gamma\left[H_{TB}(t)\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt$$

$$S_{AGN} = \int_{T_{RA}}^{T^{**}} e^{-\rho.(t-T_{RA})}.\gamma\left[H_{AGN}(t)\right].\left(1-W.e^{\theta.t}\right).dt$$

Consoante $S_{TB} \geq ou \leq S_{AGN}$ assim se escolhe o "investimento" alternativo.

Ora, como na maior parte dos casos: $\gamma\left[H_{AGN}(t)\right] \geq \gamma\left[H_{TB}(t)\right]$, i.e. o capital humano acumulado até à data da reforma agrária dos agrónomos é superior ao dos trabalhadores, *ceteris paribus*, i.e. para a mesma taxa de desconto intertemporal e para a mesma taxa de salário, então nunca seria viável nestas condições realizar uma RA. Ou seja, $S_{TB} \leq S_{AGN}$.QED.

A partir da demonstração anterior da questão 3 podemos extrair a seguinte proposição:

Proposição 6: Teorema de não viabilidade futura de reforma agrária ou de RA conservadora

Dada a destruição de capital humano com a RA, a melhor politica de RA é a de status quo, ou seja, não retirar a terra aos agrónomos, mas antes prosseguir com o status quo, pois é este "quase sempre" o investimento mais rentável em termos de cash-flows futuros.

Demonstração: Vem da demonstração acima da Questão 3.

Assim de toda esta análise do modelo de ARROW podemos extrair duas Proposições básicas:

Proposição 7:

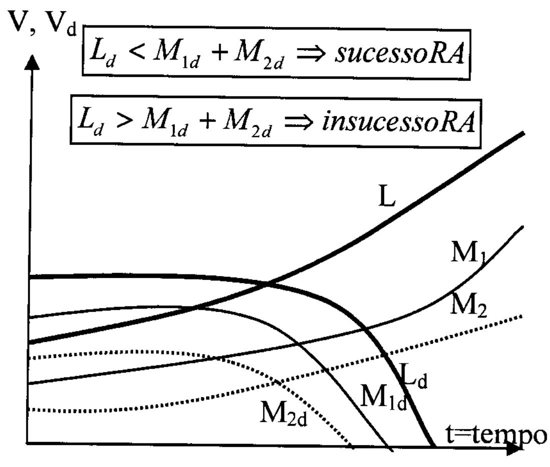
Quanto mais baixa for a taxa de desconto intertemporal (ρ), mais viável se torna a RA, porque as perdas futuras de se ter menos agrónomos são atenuadas e os ganhos de ter feitores e/ou sem terra são aumentados.

Proposição 8:

Quanto mais elevada a taxa de "learning by doing" (LBD) dos novos terra-tenentes mais fácil é a acumulação de um excedente que ultrapasse o montante fixo da perda de ter agrónomos. Ou seja, se a taxa de LBD dos campesinos for superior à taxa de LBD dos agrónomos, então a RA pode ser exequível em termos dinâmicos do bem-estar social total.

Ilustre-se a Proposição 8 com a FIGURA 26, que contraria em parte a Proposição 6. Note-se, no entanto, que a Proposição 6 foi obtida sob hipóteses restritivas, enquanto que a proposição 8, tentando generalizar mais a análise de RA, tem em atenção a hipótese do facto do LBD dos campesinos ser maior que o LBD dos agronómos.

FIGURA 26- Viabilidade de RA segundo cash-flows presentes e descontados



A FIGURA 26 ilustra o facto de que sob certas condições se por exemplo ocorrer uma reforma agrária em que se substitui um latifundiário agrónomo por dois minifundiários (campesinos), desde que as taxas de desconto sejam favoráveis a esses minifundiários, então é possível conceber uma melhoria líquida de bem-estar agregada para esses mini-fúndios, face ao latifundiário. *V* representa o fluxo corrente de rendimentos, e *Vd*, os fluxos descontados de cash-flows.

Como é ilustrado na figura se a área sob L_d for inferior à área total de M_{1d} e de M_{2d}, então a reforma agrária é bem sucedida: $\boxed{L_d < M_{1d} + M_{2d} \Rightarrow sucesso\ \ RA}$

Caso contrário:

$$\boxed{L_d > M_{1d} + M_{2d} \Rightarrow insucesso\ \ RA}$$

10.2. Nota sobre crescimento endógeno

JONES (1995, 1998) estabeleceu um modelo de crescimento económico endógeno, cuja taxa de crescimento depende do esforço em Investigação e Desenvolvimento (I&D).

Procurámos em ROCHA DE SOUSA (2005, pp.76-80) aplicar este modelo à questão da reforma agrária.

SOLOW (1997) apresenta as variantes do modelo de ARROW (1962) de capital humano, explicitando que, pela primeira vez, ARROW podia ter antecipado os modernos modelos de crescimento endógeno.

De qualquer modo, SOLOW (1997) não analisa obviamente a questão de uma reforma agrária neste contexto, ou o de um choque estrutural (negativo e/ou positivo).

Passemos então de seguida à análise de um processo de reforma agrária, também dinâmica, mas utilizando um modelo de sobrevivência de empresas baseado em JOVANOVIC (1982).

11. Modelo dinâmico baseado em JOVANOVIC

11.1. Modelo de JOVANOVIC (1982)

A história do modelo JOVANOVIC (1982) é muito simples: uma empresa defronta incerteza «cross section» (i.e. antes de entrar no mercado) porque não sabe *ex-ante* se a empresa é mais ou menos eficiente; para além disso em cada período defronta outro choque estocástico.

A história prossegue do seguinte modo: as que sobrevivem são as maiores e as pequenas têm maior variância na sua *performance*. Ou seja, uma empresa cresce em dimensão e vai sobrevivendo em cada período («older vintage»), logo a probabilidade de que irá à falência e saia do mercado diminui.

11.1.1. Introdução

Podemos chamar a este modelo o nosso modelo padrão (modelo «baseline»). Seja q o nível de *output* de uma empresa. A função custo das empresas é bem comportada, nos seguintes termos:

(1) $c(0)=0, \quad c'(0)=0, \quad c'(q)>0, \quad c''(q)>0 \quad$ e $\lim_{q\to\infty} c'(q)=\infty.$

O custo total é representado pela seguinte expressão: $c(q_t).x_t$, onde x_t representa a eficiência da empresa que é uma variável aleatória (v.a.) independente entre empresas. Para a empresa do tipo θ, admitamos que $x_t=\xi(\eta_t)$, com $\xi(.)$ a representar uma função positiva, estritamente monótona crescente e contínua. Considere-se ainda que o $\lim_{\eta_t\to-\infty}\xi(\eta_t)=\alpha_1>0$, que $\lim_{\eta_t\to\infty}\xi(\eta_t)=\alpha_2\leq\infty$ e ainda:

(2) $\eta_t=\theta+\varepsilon_t \qquad$ com $\qquad \varepsilon_t \approx N(0,\sigma^2), i.i.d.$

As empresas que têm maiores valores de θ terão maiores valores de x e assim serão menos eficientes para todos os níveis de *output* – mas as empresas só descobrem isso *ex-post*. Os ε_t são choques idiossincráticos à empresa, independentes ao longo do tempo e das diferentes empresas.

A variável θ da empresa potencial 'entrante' segue uma distribuição normal de média $\overline{\theta}$ e variância σ_θ^2. A potencial 'entrante' não sabe qual o seu θ *ex-ante*, mas sabe que é um acontecimento aleatório realizado a partir de uma distribuição normal $N(\overline{\theta},\sigma_\theta^2)$. Para além disso, a empresa conhece a variância de ε_t, tal como também conhece a forma funcional de $\xi(.)$, logo a partir da observação dos seus custos consegue inferior qual é o seu θ - i.e. qual é a sua eficiência.

As empresas assumem-se pequenas de tal modo que não conseguem afectar os preços (i.e. são «price-takers»). Logo, cada empresa escolhe q_t para maximizar os lucros esperados:

$$(3) \qquad \max_{q_t}[p_t.q_t - c(q_t).x^*]$$

onde x^* é a expectativa de x condicional da informação recebida até t.

A decisão de *output* é feita antes de x_t ser observado, o que significa que resulta da maximização do lucro esperado, donde resulta que se torna uma função que é o rácio do preço sobre as expectativas: $q\left(\frac{p_t}{x_t^*}\right)$. Como podemos, intuitivamente, comprovar tal facto? Note-se que se no problema original de maximização dividirmos a função lucro esperado pela expectativa, então a solução virá dependente do rácio p_t/x_t^*.

11.1.2. A decisão de saída

Uma parte particularmente importante do artigo original é a que se debruça sobre a decisão de saída do mercado.

A decisão é feita condicionalmente no valor exógeno do custo de oportunidade de um factor fixo – ou seja, se uma empresa sai do mercado recebe um valor $W > 0$ como compensação. O autor salienta que este W é igual entre todas as empresas, independentemente do quão bem sucedido elas são no mercado.

O valor de permanecer naquela "indústria" (segmento ou mercado) para o próximo período é dado pela seguinte equação de BELLMAN:

$$(4) \qquad V(x,n,t;p) = \pi(p_t,x) + \beta.\int \max[W, V(z,n+1,t+1;p)]P(dz/x,n)$$

onde V(.) representa o valor de ficar por mais um período adicional, que é o lucro desse período mais o valor máximo descontado (à taxa inter-temporal β) de ou sair do mercado e receber W, ou ficar no período subsequente e receber o respectivo retorno desse período. Note-se que $P(dz/x,n)$ é uma função de distribuição de probabilidades condicional no parâmetro de eficiência x e no número de empresas n. Para o problema (3) ter uma solução a sucessão de preços tem de ser limitada.

Logo, tal permite a JOVANOVIC (1982, p.653) estabelecer o seu:

Teorema 1:

(i) Uma solução única, limitada e contínua existe para *V* na equação (4) e

(ii) *V* é estritamente decrescente em *x*.

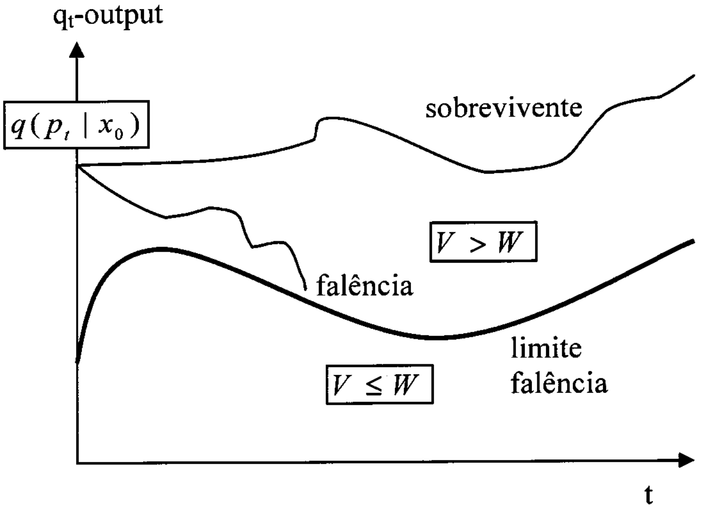
Cuja demonstração se encontra em JOVANOVIC (1982, pp, 666-7). A primeira parte prova-se recorrendo ao teorema do ponto fixo de BANACH.

Logo, se $V(x, n, t; p) = W$ e se assumirmos que a solução para este problema é $\gamma(.)$, então temos o nível de indiferença para as empresas saírem ou ficarem no mercado. Daí que a FIGURA 27 [JOVANOVIC (1982, p.650)] sumaria de um modo esclarecedor o modelo.

FIGURA 27 - Perfil temporal, evolução e selecção de empresas

JOVANOVIC (1982, p.650)

Nota: Limite falência = $q[p_t/\gamma(t-\tau,t;p)]$



11.1.3. Equilíbrio do modelo original de JOVANOVIC

JOVANOVIC (1982, secção 4, p.657) estabelece a definição de um equilíbrio geral dinâmico:

DEFINIÇÃO DE EQUILÍBRIO

" Equilíbrio é um par de funções *q(.)* e $\Psi(.)$ que caracterizam as decisões de *output* óptimo e saída das empresas, e um par de sucessões não negativas de *(p, y)* tal que, para todo *t = 0,1,.....,*

(D1) $p_t = D\{Q_t(p,y),t\}$

(D2) $V(x_0,0,t;p)-k=W$ se $y_t>0$

$V(x_0,0,t;p)-k\leq W$ se $y_t=0$."

onde Q_t é a função de oferta da indústria e D é a inversa da procura determinística - ou seja, $D[Q_t,t]$ é dada para cada momento *t*. Além do mais, para cada t, *D(.)* é estritamente decrescente em Q_t. A variável y_t representa a sucessão de entrada de empresas no mercado, para uma dada sucessão de preços e de condições iniciais.
Note-se que *k* é um custo de entrada suportado apenas nesse momento, tal que $V(x_0,0,t;p)-k$ é o valor líquido de entrada no mercado.
O autor prossegue então para provar a existência, unicidade e optimalidade do seu equilíbrio - secção 5 [JOVANOVIC (1982, pp. 657-665)]

11.2. Um modelo determinístico simplificado de RA

Nesta secção introduzimos um modelo de RA baseado em JOVANOVIC (1982).

Primeiro, a função de produção obedece às propriedades da função custo especificada na primeira equação da secção 6.8.2.

Segundo, temos dois factores de produção: Terra (*L*) e capital humano (*H*), ambos com rendimentos decrescentes à escala.

Terceiro, assumimos que a função de produção é da seguinte forma:

(5) $q_t = l(L_t).h(H_t)$,

i.e., é multiplicativamente separável no *stock* de terra e de capital humano.

Quarto, assumimos que apenas existe incerteza «cross section» entre empresas (incerteza *ex-ante*), e que não há choques em cada período, ou seja, θ é a única fonte de incerteza. Claro que isto significa que a empresa no primeiro período fica a saber se é eficiente ou não – e logo, se for esse o caso, sairá eventualmente, quando atingir um dado *cut-off* determinístico.

Agora, um novo problema surge. Como o *stock* total de terra é fixo, quando as empresas agrícolas vão à falência, então tem de haver redistribuição de terras – surgindo duas hipóteses:

RA1 – Reforma Agrária do tipo 1 – as novas terras disponíveis são redistribuídas aos novos 'entrantes', os "campesinos" (os sem terra).

RA2 – Reforma Agrária do tipo 2- as novas terras disponíveis são redistribuídas equitativamente entre novos 'entrantes' e os correntes detentores de terras.

11.2.1. MODELO I

11.2.1.1. Introdução

O nosso problema é o de maximizar o lucro esperado sujeito à função de produção e à lei de movimento ou de acumulação do capital humano:

$$(6) \qquad Max\left[p.q - c(q).x^*\right]$$

$$\text{s.a. } (7) \qquad q_t = l(L_t).h(H_t)$$

$$(8) \qquad H = \int_o^t q(\tau).d\tau$$

Logo, derivando (8) pela regra de LEIBNITZ[31] ficamos com a lei de movimento do *stock* de capital humano:

$$(9) \qquad \dot{H} = q_t = l(L_t).h.(H_t)$$

Estamos a assumir inicialmente que não há depreciação do capital humano, e que o capital humano resulta da acumulação da experiência (output) passada(o).

[31] PIRES (2001, pp.249) define a regra Leibnitz, se tivermos o integral $A(x) = \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y).dx$, então a derivada do integral será: $A'(x) = \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f'_x(x,y)dx + f(x,\varphi_2(x))\varphi'_2(x) - f(x,\varphi_1(x))\varphi'_1(x)$.

Assumimos também que usamos o *output* médio, ou seja, o nosso q_t é *output* por hectare (ha).

Temos dois tipos de agentes, os pequenos ("S" de «small») ou pobres com baixa dotação (pelo menos no início do jogo) de ambos os factores (terra e capital humano) e os agentes do tipo B (de «big») ou grandes latifundiários, também considerados "ricos", por deterem à priori um *stock* inicial de terra e de capital humano maior. Formalmente, temos:

(10) $$H(0)^S < H(0)^B$$

(11) $$L(0)^S < L(0)^B$$

Assim sendo, o nosso problema de controle óptimo é resolvido de trás para diante («backwards»).

Neste contexto a taxa de crescimento do stock de capital humano é constante e pré-determinada pelos stocks iniciais (10) e (11). Isto é semelhante ao que acontece em alguns modelos de crescimento económico:

(12) $$\dot{H} = q_t = q_0 = l(L_0).h.(H_0)$$

Logo este modelo não permitirá obter diferenças permanentes e sustentadas entre pequenos e grandes agricultores. Pois, embora estejamos perante diferenciais iniciais de dotação, existem rendimentos marginais decrescentes em ambos os factores:

(13) $$h'(H(0)^S) > h'(H(0)^B)$$

(14) $$l'(L(0)^S) > l'(L(0)^B)$$

Temos ainda a **hipótese adicional** que as produtividades médias $h(H(0)^S)$ são mais elevadas para o capital humano dos pequenos agricultores que as produtividades médias da terra para grandes agricultores, o que nos permite escrever:

(15) $$h(H(0)^S) > l(L(0)^B)$$

Se tivermos em atenção que podemos integrar (13) e (14), par ficarmos com (13´) e (14´):

(13´) $$\int h'(H(0)^S).dq > \int h'(H(0)^B).dq \Leftrightarrow h(H(0)^S) > h(H(0)^B)$$

(14´) $$\int l'(L(0)^S).dq > \int l'(L(0)^B).dq \Leftrightarrow l(L(0)^S) > l(L(0)^B)$$

Então, combinando (13´), (14´) e (15) leva-nos a:

(16) $$l(L(0)^S).h(H(0)^S) > l(L(0)^B).h(H(0)^B)$$

o que é equivalente a afirmar, usando (12), que temos:

$$(17) \qquad \dot{H}_S = q_0^S > q_0^B = \dot{H}_B$$

Logo o caminho óptimo de crescimento do capital humano tem uma taxa maior de crescimento para os pequenos agricultores. O que ocorre no fim do processo?

11.2.1.2. Falência e redistribuição

Uma das principais tarefas do modelo é a de analisar o que ocorre com o modelo quando há falência de empresas agrícolas.

A terra tem de voltar ao mercado.

Qual é o seu valor?

O seu valor de arrendamento seria dado pelo seu retorno marginal: $p_L.Pmg_L$.

O seu valor no mercado será determinado pelo preço de transacção.

Existem ainda as duas referidas hipóteses: **RA1** e **RA2**.

Se os latifundiários (B de «big») forem à falência a terra vai para os pequenos entrantes no mercado.

E se houver falência dos minifundiários?

A terra vai de novo para os pequenos 'entrantes' no mercado.

No fim de tudo o que ocorre em termos de eficiência estática?

Como a Pmg(L) (produtividade marginal da terra) é decrescente em L por hipótese, se tivermos a falência dos latifundiários, então quando a terra for redistribuída aos pequenos 'entrantes', então a sua produtividade marginal (a dos 'entrantes') será maior do que a praticada pelos latifundiários. Isto ocorre em ambos os tipos de caso de **RA1** e **RA2**. Embora no segundo caso o aumento da produtividade marginal venha mitigado pois também inclui redistribuição aos latifundiários. No fim existem menos latifundiários (B) que no início do jogo, e existirão mais minifundiários (S) que melhoraram a sua posição devido ao processo de acumulação de capital humano.

11.2.1.3. Solução do MODELO I

Temos o seguinte problema de controlo óptimo:

(18) $Max\int_{o}^{T}(p.q_t - c(q_t).x^*).dt$ (o funcional a ser maximizado).

s.a. (9) $\dot{H} = q_t = l(L_t).h.(H_t)$ (a lei do movimento da variável de estado)

(19) $q(L_0, H_0) = q_0$ e (20) $\lambda(T) = 0$ (a condição de transversalidade).

Tal permite-nos escrever o seguinte Hamiltoniano (Ω):

(21) $\Omega(t, H, q, \lambda; p, x^*) = p.q_t - c(q_t).x^* + \lambda.[q_t]$

Logo as condições de primeira ordem de acordo com o princípio do óptimo de PONTRYIAGIN, são (veja-se CHIANG (1992, p. 169)[32]):

(22) $\frac{\partial\Omega}{\partial\lambda} = \dot{H} = q_t$ (lei de movimento da variável de estado)

(23) $\frac{\partial\Omega}{\partial H} = -\dot{\lambda}$ (lei de movimento da variável de co-estado)

(24) $\lambda(T) = 0$ (a condição de transversalidade)

Logo se tivermos (22) teremos (9) tal como postulámos.

Então a trajectória da variável de estado é conhecida e regulada por esta simples equação diferencial de primeira ordem.

E quanto à variável de co-estado (λ_t)?

Partindo de (23) podemos calcular a equação que descreve a lei de movimento da variável de co-estado:

(25) $\dot{\lambda} = -\left[p.\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H} - c'_q.x^*.\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H} + \lambda.\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right]$

Esta equação pode ser simplificada para se exprimir como uma equação diferencial de primeira ordem em λ_t:

(26) $\dot{\lambda} + \left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda + \left[p. - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$

Onde o termo no primeiro parêntesis é o termo homogéneo e o remanescente assumimos como constante, logo isto leva-nos:

---

[32] CHIANG(1984) também foi utilizado para a resolução das equações diferenciais.

$$(27)\ \dot{x} = a.x(t) + b$$

com x_t representando λ_t e $a = -\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right)$. e $b = -\left[p - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right)$ como constante (tal como em KLEIN (2001, pp. 450-456)) que nos leva à seguinte solução para a equação:

$$(28)\ x(t) = k.e^{a.t} - \frac{b}{a}.$$

Podemos facilmente verificar que (28) é solução à equação (27):

$$(29)\ \frac{d}{dt}\left(k.e^{a.t} - \frac{b}{a}\right) = a.k.e^{a.t} = a\left(x(t) + \frac{b}{a}\right)$$

Assim, após simplificação, teremos:

$$(30)\ \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x} = a.x(t) + b$$

, que é a equação (27), daí se provando que é solução da equação.

Assim para o nosso caso teremos a seguinte solução para o caminho da variável de co-estado:

$$(31)\ \lambda(t) = k.e^{-\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).t} - \left[p. - c'_q.x^*\right]$$

Devendo notar-se que no termo *b/a* da solução se eliminaram as produtividades marginais que eram comuns.

Esta é a solução geral, temos pois de calcular as constantes:

$$(32)\ \lambda(0) = k.e^{-\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).0} - \left[p. - c'_q.x^*\right]$$

Logo isto dá, resolvendo em ordem a k:

$$(33)\ k = \lambda(0) + \lfloor p - c'_q.x^* \rfloor.$$

Substituindo k por (33) em (31) obtemos a solução final:

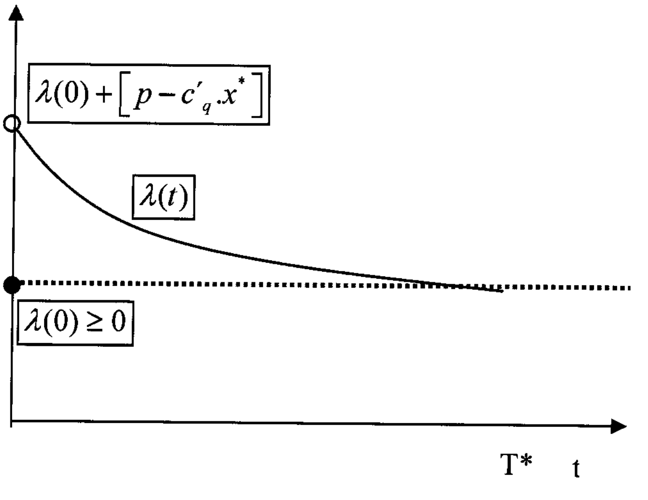
$$(34)\ \lambda(t) = \left[\lambda(0) + \left[p - c'_q.x^*\right]\right].e^{-\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).t} - \left[p - c'_q.x^*\right]$$

Re-arranjando, assumindo $\lambda(0) = \lambda_0 > 0$ temos na FIGURA 28 a evolução da variável de co-estado (o preço sombra do capital humano -logo isto representa a evolução do salário para os mais experientes.)

Notando-se que se pode calcular o limite da expressão (34) para obter o que ocorre no infinito para o nosso gráfico:

$$(34A)\quad \lim_{t\to+\infty}\lambda(t)=\left[\lambda(0)+\left[p-c'_q.x^*\right]\right].e^{\lim\limits_{t\to+\infty}\left[-\left(\frac{\partial q}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial H}\right).t\right]}-\left[p-c'_q.x^*\right]=$$
$$=\left[\lambda(0)+\left[p-c'_q.x^*\right]\right].e^{-\infty}-\left[p-c'_q.x^*\right]=\lambda(0)\geq 0$$

FIGURA 28 - Evolução da variável de co-estado $\lambda(t)$ no Modelo I



A solução explícita para o horizonte temporal $t=T^*$ é obtida resolvendo (34) igual a zero de acordo com a condição de transversalidade (20):

$$(35)\quad \lambda(T)=\left[\lambda(0)+\left[p-c'_q.x^*\right]\right].e^{-\left(\frac{\partial q}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial H}\right).T}-\left[p-c'_q.x^*\right]=0$$

Então depois de passar o segundo termo da equação para o segundo membro e tomando logaritmos em ambos os membros ficamos com:

$$(36)\left[\lambda(0)+\left[p-c'_q.x^*\right]\right].e^{-\left(\frac{\partial q}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial H}\right).T}=\left[p-c'_q.x^*\right]$$

Passando o termo exponencial para o segundo membro e dividindo tudo pela margem de lucro ficamos com:

$$(36')\frac{\left[\lambda(0)+\left[p-c'_q.x^*\right]\right]}{\left[p-c'_q.x^*\right]}=e^{\left(\frac{\partial q}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial H}\right).T}$$

Simplificando o primeiro membro e tomando logaritmos de ambos os lados:

$$(36'') \quad \ln\left[\frac{\lambda(0)}{\left[p-c'_q.x^*\right]}+1\right]=\frac{\partial q}{\partial h}+\frac{\partial h}{\partial H}+T^*$$

Resolvendo para T^* ficamos com:

$$(37) \qquad T^*=\ln\left[\frac{\lambda(0)}{\left[p-c'_q.x^*\right]}+1\right]-\frac{\partial q}{\partial h}-\frac{\partial h}{\partial H}$$

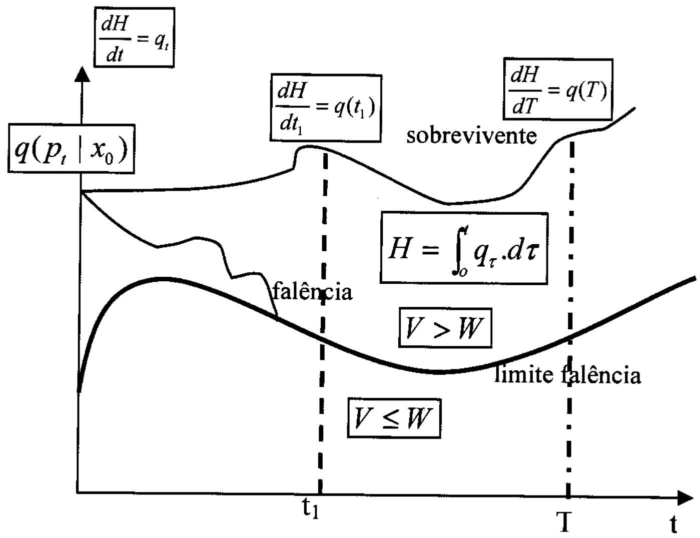
Este é o tempo terminal óptimo para o nosso problema inicial, onde o valor da variável de co-estado será nulo. A intuição é que de que o recurso de capital humano não será mais utilizado futuramente, uma vez que o problema termina. Assim não faz sentido manter capital humano no próximo período, porque nesse período o problema já terminou.

O tempo terminal é uma função positiva do preço sombra inicial (salário de capital humano $\lambda(0)=\lambda_0$) e uma função negativa da margem de lucro $\lfloor p-c'_q.x^*\rfloor$, o que integra a eficiência da empresa tal como JOVANOVIC a utilizou - embora este modelo seja determinístico. Para além disso também depende negativamente da produtividade do capital humano $\frac{\partial q}{\partial h}$. Em suma, podemos escrever as seguintes condições para o horizonte terminal do problema da empresa:

$$\frac{dT^*}{d\lambda(0)}>0; \quad \frac{dT^*}{d\left[p-c'_q.x^*\right]}>0; \quad \frac{dT^*}{dp}>0; \quad \frac{dT^*}{dc'_q}<0; \quad \frac{dT^*}{dx^*}<0; \quad \frac{dT^*}{d\left(\frac{\partial q}{\partial h}\right)}<0$$

A lei do movimento da variável de estado (9)=(22) é condicionada desde o início pela equação (8). Logo isto permite-nos descrever a evolução da variável de estado capital humano como na FIGURA 29 em seguida:

FIGURA 29 - Evolução da variável de estado *H(t)* e do controle *q(t)* no modelo I



Existe uma intuição neste MODELO I, em vez de o capital humano (H_t) determinar a produção (q_t) é exactamente ao contrário. É a acumulação do *output* que leva a mais capital humano e isto tem «feedback» em mais *output*. Ou seja, temos um processo de «*learning by doing*» - que resulta de economias de escala dinâmicas.

11.2.2. MODELO II

11.2.2.1. MODELO II: Introdução

Uma variante do MODELO I mais interessante seria:

$$(38) \quad Max\left[p.q - c(q).x^*\right]$$

$$\text{s.a. } (39) \quad q_t = l(L_t).h(H_t)$$

$$(40) \quad H = \int_o^t f(q_\tau).d\tau .$$

onde *f(.)* é uma função positiva, monotonamente crescente com o *output*. Logo a lei de movimento do capital humano, obtida após a diferenciação de (40) e aplicando a Regra de LEIBNITZ:

(41) $\dot{H} = f(q_t) - f(q_0) = f(l(L_t).h(H_t)) - f(l(L_0).h(H_0)) = f(l(L_t).h(H_t))$[33]

Assumindo ainda que $f(0) = 0$, e $f'(q(t)) > 0$ e $f''(q(t)) > 0$.

À medida que *t* aumenta, como *f* é crescente com *t*, então a taxa de crescimento será crescente com *t*.

11.2.2.2. MODELO II: Solução.

Temos de novo o funcional (18) que é igual ao funcional (6) e que nos leva a escrever o seguinte Hamiltoniano baseado em (38) a (40) mais uma condição de transversalidade:

(18) $Max \int_o^T (p.q_t - c(q_t).x^*).dt$ (o funcional a maximizar)

s.a. (42) $\dot{H} = f(q_t) = f(l(L_t).h(H_t))$ (a nova lei de movimento da variável de. estado)

(19) $q(L_0, H_0) = q_0$ e (20) $\lambda(T) = 0$ (a condição de transversalidade).

Tal permite-nos escrever o novo Hamiltoniano para este modelo:

(43) $\Omega(t, H, q, \lambda; p, x^*) = p.q_t - c(q_t).x^* + \lambda.[f(q_t)]$

Se por exemplo tomarmos uma função simples:

(44) $f(q_t) = e^{q_t}$

Calcularemos a solução deste modelo, onde a acumulação de capital humano é uma função crescente a uma taxa exponencial do *output* passado.

Assim, teremos as condições de primeira ordem, de novo de acordo com o Princípio do Máximo de PONTRIAGYN (tal como em CHIANG (1992, pp.169)).

(45) $\dfrac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = \dot{H} = f(q_t)$ (lei de movimento da variável estado *h*)

(46) $\dfrac{\partial \Omega}{\partial H} = -\dot{\lambda}$ (lei de movimento da variável de co-estado)

(47) $f(q_0) = f_0$ (48) $\lambda(T) = 0$ (condição de transversalidade)

[33] Em rigor a simplificação pela regra de Leibnitz permite-nos escrever: $\dot{H} = f(q_t)$.

Logo o método de solução é similar ao do MODELO I (apenas com a diferença de o capital humano ser uma função positiva do *output* passado).

Isto permite-nos escrever:

(48) $\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = \dot{H} = f(q_t) = e^{q_t}$ (lei de movimento da variável de estado H)

e a lei de movimento da variável de co-estado pode ser simplificada para uma equação diferencial não-linear de primeira ordem em $\lambda(t)$ semelhante a (26) mas que tem o termo adicional não linear - que é uma dependência exponencial em q_t e logo do tempo:

$$(49)\ \dot{\lambda} + \left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}.e^{q_t}\right)..\lambda + \left[p.-c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$$

Isto permite-nos escrever (49) analogamente a (27):

$$(50)\ \dot{x} = a(t).x(t) + b$$

Note-se o termo não linear *a(t)*.

Esta equação não tem uma solução explícita (tal como a expressão (26) tinha), mas pode ser analisada através de diagramas de fases - KLEIN (2001, pp. 456-459). Veja-se a FIGURA 30 para descrever a evolução da variável de co-estado neste modelo.

Assim, primeiro calculamos o estado-estacionário para $\lambda(t)$, que é obtido igualando (49) ou (50) a zero:

$$(51)\ \dot{\lambda} = 0 = \left(-\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}.e^{q_t}\right).\lambda - \left[p.-c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right)$$

Tal leva, eliminando em ambos os membros o termo da produtividade marginal $\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}$, a determinar a trajectória da variável de co-estado associado ao estado-estacionário:

$$(52)\ \lambda^*_{SS} = \left[c'_q.x^* - p\right].e^{-q_t}$$

Se $\lambda_1(t) > \lambda^*(t)$ então temos: $\left(-\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}.e^{q_t^1}\right).\lambda_1(t) + K > \left(-\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}.e^{q_t^*}\right).\lambda^*_{SS}(t) + K$

com K determinado por: $K = -\left[p.-c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right)$,

o que nos permite concluir: (53) $\dot{\lambda}_1 > \dot{\lambda}^* = 0$.

Se $\lambda_2(t) < \lambda^*(t)$ o mesmo raciocínio levar-nos a concluir: (54) $\dot{\lambda}_2 < \dot{\lambda}^* = 0$. Logo teremos um caminho "explosivo" para fora do equilíbrio da variável de co-estado, tal como é representado na FIGURA 30.

A FIGURA 31 dá-nos a evolução da variável de estado (H_t) e de controle (q_t) em função do tempo e a FIGURA 32 dá-nos a evolução da variável de estado (H_t) directamente em função da variável de controle ($q_{t.}$).

FIGURA 30 - Evolução da variável de co-estado $\lambda(t)$ no Modelo II

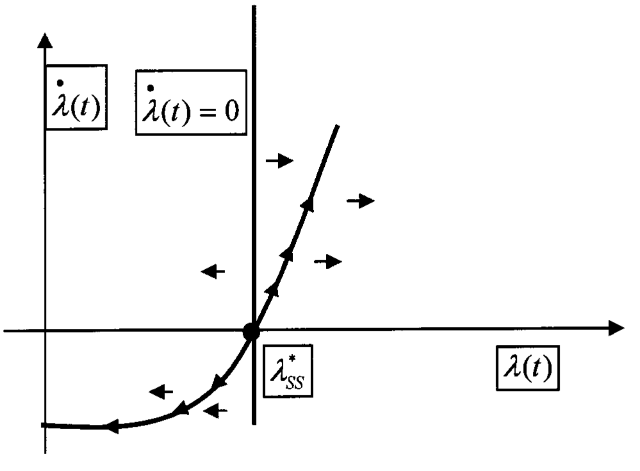


FIGURA 31 - Evolução da variável de estado *H(t)* e do controle *q(t)* no modelo II em função do tempo

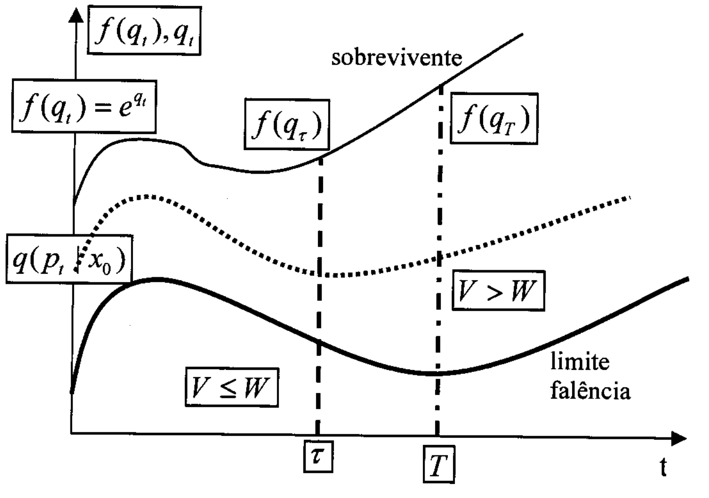
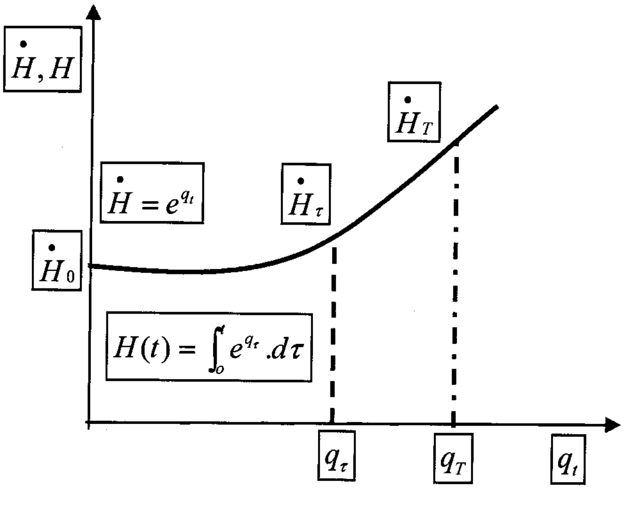


FIGURA 32 - Evolução da variável de estado *H(t)* em função do controle *q(t)* no modelo II



11.2.2.3. MODELO IIB: Uma sugestão

Se em vez de assumirmos como no MODELO II que o capital humano H é uma função apenas da produção, mas sim do valor da produção ($p.q_t$) ficaríamos, recorrendo à nova equação (53), com:

$$(38) \quad Max\left[p.q - c(q).x^*\right]$$

$$\text{s.a. } (39) \quad q_t = l(L_t).h(H_t)$$

$$(53) \quad H = \int_o^t f(p.q_\tau).d\tau$$

Assim a nossa nova equação da lei de movimento do capital humano, aplicando de novo a regra de LEIBNITZ, será:

$$(54) \quad \dot{H} = f(p_t.q_t) - f(p_0..q_0) = f(p_t.l(L_t).h(H_t)) - f(p_0.l(L_0).h(H_0)) = f(p_t.l(L_t).h(H_t))$$

[34]

Surge agora um problema, que é o facto da lei de movimento do capital ficar ilimitada («*unbounded*») - mas para os resultados de JOVANOVIC poderem ser aplicados esta tem de ser limitada (para garantir existência, unicidade de equilíbrio por exemplo).

Tal facto leva-nos ao próximo modelo.

[34] Em rigor a simplificação pela regra de Leibnitz permite-nos escrever: $\dot{H} = f(p_t.q_t)$.

11.2.3. MODELO III

11.2.3.1. MODELO III: Introdução

Temos o seguinte problema de controle óptimo:

$$(55) \quad Max\left[p.q_t - (\phi - u_t) - c(q_t).x^*\right]$$

$$\text{s.a.} \ (56) \quad q_t = l(L_t).h(H_t)$$

$$(57) \quad H = \int_0^t u_\tau . q_\tau^{\alpha} .dz$$

Na equação (55) temos ϕ que representa o salário do capital humano e u representa o controle (ou esforço) exercido pelo trabalhador da empresa. Assumimos que o esforço é limitado entre 0 (não exercer qualquer esforço) e exercer esforço máximo igual ao salário de capital humano (ϕ), logo a variável de controle u_t está limitada ao intervalo:

$$(58) \quad 0 \leq u_t \leq \phi$$

Deve notar-se que p é conhecido, pois temos *«perfect foresight»* neste modelo. Adicionalmente, o parâmetro α, que é um parâmetro de escala à produção na equação (57) representa um efeito de *«learning»*. Pois o capital humano em dado momento do tempo resulta do esforço acumulado (u_t) e da produção acumulada até ao momento, escalada por α. Podemos analisar o que ocorre com diferentes hipóteses, nomeadamente

$$(59) \quad 0 < \alpha < 1$$

$$(60) \quad \alpha > 1$$

A lei de movimento do capital humano pode ser obtida diferenciando (57) e utilizando a regra de LEIBNITZ (tal como nos Modelos I e II), obtém-se:

$$(61) \quad \dot{H} = u_t.q_t^{\alpha} - u_0.q_0^{\alpha} = u_t.q_t^{\alpha}$$

Consideramos ainda as condições iniciais e finais:

(62) $q(L_0, H_0) = q_0$ e (63) $\lambda(T) = 0$ (a condição de transversalidade)

11.2.3.2. Solução do MODELO III

Com base nas equações (55), (56), (61), (62), (63) e (58) podemos escrever o Hamiltoniano ($\Omega(.)$) do problema de controle óptimo:

(64) $\Omega(t, H, q, u, \lambda; p, x^*) = p.q_t - (\phi - u_t) - c(q_t).x^* + \lambda.\left[u_t.q_t^{\alpha}\right]$

Derivando, para obter as condições de primeira ordem:

(65) $\dfrac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = \dot{H} = u_t.q_t^{\alpha}$ (lei de movimento da variável estado *h*)

(66) $\dfrac{\partial \Omega}{\partial H} = -\dot{\lambda}$ (lei de movimento da variável de co-estado)

(67) $\dfrac{\partial \Omega}{\partial u} = 1 + \lambda.q_t^{\alpha} \geq 0$ (condição de primeira ordem para a variável de controle)

(68) $q(0) = l(L0).h.(H0) = 0$ (condições iniciais)

(69) $q(t) = l(L_t).h.(H_t)$ (função de produção)

(70) $\lambda(T) = 0$ (condição de transversalidade)

Calculando (66) para ter a evolução da variável de co-estado:

(71) $\dot{\lambda} + \left(\alpha.u_t.q_t^{\alpha-1}\dfrac{\partial q}{\partial h}.\dfrac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda + \left[p.-c'_q.x^*\right]\left(\dfrac{\partial q}{\partial h}.\dfrac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$

Note-se que, tal como no modelo II, temos uma equação diferencial de primeira ordem a $\lambda(t)$, mas não linear, pois o primeiro termo em parêntesis é também função do tempo. Tal como fizemos para o modelo II, uma vez que não tem solução analítica explícita, vamos fazer um diagrama de fases para a variável de co-estado $\lambda(t)$. Note-se que no modelo II tínhamos uma exponencial da função de produção (e^{q_t}), aqui temos uma função potência de q_t, e adicionalmente o termo de controle u_t. Note-se que a função potência depende do valor de α, ou seja o termo não linear é: $u_t.q_t^{\alpha-1}$

Vamos resolver o problema de controle óptimo utilizando controle "bang-bang". Este tipo de análise faz-se quando os Hamiltonianos são lineares na função de controle e o controle é limitado. Uma vez que o Hamiltoniano é linear e crescente no controle *u*, é de esperar que o óptimo se alcance com *u* igual ao seu valor máximo $u^* = u(t) = \phi$.

Experimentemos o valor mínimo de *u*: $u = 0$

A lei de movimento da variável de co-estado fica:

$$(72) \quad \dot{\lambda} + \left[p. - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$$

Ora resolvendo a equação (72), basta integrar em ordem ao tempo uma constante ficamos com:

$$(73) \quad \lambda(t) = \int \dot{\lambda}.dt = \left[c'_q.x^* - p\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).t + K$$

Para $u = \phi$

$$(74) \quad \dot{\lambda} + \left(\alpha.\phi.q_t^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda + \left[p. - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$$

Temos uma equação diferencial de primeira ordem não linear.

Calculemos o estado-estacionário a partir de (74):

$$(75) \quad \dot{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \lambda^*_{SS} = \left[\frac{c'_q.x^* - p}{\alpha.\phi}\right].q_t^{1-\alpha}$$

Se (76) $\lambda_1(t) > \lambda^*_{SS}$, e, por outro lado, (77) $q_{t_1} > q_{t^*}$ então a partir de (77) com $\alpha > 1$

$$(78) \left(\alpha.\phi.q_{t_1}^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda_1(t) > \left(\alpha.\phi.q_{t^*}^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda^*_{SS}$$

Ora multiplicando por -1 e somando a mesma constante de ambos os lados, obviamente muda-se o sentido da desigualdade:

$$(79) -\left(\alpha.\phi.q_{t_1}^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda_1(t) + \left[p - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) < -\left(\alpha.\phi.q_{t^*}^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda^*_{SS} + \left[p - c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right)$$

Ora estas expressões não são mais do que a taxa de crescimento da variável de co-estado:

(80) $\dot{\lambda}_1(t) < \dot{\lambda}^*_{SS} = 0$

Assim podemos concluir, com $\alpha > 1$:

(81) $\left(\lambda_1(t) > \lambda^*_{SS}\right) \Rightarrow \left(\dot{\lambda}_1(t) < 0\right)$, e de igual modo se concluiria que:

(82) $\left(\lambda_2(t) < \lambda^*_{SS}\right) \Rightarrow \left(\dot{\lambda}_2(t) > 0\right)$, é globalmente estável este estado-estacionário para $\lambda(t)$.

Ou seja, neste caso um desvio positivo acima da trajectória da variável de co-estado associada ao estado-estacionário é contrariado por uma diminuição desta variável em direcção ao equilíbrio, e se o desvio for negativo, a variável de co-estado tende a subir em direcção ao equilíbrio.

Para $0 < \alpha < 1$, o estado-estacionário de $\lambda(t)$ será globalmente instável, à semelhança do que se passava para o Modelo II:

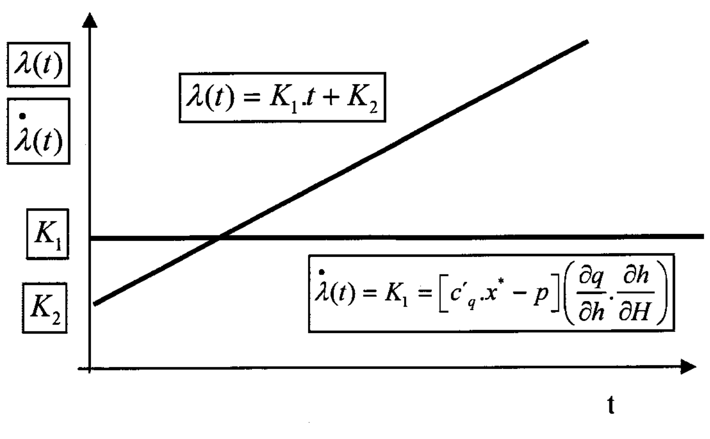
(83) $\left(\lambda_3(t) > \lambda^*_{SS}\right) \Rightarrow \left(\dot{\lambda}_3(t) > 0\right)$

(84) $\left(\lambda_4(t) < \lambda^*_{SS}\right) \Rightarrow \left(\dot{\lambda}_4(t) < 0\right)$

Vejamos então as figuras de evolução da variável de co-estado, primeiro para o caso de controle $u = 0$, depois para controle $u = \phi$ com dois subcasos

Caso A: $0 < \alpha < 1$; Caso B: $\alpha > 1$.

FIGURA 33 - Evolução da variável de co-estado em função do controle $u = 0$
Modelo III



Note-se que o Caso A (FIGURA 34) do modelo III é em tudo semelhante à FIGURA 30 do Modelo II, é globalmente instável, no Caso B (FIGURA 35), já temos estabilidade global para o Modelo III.

FIGURA 34 - Evolução da variável de co-estado em função do controle $u = \phi$
Modelo III (CASO A: $0 < \alpha < 1$-Globalmente instável)

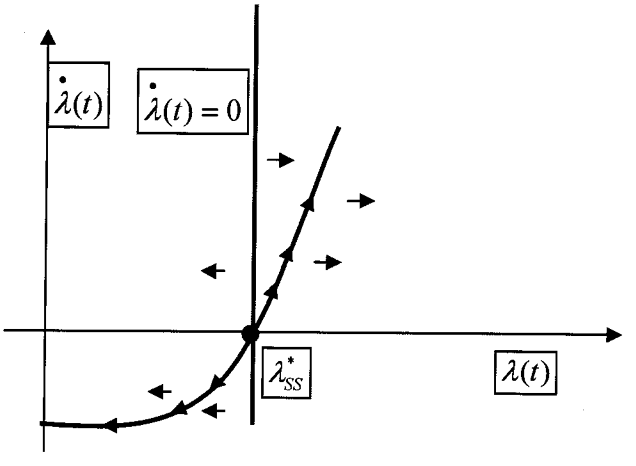
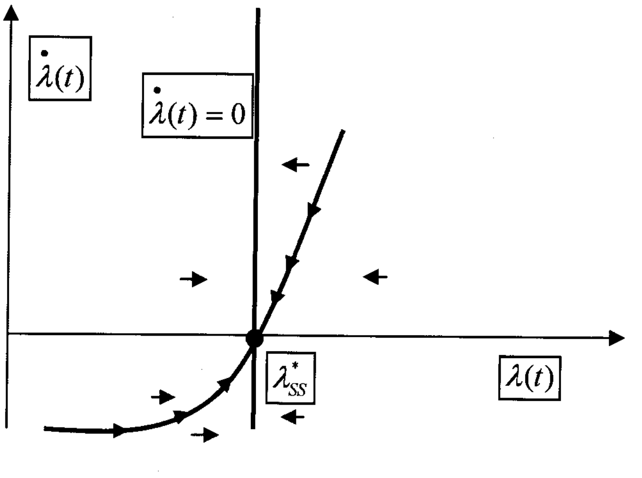


FIGURA 35 - Evolução da variável de co-estado em função do controle $u = \phi$
Modelo III (CASO B: $\alpha > 1$ Globalmente estável)



Analisemos então o caso para um ponto interior do controle, i.e. tentemos analisar a relação entre o controle u_t a variável q_t e a variável de estado $H(t)$.

Neste caso, trata-se de analisar a relação dada pelo sistema obtido a partir da equação (67), que aqui assumimos como igualdade, e da equação (71) de movimento de co-estado:

(85) $\frac{\partial\Omega}{\partial u} = 1 + \lambda.q_t^{\alpha} = 0$

(86) $\dot{\lambda} + \left(\alpha.u_t.q_t^{\alpha-1}\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right).\lambda + \left[p.-c'_q.x^*\right]\left(\frac{\partial q}{\partial h}.\frac{\partial h}{\partial H}\right) = 0$

Obviamente com u_t limitado a:

(87) $0 \le u_t \le \phi$.

Ora, resolvendo o sistema (85), (86) e (87), em $(q(t),\lambda(t))$, obtemos a seguinte solução para o estado-estacionário:

(88) $q^*_{SS} = \frac{\alpha.u^*}{\left[p - c'_q.x^*\right]} = \psi(u)$

(89) $\lambda^*_{SS} = -\left(\frac{\alpha.u^*}{\left[p - c'_q.x^*\right]}\right)^{-\alpha} = -\psi(u)^{-\alpha}$

Se $u = 0$ então:

(90a) $q^*_{SS}(u^* = 0) = 0$

(90b) $\lambda^*_{SS}(u^* = 0) = -\infty$.

Se $u = \phi$ então:

(91a) $q^*_{SS}(\phi) = \frac{\alpha.\phi}{\left[p - c'_q.x^*\right]} = \zeta$

(91b) $\lambda^*_{SS}(\phi) = -\left(\frac{\alpha.\phi}{\left[p - c'_q.x^*\right]}\right)^{-\alpha} = -\zeta^{-\alpha}$

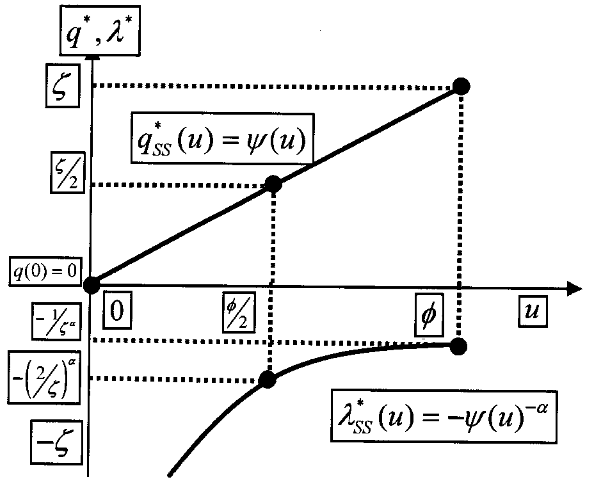
Se $u = \frac{\phi}{2}$ então:

$$(92a)\quad q^*_{SS}\left(\frac{\phi}{2}\right)=\frac{\alpha.\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\left[p-c'_q.x^*\right]}=\frac{\zeta}{2}$$

$$(92b)\quad \lambda^*_{SS}\left(\frac{\phi}{2}\right)=-\left(\frac{\alpha.\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\left[p-c'_q.x^*\right]}\right)^{-\alpha}=-\left(\frac{\zeta}{2}\right)^{-\alpha}$$

Façamos então a representação gráfica de (88) e (89) em função de u.

FIGURA 36- Evolução do ***steady-state*** de *(q*,λ*)* em função do controle (u_t) no Modelo III



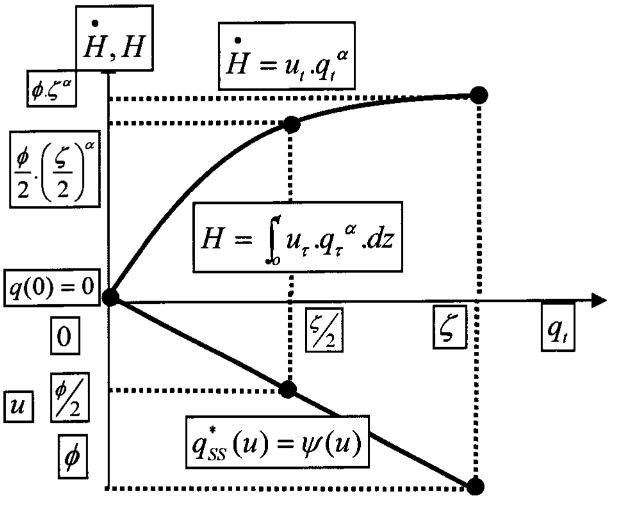
$$q^*_{SS}=\frac{\alpha.u^*}{\left[p-c'_q.x^*\right]}=\psi(u)\ \text{e}\ \lambda^*_{SS}=-\left(\frac{\alpha.u^*}{\left[p-c'_q.x^*\right]}\right)^{-\alpha}=-\psi(u)^{-\alpha}$$

Na figura anterior temos a relação entre o controle (u_t) e a variável de co-estado e a produção q_t. Podemos no entanto esboçar a relação entre o controle (u_t) e *H(t)* e acumulação de *H(t)* via função de produção (q_t) utilizando a relação do primeiro quadrante desta figura.

Assumimos também desta feita dois casos: CASO A e CASO B nas figuras seguintes, de novo de acordo com o valor do factor de escala da produção acumulada, uma dita taxa de "*learning by doing*"- isto porque escala a produção acumulada no montante total de capital humano acumulado. A sua interpretação é deveras interessante pois, no caso A, temos rendimentos marginais dinâmicos do capital humano decrescentes e, no caso B, temos rendimentos marginais dinâmicos do capital humano crescentes.

FIGURA 37- Relação entre *H*, *dH/dt* em função do controle u_t

CASO A: $0 < \alpha < 1$

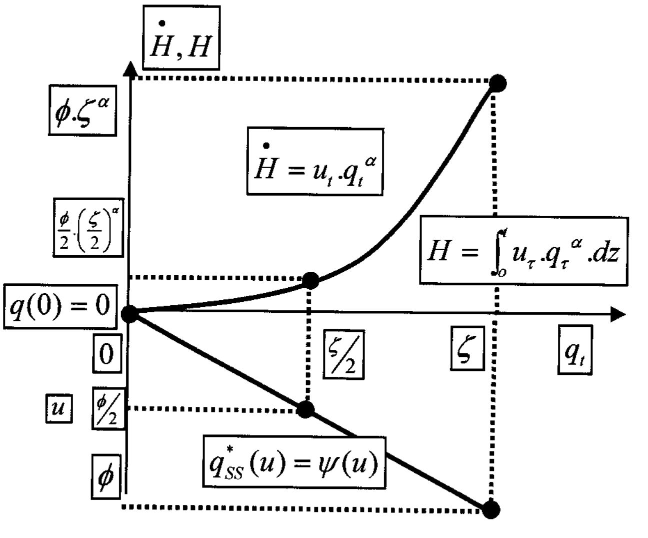


Como podemos observar na FIGURA 37 (Caso A), apesar de existirem rendimentos marginais decrescentes dinâmicos no capital humano, de novo a solução óptima passa pela variável de controle ser igual ao esforço máximo, ou seja, igual ao salário de capital humano (ϕ). A área sob a curva do primeiro quadrante dá-nos o valor acumulado de capital humano. Como já foi referido o capital humano acumula-se por duas vias: u_t o esforço e a produção passada (q_t) escalada por um parâmetro. Este α como vimos é determinante para a existência de rendimentos marginais dinâmicos e pode intuitivamente ser visto como uma taxa de aprendizagem - uma taxa de *"learning by doing"*. Assim este Modelo III faz a súmula entre a eficiência das empresas (JOVANOVIC), mas também faz a ponte com o Modelo inicial apresentado por ARROW (1962), que nós adaptámos à RA.

A FIGURA 38 (CASO B) apresenta o caso de rendimentos marginais dinâmicos crescentes, e conclui-se de novo que o óptimo é atingido quando u_t a variável de controle é igual ao máximo esforço. Note-se no entanto que a acumulação de output é mais rápida, pois o parâmetro $\alpha > 1$, revela uma maior taxa de aprendizagem.

FIGURA 38 - Relação entre *H*, *dH/dt* em função do controle u_t

CASO B: $\alpha > 1$



11.3. Conclusões dos Modelos Dinâmicos

Podemos assim concluir que adaptámos o modelo de JOVANOVIC (este modelo III) que faz a ligação entre a eficiência de empresas agrícolas com a taxa de aprendizagem (de LBD) do modelo de ARROW num contexto de reforma agrária.

Podemos concluir que quanto maior for os rendimentos marginais dinâmicos das explorações sujeitas à reforma agrária, tal como vemos na figura supra (CASO B), maior a taxa de aprendizagem de "learning by doing", maior a acumulação de capital humano. Logo, um processo de reforma agrária que ocorra sob este modelo III do CASO B terá hipóteses de ser mais bem sucedido do que no caso A. Ou seja, rendimentos marginais dinâmicos crescentes do capital humano, rentabilizam mais facilmente a exploração da terra, especialmente neste caso referido de reforma agrária.

Em suma, a conclusão geral dos capítulos 10 e 11 dos modelos dinâmicos é a de que, quanto mais rápido for o processo de aprendizagem (LBD de ARROW de 1962) e quanto maiores forem os rendimentos dinâmicos, mais facilmente será economicamente bem sucedida a reforma agrária tal como a definimos na Caixa 1 no início desta tese.

Passemos então à análise da realidade empírica para tentar aferir o papel do capital humano no processo de reforma agrária, num caso concreto do Programa Cédula da Terra do Brasil. Procuraremos analisar a eficiência desse programa de reforma agrária, que tende a ser mais apoiado no mecanismo de mercado.

PARTE V: ANÁLISE EMPÍRICA

O ESTUDO DE CASO DO BRASIL

12. Contexto de reforma agrária no Brasil

12.1. Experiências empíricas recentes de reformas agrárias

Uma das questões que se pode colocar sobre as experiências empíricas recentes de reforma agrária é:

"Qual a necessidade de uma reforma agrária para promover o desenvolvimento da economia, e, no nosso caso em concreto, da América Latina?"

Assim, o que pretendo responder com esta secção é o de perceber como em termos históricos, embora de maneira sucinta, a reforma agrária tem ocupado um papel central no processo de desenvolvimento económico na América Latina, e no nosso caso em particular do Brasil.

Segundo DORNER (1991, pp.14) podemos resumir desde os anos 60 até à década de 90 quatro grandes grupos de análise do processo de desenvolvimento na América Latina, nos quais a política de reforma agrária se imiscuiu: o **estruturalismo**, a **dependência**, o **institucionalismo** e a **teologia da libertação**. Estas visões, segundo DORNER, surgiram como resposta ao paradigma neo-clássico (económico) dominante.

O **estruturalismo** (na sua vertente económica) caracterizava-se pelo facto de os economistas dos países em vias de desenvolvimento, nos anos 50, porem em causa o comércio livre como motor do crescimento para essas economias. Um dos mais famosos teoremas desta vertente, de economistas ligados à CEPAL[35], foi a tese de Prebisch-Singer. Este resultado afirma que o crescimento económico dos países da periferia que exportavam produtos agrícolas (ou matérias primas) e importavam produtos manufacturados, assistiriam a uma deterioração dos seus termos de troca (ou seja, uma evolução desvantajosa do preço das exportações face às importações). Daqui resultaria uma estagnação na acumulação de capital, o que constituiria um

[35] CEPAL, significa Comissão Económica de Países da América Latina. Celso FURTADO, foi talvez o maior expoente desta escola e um dos mais distintos economistas brasileiros do século XX.

obstáculo à criação de riqueza e ao desenvolvimento sustentável. Note-se que se trata assim de um entrave estrutural ao crescimento, ou seja seria a estrutura da economia que as levava à incapacidade desse crescimento. O economista Jagdish BAGHWATI (da Universidade de Columbia) e um dos maiores especialistas em teoria de comércio internacional, viria também mais tarde a propor as condições de "*immerising growth*", ou seja de "crescimento empobrecedor", em que um país apesar de abrir ao comércio externo livremente, acaba por ficar pior em termos de bem-estar. Este resultado teórico foi alcançado novamente através de uma evolução desfavorável dos termos de troca (na linha de pensamento de Prebisch-Singer).

O estruturalismo baseava-se assim na estrutura dos mercados, no progresso técnico e nas características intrínsecas dos bens primários e manufacturados na sua vertente de procura e oferta. A linha de raciocínio segundo DORNER (1991, pp.15) é a de que o impacte do comércio externo no crescimento económico, nos preços, nos salários e nos lucros dos países da periferia versus centro seria exactamente o oposto ao esperado. Os estruturalistas argumentavam que uma redução dos custos de produção motivada por um aumento da eficiência nos países do centro resultaria em maiores lucros e salários em virtude do maior poder de reacção dos oligopolistas e de sindicatos mais fortes. Pelo contrário, o aumento de eficiência e a redução de custos de produção na periferia resultariam em redução de preços de exportação. No lado da procura, segundo PREBISCH (1950)[36], as diferentes elasticidades procura-rendimento dos bens primários face aos manufacturados levariam a uma vantagem para os países do centro. A solução para estes economistas desta "dependência dos termos de troca" passava pela substituição de importações como panaceia (que como sabemos pela experiência e desenvolvimentos teóricos, de facto, não o foi).

Existia ainda uma outra corrente estruturalista (económica) sufragada por Albert HIRSCHMAN (1961)[37], que defendia que a baixa produtividade e a não resposta da agricultura aos incentivos económicos se devia à clivagem do sistema latifúndio/minifúndio (na América Latina) que gerava preços da alimentação crescentes e inflação. Assim a reforma agrária justificava-se nesta vertente para combater este "mal", ou seja a **estrutura** do sistema produtivo.

[36] PREBISCH, Raúl (1950) citado por DORNER (1991, pp.15).
[37] HIRSCHMAN, Albert (1961) citado por DORNER(1991, pp.15).

Uma pequena nota sobre o estruturalismo é a sua vertente nas outras ciências sociais, nomeadamente na sociologia e na antropologia. Um dos grandes pensadores que se inserem nesta linha, foi Claude LÉVY-STRAUSS (1955), que no seu livro de antropologia dos trópicos, *Tristes Trópicos*, caracteriza a realidade brasileira nos anos 50, quer as cidades e especialmente as zonas dos índios, na Amazónia. Este autor também recorre a um método estrutural, ao procurar definir as regras e hierarquias da sociedade brasileira desses tempos. Esta visão da sociedade brasileira é fundamental para compreender a evolução dinâmica da mesma até ao presente, e tornou-se útil para a compreensão da parte empírica desta tese. O autor viajou extensamente no Brasil dos anos 30 a 50, relatando as suas experiências neste livro desde o seu primeiro contacto em que foi para S. Paulo estabelecer a USP, até às suas viagens pelo Pantanal, pela Amazónia e pelo Sertão. É um dos fundadores da antropologia contemporânea e o percursor do método estruturalista. Analisou profundamente as tradições indígenas brasileiras, nomeadamente dos Bororos, os Catupiveas. É de salientar que a terra nestes índios tem uma importância muito grande, mas é essencialmente comunal (da aldeia). Qual o papel da agricultura na vida destes índios? É um veículo de organização de toda a vivência índia. Por exemplo, os Bororos têm a aldeia repartida em duas metades de um círculo, com uma casta alta e outra baixa, mas os homens de uma casta têm de casar com mulheres de casta diferente. O autor enuncia o facto de se se quiser destruir a estrutura social basta mudá-los para uma localidade em que a organização da terra seja linear que rapidamente se sentem desorientados e desenraizados – tendo como consequência a perda da identidade índia. O livro está imbuído de momentos de reflexão filosófico-poética da natureza humana e das nossas origens e por vezes faz comparações do Brasil com a Ásia, nomeadamente a Índia (Bombaim, Calcutá e Deli) e o actual Bangladesh (a actual Daca).

A teoria da **dependência** emergiu nos anos 60 resultante do falhanço das políticas estruturalistas referidas acima pela CEPAL, ou seja do subsequente falhanço das políticas de substituição de importações. Como resultado daquelas políticas de substituição de importações geraram-se vultuosos défices de balança de pagamentos na América Latina.

Segundo DORNER (1991, pp.16), a herança dos estruturalistas na teoria da dependência gerou dois grupos distintos: o primeiro intitulado de **neo-estruturalistas,** que resulta do aprofundar da teoria estruturalista (económica) e o segundo resultante de uma herança **Marxista** (mas que rompeu com a herança de um Leninismo dogmático serôdio). Celso FURTADO (1958) engloba-se no primeiro grupo, a sua obra mais emblemática é a *Formação económica do Brasil*, que conheceu sucessivas re-edições e é dos livros de economia (originalmente em português) mais traduzido. Por outro lado, um sociólogo que viria a ser mais tarde Presidente do Brasil, Fernando Henrique CARDOSO (1972)[38], tem características que o podem englobar em ambos os grupos.

A tese principal destas duas escolas é a de que o desenvolvimento e o sub-desenvolvimento são partes estruturais interdependentes de um só sistema. Existe uma relação de dependência quando alguns países podem crescer por sua iniciativa e os outros, estando numa posição dependente, podem apenas crescer como resposta ao crescimento dos outros - esta é por exemplo a posição veiculada por DOS SANTOS (1973)[39]. Os autores refinaram a teoria e defendem que a teoria da dependência é replicada internamente, usando a noção de extracção de mais valia. Esta visão (de raiz marxista) explica que este processo de desenvolvimento baseado na sua visão de capitalismo, as economias centrais "exploram" a periferia. Por outro lado, as economias da periferia procedem, a nível interno, à mesma extracção de mais-valia - tendo sido dado o nome de **colonialismo interno** (nomeadamente por DOS SANTOS (1973)).

A ligação entre a dependência e o colonialismo interno, segundo estes autores, leva-nos ao tema central desta tese: a RA (Reforma Agrária). STAVENHAGEN (1981)[40] salienta que para sair do "vício" do colonialismo interno tem de se quebrar a estrutura deste tipo de economia. Ou seja, para sair de um equilíbrio de pobreza, de sub-nutrição, de falta de acesso à terra, é necessário promover políticas que mudem o sistema ou modo de produção agrícola. Note-se que esta visão está hoje datada e ferida pelo tempo[41], mas que tem como principal fonte de inspiração

[38] CARDOSO, Fernando HENRIQUE (1972), citado por DORNER (1991, pp.16).
[39] DOS SANTOS (1973), citado por DORNER (1991, pp.17).
[40] STAVENHAGEN(1981)citado por DORNER (1991, pp.17)
[41] Especialmente a solução proposta, e não tanto o diagnóstico. Ou seja, o problema da pobreza e da exclusão rural dos sem-terra mantém-se actual (diagnóstico), mas as políticas preconizadas (solução

perceber a evolução histórica do pensamento económico do conceito e da sua evolução, i.e. um contexto de reforma agrária verdadeiramente dinâmico.

O **institucionalismo** nasceu também como reacção às limitações da teoria de crescimento tradicional, criticando especialmente a visão que identificava crescimento do PIB *per capita* com desenvolvimento. Segundo DORNER (1991, p.18)[42] o foco no crescimento do PIB (em termos agregados) desviava a atenção de problemas, alguns deles de índole mais micro, relacionados com a equidade social como a pobreza, o desemprego e a falta de poder político. A motivação para criticar a teoria tradicional era fundamentada, uma vez que na América Latina nos anos 60 se assistiu ao crescimento de certos bens primários (agrícolas), ao mesmo tempo que o desemprego (urbano e rural) e a pobreza rural aumentavam - veja-se CARTER e JONAKIN (1987)[43].

A solução proposta pelos institucionalistas foi a de uma reformulação da teoria no sentido de reorientar o crescimento para este se dar de modo equitativo. DORNER e KANEL (1971)[44] não só desafiaram a teoria convencional do crescimento económico, mas como propuseram um avanço simultâneo em termos de equidade social. A sua teoria baseia-se em três elementos, dois deles são duas proposições empíricas sobre a natureza da procura e da oferta, e o terceiro corresponde a uma hipótese adicional da necessidade de intervenção do Estado na economia. A componente da oferta resulta da observação empírica de que existe uma relação inversa entre o tamanho da exploração agrícola e a produtividade (por ha). Se a produção por unidade de terra (ha) é de facto maior nas pequenas explorações, então segundo DORNER (1991, pp.18), tal tem implicações dramáticas para uma RA, pois uma política redistributiva de grandes explorações (sejam elas públicas ou privadas) para pequenas explorações de carácter familiar levará não só a um aumento da produtividade como também da equidade social.

O autor avança ainda com a hipótese de que como as grandes explorações são muitas vezes capital intensivas (e deste modo usam pouco factor trabalho,

proposta) como uma RA do tipo colectivista é que perderam actualidade, dada a falta de incentivos destes esquemas.

[42] DORNER citando-se a si próprio em DORNER, Peter e KANEL, Don (1971, pp. 41-56).

[43] CARTER, Michael, JONAKIN, Jon (1987) citado por DORNER (1991, pp. 18).

[44] Veja-se nota de rodapé 36, supra.

fazendo com que este saia do sector agrícola a uma taxa maior do que a que consegue ser empregue na indústria, logo gerando desemprego), a sua "substituição" por explorações mais pequenas levaria ao aproveitamento deste excesso de mão-de-obra, minorando as pressões migratórias para as cidades - controlando-se deste modo este surto de factor trabalho dos campos para as cidades.

A teoria supra-citada também afirma, na sua segunda componente, que ocorrerá uma alteração da composição da procura dos trabalhadores agrícolas de baixo rendimento, à medida que os seus rendimentos sobem, como benefício directo da política de RA. Esta mudança implica uma elevada elasticidade procura-rendimento dos bens industriais e, consequentemente ligações fulcrais entre o sector industrial (manufactureiro) e o renovado sector agrícola.

Estas duas relações entre procura e oferta formam segundo os autores citados um todo coerente de um processo de desenvolvimento agrícola integrado. Claro que esta política só ficará completa com a reforma agrária, que vise o estabelecimento de minifúndios e/ou de cooperativas. O reconhecimento explícito de que é necessário este terceiro elemento, para existir crescimento com equidade levou, segundo os institucionalistas, à necessidade de intervenção do Estado de uma forma sistemática e a longo prazo.

Segundo o nosso ponto de vista, esta visão integrada, embora se afigure interessante, tem hoje em dia (não podemos ocorrer no erro do anacronismo[45]) dois obstáculos:

1) uma das hipóteses fundamentais pode estar errada. A produtividade por ha pode não ser mais baixa em grandes explorações, por causa da mecanização. Hoje em dia, após as melhorias genéticas subsequentes de investigação e desenvolvimento de certas culturas, a relação entre produtividade e tamanho da exploração não é inversa ou pelos menos tão inversa como os autores afirmam.

2) De qualquer modo a crítica mais severa, que faríamos à exposição dos autores, tem nomeadamente a ver com a necessidade de intervenção do Estado e/ou a sua relação com o sistema de mercado. Vejamos, se as terras públicas (latifúndios) forem divididas em pequenas parcelas, mas os (novos) agricultores dos minifúndios

[45] Os autores institucionalistas citados, por certo também teriam uma visão diferente, e já mais evoluída, como seria óbvio fruto da experiência. Um dos expoentes maiores da escola institucionalista é o historiador económico NORTH (1988, 1990).

resultantes (ou da eventual cooperativa que os autores também avançavam) não tiverem de prestar contas, então o sistema de incentivos pode perverter-se e as produtividades podem ser muito baixas. Se porventura os agricultores (minifundiários) forem obrigados a prestar contas ao Estado ou à cooperativa, pagando por exemplo (obviamente com o recurso ao crédito) uma tarifa pelo uso da terra (podia ser uma renda, ou eventualmente um empréstimo contraído para aquisição da mesma), isto promoveria a verdadeira inclusão social dos agricultores no sistema de mercado e incentivá-los-ia a responder a esquemas microeconómicos – nomeadamente responder ao mercado, usando as melhores combinações de culturas, rotações, espécies, sementes.

A **teologia da libertação** foi outro movimento que surgiu na América Latina nos anos 60 pró reforma agrária, e o seu nome deriva do facto de se ter inspirado num movimento de teólogos Católicos. Estes bispos da América Latina, após várias reuniões, vieram defender que o desenvolvimento (económico e social) não é suficiente a não ser que respeite a pessoa humana. Os mais incautos julgariam que se trataria pura e simplesmente de defender os princípios de uma verdadeira ética Cristã inclusiva, i.e. de acordo com as Escrituras de combater a pobreza com a redistribuição de terras.

No entanto, de facto, não se tratou disso, na verdade foi um meio de procurar criar um movimento revolucionário com base em dissidentes da Igreja, ou seja, procurava-se "casar" Marxismo (o ideal de uma "revolução estrutural"[46]) com os clérigos dissidentes da Igreja.

O actual papa Bento XVI (cardeal RATZINGER) no seu livro *O Sal da Terra*, dá conta do seu (mau) relacionamento com a teologia da libertação, nomeadamente quando foi "saneado" na Universidade de Munique[47]. Nesta universidade nos anos 60, atingiu-se um pico de conflito com a repercussão do Maio de 68 francês na RFA, em que os teólogos protestantes da universidade se tornaram permeáveis a essas influências, enquanto que Ratzinger continuou a leccionar a tradicional teoria católica.

[46] CÂMARA, Dom Helder (1969) citado por DORNER (1991, pp.19)

Continuemos a analisar a questão da reforma agrária na América Latina, tendo desta feita em atenção o papel do Estado.

BARRACLOUGH (1999) analisa o papel do estado na Reforma Agrária[48]. Decorreram processos de Reforma Agrária na América Latina no século XX[49], por mais de uma década, em que cerca de um quinto da terra foi redistribuída de modo a melhorar as condições de vida de cerca de um décimo da população pobre. Movimentos sociais camponeses no século XX levaram à implementação de regimes revolucionários que levaram a políticas de reforma agrária, nomeadamente no México, Bolívia, Cuba e Nicarágua. Processos semelhantes levaram a reformas na China e no Vietname. Movimentos populares convenceram as juntas militares, de cariz nacionalista, no poder em El Salvador e no Peru a adoptarem de igual modo processos de reforma agrária. Reformas agrárias importantes na Coreia e em Taiwan tiveram lugar a partir destas origens parcialmente semelhantes. Regimes democraticamente eleitos em Porto Rico, Guatemala, Venezuela e Chile também levaram a cabo reformas agrárias. Os partidos políticos tiveram um papel importante nestes últimos processos (os democráticos) procurando construir a sua base de apoio eleitoral em torno dos camponeses mais pobres. De qualquer modo os agentes económicos chave nesta mudança (RA) foram sempre o Estado e os movimentos de camponeses.

BARRACLOUGH (1999) salienta ainda que o caso de regimes populistas a apoiar processos de reforma agrária é bem ilustrado pelo caso da América Latina. O caso do México e da reforma ocorrida nos anos 1930 sob a égide do presidente Cárdenas é paradigmático, pois neste caso o Estado era apoiado por movimentos de camponeses armados. O crédito, o *marketing* e a assistência técnica e instituições

---

[47] Curiosamente o espírito alemão era de abertura até à data, permitindo, na mesma Universidade (a de Munique), o que constituiu caso único, a leccionação de teologia protestante, simultaneamente com teologia católica.

[48] Os seguintes estudos de carácter geral (LADEJINSKY, 1977; PAGIOLA, 1999; ZHOU, 2001; LARMOUR, 2002; DEININGER, 2003), e para o caso do papel da mulher em geral (JACOBS, 2002; YUNUS 2002) e em Àfrica (MANJI, 2003).

[49] Ainda temos os seguintes estudos para o caso do Brasil (CASTRO, 1946; PORRO; 2005), para o Chile (THIESENHUSEN, 1966), para o caso português (FERNANDES, 1975; CUNHAL, 1976; NAVARRO; 1977; MACEDO, 1982; BARROS, 1986; BARRETO, 1987; BRANCO, 1988; MONKE et al., 1991; CARVALHO, 2004; MURTEIRA, 2004).

estatais afins foram criados ou redireccionados para promover os interesses dos beneficiários da reforma agrária. Os resultados traduziram-se num aumento substancial da produção agrícola e do rendimento dos beneficiários. Nos anos 1940 procurou-se prosseguir a política de redistribuir terra, mas procurou-se desta feita a produção agrícola comercial privada em larga escala, arredando os camponeses e deixando-os dependentes do partido que governava Na Bolívia a produção e o consumo agrícolas aumentaram depois da reforma, mas o excedente agrícola diminuiu. O estado boliviano conseguiu fazer face a uma procura urbana interna mais forte através de um défice comercial, ou seja através de importações subsidiadas. O estado boliviano redireccionou os seus investimentos agrícolas para uma vertente comercial e para agricultores em zona de fronteira, negligenciando os agricultores indígenas outrora beneficiários do processo de reforma agrária.

Em ambos os casos (México e Bolívia) o processo de reforma agrária trouxe melhorias significativas aos agricultores beneficiários, mas a viragem dos grupos de apoio ao governo i.e. o decorrer dos acontecimentos políticos, levaram a uma exclusão dos agricultores mais pobres do processo dinâmico de decisão política depois da reforma.

A reforma em Porto Rico acompanhou a integração desta economia na dos EUA. As exportações de açúcar perderam importância à medida que as exportações de géneros alimentares transformados ganharam importância. As pequenas parcelas distribuídas com a reforma agrária permitiram de algum modo mitigar os efeitos da integração e criaram melhores condições para a migração para outros empregos industriais na ilha ou mesmo nos EUA. Este processo foi politicamente muito popular. A reforma agrária na Venezuela surgiu como resultado de protestos dos agricultores mais pequenos e BARRACLOUGH (1999), a seu ver, crê que o facto de se terem atribuído compensações aos latifundiários expropriados, ilustraria as limitações de uma reforma agrária via mercado. A nosso ver, e ao invés do autor, esse será exactamente uma das virtudes do processo "*market friendly*" como se procurará demonstrar especialmente no caso do Cédula do Brasil. Na Guatemala a reforma agrária iniciada foi subitamente invertida com um golpe de estado apoiado pelos EUA em 1954. No Chile o apoio dos EUA inicialmente fraco à reforma agrária de Alessandrini, foi depois reforçada sob o governo de Frei, no entanto, a oposição ao governo de Allende, viria a culminar com um golpe de estado militar, que interromperia e reverteria parte do processo decorrido de reforma agrária. O apoio dos EUA também foi responsável pelo sucesso das reformas na Coreia do Sul, Taiwan e El Salvador. Mas a oposição dos EUA ao regime Sandinista na Nicarágua levou a que este promovesse o agro-negócio de exportação (essencialmente de grande capacidade instalada e não beneficiários da reforma agrária), ficando assim os agricultores mais pobres excluídos. Em Cuba o embargo económico dos EUA desde os anos 1960 afectou negativamente o processo de reforma agrária, em termos de rendimento e de produção agrícola, mas este facto foi parcialmente minorado pelo apoio da URSS pelo menos até ao início da sua implosão em 1989, com a queda do Muro de Berlim.

Segundo BARRACLOUGH (1999), o papel dos mercados e das organizações internacionais teve e terá uma importância cada vez mais relevante nas economias globalizadas, no presente e essencialmente no futuro. O autor salienta que alguns analistas crêem que os mercados financeiros, a informação, a produção e a tecnologia globalizadas, aconselham a que o meio de redistribuir terra, do passado, seja irrelevante para os países em vias de desenvolvimento (PVD) de hoje. Segundo esses autores a clivagem social entre os ricos rurais e os mais pobres é de tal maneira acentuada que essas políticas de redistribuição de direitos de terra não funcionam nos meios de hoje. As dificuldades de gerar um consenso quanto à atribuição de terras expropriadas no Chile e no Peru parecem advogar a causa dos referidos analistas. Estes acreditam que os pobres das zonas rurais têm de ficar à espera de novas oportunidades de vida.

No entanto, segundo este autor, há políticas pró-mercado (*market assisted land reform*) que promovem a venda de terras de latifúndio a baixo preço para minifundiários que façam um uso mais eficiente da terra. A maior parte dos pobres que não conseguisse aceder a esses recursos de terra teria apoio de uma rede estatal até que encontrasse outras fontes de rendimento.

BARRACLOUGH (1999) critica assim esta visão e argumenta que as reformas agrárias radicais ainda não estão fora de moda, só há que ter em atenção que as contradições entre os benefícios e os custos de reformas agrárias para os latifundiários estão a aumentar, pois os camponeses têm agora ao seu dispor novas maneiras de comunicar e de se deslocar o que facilita a sua mobilização e a criação de movimentos sociais. O autor deixa intuir que a partir de novos ideais como a ecologia e a exploração sustentada dos recursos os "campesinos" ainda têm um papel chave a desempenhar na definição dos processos de reforma agrária no mundo futuro.

Para o caso da Colômbia e do Brasil temos o estudo inicial de DEININGER (1999), que procura estabelecer uma nova abordagem de reforma agrária, partindo do passado, das experiências iniciais e dos desafios futuros, tentando estabelecer uma reforma agrária "negociada". Esta abordagem segundo o autor resultou depois do fim da "Guerra Fria" e dos problemas de ajustamento estrutural macroeconómico, é assim uma abordagem de reforma agrária de "segunda geração". O seu objectivo último é o crescimento económico e o combate à pobreza, através da ligação teórica, por via do mercado de crédito e/ou de canais políticos, entre a detenção de activos e o desempenho económico. O autor discute para cada país lições para implementação, para monitorização e para avaliação de impacte.

O autor começa por nos dizer que as grandes propriedades (latifúndios) depois da Segunda Grande Guerra, na Bolívia, em grande parte da China, da Índia Oriental, Etiópia, Irão, Japão, Coreia e Taiwan, foram transferidas para os arrendatários com sucesso das reformas agrárias. Explica que os ganhos esperados de produtividade são proporcionais aos incentivos ao trabalho e ao investimento do regime depois da reforma agrária. No caso em que já existia sistema de incentivos forte antes de reforma agrária, a melhoria de produtividade não foi significativa, especialmente nos regimes contratuais de "*cash rent*" (em vez de "*share-rent*", i.e. parceria), pois nestes os senhorios proviam acesso ao mercado de crédito, de *inputs* e *outputs*. Nestes casos é de esperar que os ganhos de eficiência estáticos de reforma agrária sejam modestos e que o grosso dos benefícios da reforma agrária venha da melhoria de acesso ao investimento (nomeadamente via melhores contratos de crédito) associados com a posse da terra.

Ao invés na reforma agrária visando as pequenas explorações (parcelamento) nas *haciendas*, como lhe chama o autor, o trabalhador que tinha a pequena parcela para subsistência e trabalhava na sua maior parte fora do lote para outro agente, foi muito difícil a reforma agrária. Segundo DE JANVRY e SADOULET (1989) o "jogo da reforma agrária na América Latina" foi declarado como perdido[50]. A nosso ver desenvolvimentos recentes que se enquadram nesta nova espécie de reforma agrária, como veremos em especial nas secções seguintes, demonstram que estas novas abordagens acabam por ser bem sucedidas em termos de eficiência e de bem-estar, por serem socialmente inclusivas.

Na sua maior parte, os latifundiários da América Latina face à ameaça de reforma agrária, reagiram preventivamente, diria como que "votando com os pés"[51], procedendo a uma redução do sistema extensivo pecuário, ou auxiliados por generosos subsídios começaram uma muito mecanizada forma de exploração do solo, de modo a evitar a dependência do trabalho dos rendeiros e a que estes consolidassem a sua posição legal na terra - tal como nos dizem BINSWANGER et al. (1995). Isto reduziu o bem-estar dos rendeiros, despovoou as terras e criou dificuldades às reformas agrárias redistributivas.

Para a Nicarágua temos o estudo de DEININGER e CHAMORRO (2002) que procura analisar o impacte da atribuição de terras registadas e não registadas no seu valor de mercado e os respectivos investimentos associados ao valor da terra. A atribuição de um título de registo de terra aumenta, segundo os autores, o valor da terra em 30%, e simultaneamente aumenta de modo significativo a propensão a investir fazendo-a aproximar-se de valores óptimos. De acordo com as suas análises de estatísticas descritivas existe uma elevada procura de registo das terras, especialmente pelos mais pobres, o que sugere que a "titularização" da terra tem efeitos distributivos importantes. Segundo os autores a validação legal e o reconhecimento oficial da terra é assim de extrema importância, pois, a meu ver, permite englobá-los no mercado. Como têm título da terra podem aceder, nomeadamente, por via do colateral reconhecido, a crédito e capital humano - factores estes centrais nesta tese e na nossa análise teórica.

Para o já referido caso do México existe um estudo mais recente de carácter sociológico-politico sobre a reforma agrária zapatista - COLLIER e QUARANTIELLO

[50] DEININGER (1999, p.5) citando De JANVRY, A., e SADOULET, E. (1989). De igual modo, DE JANVRY (1981a,1981b) analisa o papel da reforma agrária na América Latina.

[51] À la TIEBOUT, i.e. em rigor seria emigrando, mas neste caso passou por se verem livres do activo antes da RA entrar em vigor.

(1999). Na mesma linha tipo de estudo sobre o caso do falhanço da reforma agrária no Zimbabué, decorre a análise muito recente, actual e mediática de BLAIR (2003). É de salientar que as expropriações dos brancos no Zimbabué[52] em favor dos negros, sem o mínimo de compensações e mesmo perseguições aos brancos levaram à ruptura total do sistema agrícola zimbabueano. Note-se que o vizinho Estado de Moçambique aproveitou-se desta política de um modo extremamente inteligente, oferecendo terras aos agricultores brancos do Zimbabué que foram expropriados. A razão é simples e de facto prende-se com a linha de investigação desta tese - a educação (capital humano, como vimos nos capítulos anteriores). Os agricultores expropriados tinham já bastante experiência e isso pode traduzir-se num excelente acréscimo de produtividade da agricultura moçambicana. O capítulo 9 do livro analisa claramente a política de Mugabe, *Land for the people* - BLAIR (2003, pp.169-85).

Mais na vertente económica existem os estudos sobre o sul da Ásia[53] de CLEARY e EATON (1996), em que se caracteriza toda a vertente da reforma agrária, quer em termos da propriedade quer em termos do tipo de contrato celebrado entre as partes (*land tenure*). Os «*case studies*» são sobre a Malásia, Filipinas, Bornéu, Tailândia, Papua/Nova Guiné. Novamente nestes estudos a referência à educação dos agricultores é omissa.

Outro estudo recente sobre Reforma Agrária é o das Nações Unidas editado por GHIMIRE (2001), onde se encontram contribuições sobre este tipo de processo na América Central por BAUMEISTER (2001, pp. 65-85), o papel dos movimentos camponeses nos vários continentes e nas diferentes vertentes de reforma agrária por HUIZER (2001, pp.164-198). Mas, tal como foi referido, e à semelhança do anterior não se salienta o papel da educação no agricultor.

[52] Existem inúmeros estudos de reforma agrária em Àfrica, para o caso geral (JUUL e LUND, 2002; LUND, 2002; PETERS; 2002; MANJI, 2006), África do Sul (WILLIAMS et al., 1996; ZYL et al., 2001; COUSINS, 2002), Etiópia (BENIN e PENDER, 2001; TADDESE; 2001), Gana (BERRY, 2002), Moçambique (UNRUH, 1998; VIRTANNEN; 2004), Nigéria (OMOTAYO, 2003), Quénia (McPEAK, 2005), Sahel (GRIGSBY, 2002; THÉBAUD, 2002), Senegal (JUUL, 2002), Tanzânia (WANITZEK e SIPPEL, 1998) e Zimbabué (MOYO, 2001; HAMMAR, 2002; ADDISON e LAAKSO, 2003).

[53] Para a Ásia encontram-se os seguintes estudos: Bangladesh (DEVINE, 2002), Filipinas (BORRAS, 2003), Japão (DORE, 1959; HAYAMI et al., 1991; KAWAGOE, 1999), Índia (BANERJEE e IYER, 2002b), Mongólia (NEUPERT, 1999; FERNANDEZ-GIMENEZ, 2002), Tailândia (BYAMUGISHA ,1999a, 1999b) e Vietname (RAVALLION e VAN DE VALLE, 2001, 2003).

Um outro estudo também recente e bastante interessante, embora apenas se debruçando sobre os países europeus (desde os mais avançados aos em transição do leste) é o estudo editado por DIXON-GOUGH (1999)[54]. A linha condutora deste estudo que reúne uma panóplia de diferentes cientistas sociais, para além de economistas, geógrafos, e sociólogos é o conceito de reforma agrária de acordo com o conceito de **desenvolvimento sustentável**. Ou seja, procuram estabelecer padrões de propriedade, que reflictam valores de mercado e esquemas de incentivo pró-mercado, mas que simultaneamente se coadunem com uma exploração eficiente, e justa, dos recursos naturais em causa (neste caso a terra e a sua ocupação/exploração). Obviamente que o problema dos terrenos comuns e do *over-grazing* (sobre-pastorícia dos animais nas terras comunitárias) é referido como uma estrutura ineficiente. Mas, novamente neste estudo reflecte-se a falta de análise da variável educação no *stock* de conhecimentos do agricultor e como isso poderia afectar as decisões de Reforma Agrária.

Um estudo abrangente e pluridisciplinar sobre o desenvolvimento sustentável é o editado por MORRIS (2002). A vertente económica e especialmente o combate à pobreza, o coadunar do crescimento populacional com o crescimento do PIB, e a criação duma verdadeira dimensão humana, baseada no Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é o de GOKLANY (2002) *in* MORRIS (2002, cap.2). Note-se que SEN (1987; 1999a,1999b) foi um dos pioneiros e criador deste conceito de desenvolvimento humano.

12.2. Evolução recente do sistema económico e agrícola do Brasil

ANDREWS (2004) analisa em detalhe as principais políticas de combate à pobreza no Brasil. Salienta que o Brasil é um país de desenvolvimento intermédio (ranking 73 em 173 do UNDP - índice IDH 2002, PIB per capita em PPC[55] de 7.562

[54] Existem, de igual modo, inúmeros estudos sobre a Europa Ocidental, em especial Escócia e Inglaterra (WIGHTMAN, 1999), Europa de Leste (DEININGER, 2002; SABATES-WHEELER, 2002), URSS (CHILDRESS, 2002; SWINNEN e HEINEGG, 2002), Ucrânia (CSAKI et al., 1994; CSAKI e LERMAN, 1997).

[55] PPC- Paridade de Poder de Compra – trata-se de um cabaz de preços comum internacional, numa moeda internacional.

USD) mas que ainda possui cerca de 50 milhões de pobres (22 milhões de indigentes) e em que 10% da população mais rica possui mais de 40% da riqueza e que os 40% mais pobres apenas detêm 10% da riqueza. Esta notória desigualdade sai mais reforçada ainda da constatação de que os 1% mais ricos detêm maior riqueza do que os 50% mais pobres. Esta desigualdade tem sido objecto de muitas intervenções correctivas mas muitas das políticas levadas a cabo tiveram apenas um sucesso moderado. No caso do programa "Fome Zero" havia grandes esperanças de que um Presidente como Lula conseguisse mobilizar todo um país para conseguir retirar grande parte dos habitantes desse equilíbrio de pobreza. Mas de facto essa política tal como foi veiculado pelos meios de comunicação social e académicos falhou: Os índices de desigualdade do rendimento de GINI não se alteraram, segundo o IBGE - Instituto Brasileiro de Estatística. Como vimos o índice de concentração da terra de GINI para a América Latina é de 81% (Anexo 16.2.), e para o Brasil, em especial, é de 86% (BUAINAIN, 2003), valores estes que não se alteraram com a política de combate à desigualdade.

Quanto à política de reforma agrária a mesma ANDREWS é de opinião que o papel do INCRA tem sido fundamental nos assentamentos e que o esforço se tem vindo a consolidar. Salienta ainda que um dos estados - o pequeno Estado de Santa Catarina - deve ser destacado como «*case study*» e mesmo de *benchmark* para todos os programas de combate à pobreza pois em dez anos (dos anos 90 aos 2000) conseguiu-se aí uma redução da pobreza da ordem dos 46%, resultado assaz notável. No entanto esta autora continua a ser crítica em relação aos programas de reforma agrária assistida pelo mercado pois está em crer que os subsídios e os apoios (crédito) dados à compra de terra não são suficientes. A nosso ver, o crédito (tal como é explicado na parte teórica da nossa tese) é uma variável determinante no nosso modelo, mas mesmo com muitas imperfeições que haja é sempre possível criar sistemas de incentivos (basta lembrarmo-nos do tipo micro-crédito à la YUNUS (2002)) exequíveis.

No entanto uma das críticas mais certeiras da autora em causa [ANDREWS 2004, pp. 477] é a falta da coordenação de políticas de combate à pobreza, pelo governo, que tem minado de algum modo o sucesso das mesmas. Chega mesmo a adiantar que esse falhanço de coordenação se dá mesmo em políticas dentro do mesmo sector ou natureza[56].

Caracterizemos, agora, brevemente a contribuição do sector agrícola no contexto do Brasil:

Segundo ANDREWS (2004, p.481) citando BONELI (2001)[57] cada ponto percentual de crescimento do sector agrícola brasileiro representa um crescimento de 1.07% nos outros sectores.

Segundo BAER (2002, pp. 373) o sector agrícola teve um papel preponderante no desenvolvimento do Brasil, desde a chegada dos portugueses em 1500. Segundo o autor, *"À medida que as esporádicas arrancadas na actividade exportadora começavam a dar lugar aos avanços do complexo urbano-industrial do século XX, os esforços agrícolas deixaram de ser o centro das atenções."*- BAER (2002, pp. 373). Segundo este autor e na sequência do que apresentámos na secção anterior, as ISI (Import substitution industries) com desenvolvimento "frenético" na década de 50 fizeram com que se ofuscasse o desenvolvimento verificado no sector agrícola.

BAER (2002, cap.15) analisa em detalhe a evolução da agricultura brasileira desde o fim da Segunda Guerra Mundial.

No quadro seguinte apresentamos as estatísticas agrícolas seleccionadas de 1947 a 1996:

---

56 No nosso caso, e querendo salientar a minha visão pessoal a oposição entre o INCRA (reforma agrária tradicional) e a de mercado (pelo World Bank, projecto Cédula da Terra) é claramente a existência de dois tipos de políticas que se revelam incongruentes.

57 ANDREWS [2004] citando BONELI, R. [2001].

QUADRO 5: Taxas de crescimento médio anual da produção real por sector no Brasil: 1947-1996

ANOS	TOTAL	Safras agrícolas	Gado	Indústria	PIB real
1947-50	4,3	4,4	6,2	11,0	6,8
1951-54	4,5	3,0	9,4	7,2	6,8
1955-58	4,2	5,6	1,5	9,9	6,5
1959-62	5,8	5,7	4,9	10,0	7,7
1963-66	3,2	3,0	4,7	3,1	3,1
1967-70	4,7	5,1	2,3	10,1	8,2
1971-76	5,9	5,5	6,3	14,0	12,2
1977-81	5,0	4,8	5,1	5,5	5,4
1981-86	1,8	3,9	-0,9	1,9	2,9
1987-92	2,9	3,8	1,8	-2,2	0,4
1993-96	2,3	6,8	0,9	3,9	3,5

Fonte: BAER (2002, pp. 375) baseado em FGV (1994) e IPEA (1993).

Com base neste QUADRO 5 podemos observar que o sector agrícola total cresceu entre 1951-4 a uma taxa de 4,5% ao ano enquanto que a indústria crescia a 7% ao ano para o período em causa, facto este que explica o declínio da participação da agricultura de 27% do PIB para 11% do PIB - BAER (2002, pp. 374). Também fica claro pela observação do quadro que a taxa de crescimento industrial dos meados de 40 até ao início da década de 80 foi sempre o dobro da taxa de crescimento agrícola. Ou seja, segundo BAER (2002), a agricultura, perdeu o seu papel líder na estrutura da produção a partir de meados dos anos 40, mantendo no entanto um papel crucial de complementaridade com a indústria.

Ainda segundo o mesmo autor, as taxas de crescimento médio anual das áreas cultivadas de arroz, mandioca e feijão-preto foram respectivamente de 6,5%, 4,7% e 4,2%.

Segundo o mesmo autor, durante todo o período dos anos 50 e 60, em que se dava a substituição das importações nas indústrias (ISI), ocorreu um desenvolvimento agrícola baseado no café, houve um crescimento da área plantada de café em cerca de 70%, pois passou-se de uma área total de 2 663 117 hectares em 1950 para 4 462 657 hectares em 1962, tendo no final do período a produção quadriplicado. A partir desta data para a frente com a crescente urbanização do Brasil, e o consequente êxodo rural e migração para as cidades levaram à criação de maiores pressões alimentares. Logo, o cultivo de soja aumenta substancialmente a uma taxa anual de 37,6% de 1966 a 1977, o que explica que, partindo o Brasil de uma pequena base, se tenha transformado em termos absolutos, em meados da década de 70, no terceiro maior produtor e segundo maior exportador do mundo de soja - novamente a fonte é BAER (2002, pp. 377).

No final da década de 50 e início da década de 60 deu-se uma reconversão da estrutura agrícola, e passando a citar (BAER (2002, pp. 378)):

"Com o tempo em muitas áreas, o tradicional sistema latifúndio/minifúndio tão comum no Brasil foi reconvertido num moderno complexo agro-industrial".

Durante os anos 70 o Brasil sofreu os choques internacionais do petróleo em 1973 e 1979, o que fomentou a plantação de cana do açúcar para produção de álcool, com vista à substituição da importação de petróleo.

Analisemos de igual modo as fontes de crescimento agrícola.

O crescimento agrícola até à década de 70 foi de margem extensiva, i.e. com o aumento da área cultivada. O número de fazendas aumentou de mais de 60% na década de 50, cerca de 50% no período de 1960-75 e 17% entre 1975-85. Em 1950 havia pouco mais de 2 milhões de estabelecimentos agrícolas e em 1985 já eram 5,8 milhões de estabelecimentos.

Segundo BAER (2002, pp. 382-383) o aumento da produtividade (produção por hectare) de 1947 até 1980 contribuiu pouco para o crescimento agrícola em culutras como algodão, amendoim, arroz, cacau, café, cana-de-açúcar, feijão, mandioca, milho, trigo ou soja. Só a partir de meados de 80 é que se dão melhorias substanciais na produtividade por hectare: por exemplo, o algodão passa de 679 kg/ha no período 1983-85 para 1321 kg/ha em 1988-91, mas noutros produtos como na soja, os valores homólogos foram de 1747 kg/ha para 1841 kg/ha, e só a partir de 1995-96 a soja atinge os valores de 2284 kg/ha.

Assim, podemos concluir que o crescimento da agricultura brasileira se fez mais à custa da margem extensiva do que intensiva, mas que a integração no agro-negócio, especialmente a partir dos anos 80 veio trazer um novo dinamismo à agricultura brasileira.

Mas retomemos a questão da pobreza, que já tínhamos visto com ANDREWS (2004), e comparemos com a evolução histórica em BAER (2002, pp. 387). De acordo com este autor o rendimento médio agrícola *per capita* era de apenas de 26% do rendimento médio *per capita* de uma família de uma zona urbana em 1970, tendo este valor aumentado para 32% em 1980 e diminuído de novo para 31% em 1988. Em 1988 o mesmo autor citava que na área rural cerca de 53,1% da população vivia abaixo do limiar de pobreza, comparativamente a apenas 17,8% em zonas urbanas. Estes dados ilustram de facto a importância da nossa modelação teórica dos "thresholds", estes limiares de facto existem e exigem um estudo e mais do que tudo uma necessidade de compreensão de como é que é possível superá-los, de modo a escapar ao equilíbrio de pobreza.

Outros dados de BAER (2002, pp. 387) associam a pequena dimensão das explorações à pobreza rural, as explorações que tinham menos de 10ha passaram de 34% do total em1950 para 52,9% em 1980.

Antes de abordarmos especificamente a reforma agrária no Brasil abordaremos os movimentos de "campesinos" (na expressão geral da América Latina), porque estes movimentos costumam anteceder os processos de reforma agrária: são eles próprios os motores desses mesmos processos.

12.3. Os movimentos de "campesinos" no Brasil: CONTAG e MST

Uma das características fundamentais do espaço agrário brasileiro é o de se revestir ainda hoje de importantes movimentos "campesinos". Inicialmente a CONTAG, a Confederação de Nacional de Trabalhadores Agrícolas era o único organismo representativo das aspirações dos agricultores brasileiros. RICCI (1999) descreve em pormenor a sua génese e evolução. Sendo de destacar que numa fase inicial as suas origens remontam aos movimentos campesinos dos anos 60. No entanto um outro movimento viria a ganhar maior relevância quer a nível nacional (do Brasil) quer a nível internacional, o MST - movimento dos Trabalhadores Sem Terra.

Bernardo Mançano FERNANDES (1999) descreve em rigor a formação e génese do movimento a partir do estado de S. Paulo. Este estudo (tese de mestrado em Geografia) tem uma visão da dinâmica interna do movimento – uma vez que ele é respectivamente o responsável pelo sector educativo do MST no estado de S. Paulo. Para além de reunir uma iconografia (fotografias alusivas) aos acampamentos, às invasões, aos assentamentos e ao reconhecimento pelo governo das terras tem também alguns dados quantitativos quanto à natureza do movimento. A principal conclusão é a de que o movimento dos Sem Terra nasceu no estado de S. Paulo e foi através da sua proliferação neste estado que viria a ganhar a dimensão actual - que se estende por cerca de 22 das unidades federativas do Brasil.

Por outro lado existe também um outro estudo (tese de mestrado em ciências da educação) de Maria Cecília MASSELI (1998) em que esta analisa a relação entre a assistência técnica dos engenheiros agrónomos e as comunidades dos Sem-Terra. Ou seja, a autora analisa a relação entre o serviço de extensão rural e as comunidades de assentados. Como ser um bom agrónomo sem por em risco os valores de confiança e solidariedade da comunidade? Como fazer que a comunidade siga os seus conselhos? Como "ensiná-los" se eles não querem ser ensinados? Como compatibilizar a ciência agrária com as suas tradições agrícolas enraizadas? Tudo isto resulta de uma espécie de jogo (sim da teoria dos jogos[58]) em que temos dois grupos de jogadores, os técnicos (normalmente um) e os agricultores a escolherem como lavram a terra. Por exemplo, se fazem ou não sementeira directa (e ou não queimadas).

Um dos vectores comuns salientado pelos três estudos e deste tipo de literatura é o papel fulcral que a igreja católica tem vindo a desenvolver no processo de reforma agrária no Brasil (e já agora também na América Latina) – os assentamentos muitos deles começaram por se reger com princípios baseados nas CEB (Comunidades Eclesiais de Base) – a produção era associativa, a terra "prometida" seria alcançada de acordo com a Bíblia e era inteiramente legítimo lutar

[58] Sim da teoria dos jogos à maneira de Von NEUMAN e MORGENSTERN (1944) e de literatura mais recente. Por opção deliberada escolhemos não modelar este jogo. Isto porque não se pode modelar toda a realidade. Aliás os modelos apenas servem para extrair algumas conclusões mais gerais, mas o mundo real dada a necessidade de síntese desta tese não pode "todo" ser modelado. E fica aqui apenas o registo potencial do traço comum de ***dilema do prisioneiro*** entre técnico agrícola e agricultor.

por ela - isto é a ética cristã justificava os conflitos nos campos. Se bem que de início muitos dos projectos tiveram um pendor muito colectivista, requerendo nomeadamente a própria intervenção do Papa João Paulo II na escolha de novos sacerdotes mais ortodoxos (entenda-se como se costuma dizer em português do Brasil "menos engajados" com aquilo que se costumam considerar utopias "esquerdistas"). Mas à medida que o tempo decorria e ambos ganhavam mais experiência, como MASSELI (1998) relata, quer os técnicos de extensão rural (como ela que fez trabalho de campo de 1983 a 1988) quer as comunidades de assentados optavam pelo grau de associativismo na produção, na partilha de instrumentos, na troca de horas no seu lote por trabalho nos lotes de outros – trata-se assim de novo do já referido processo de "*learning by doing*". A aprendizagem da convivência profissional e social entre os técnicos e os agricultores dos assentamentos é um processo iterativo dinâmico e de aprendizagem e erro.

FORMAN (1975) apresenta a evolução dos campesinos e dos seus conflitos no Brasil, nomeadamente o modo como a estutura da terra definiu as relações de poder entre os diversos agentes neste "jogo" da terra. WRIGHT e WOLFORD (2003) relatam de um modo mais actual estas mesmas relações de poder, e analisam de um modo detalhado a evolução do MST. LAPP (2004) de igual modo caracteriza o poder dos "campesinos" para toda a América Latina em geral, essencialmente através do poder do seu voto.

QUADRO 6- Evolução dos conflitos pela terra no Brasil (1993-2002)

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Conflitos de Terra*										
Nº de Conflitos	361	379	440	653	658	751	870	556	681	743
Assassinatos	42	36	39	46	29	38	27	20	29	43
Pessoas Envolvidas	252;236	237;501	318;458	481;490	477;105	662;590	536;220	439;805	419;165	425;780
Hectares Conflitivos	3;221;252	1;819;963	3;250;731	3;395;657	3;034;706	4;060;181	3;683;020	1;864;002	2;214;930	3;066;436
Trabalho Escravo										
Nº de Conflitos	29	28	21	19	17	14	16	21	45	147
Assassinatos		1		4						
Pessoas Envolvidas	19;940	25;193	26;047	2;487	872	614	1;099	465	2;416	5;559
Hectares Conflitivos										
Conflitos Trabalhistas**										
Nº de Conflitos					49	56	28	33	25	22
Assassinatos					1	5		1		
Pessoas Envolvidas					24;788	366;720	4;133	53;441	5;087	5;586
Hectares Conflitivos										
Outros ***										
Nº de Conflitos	155	78	93	78	12	279	69	50	129	14
Assassinatos	10	10	2	4		4				
Pessoas Envolvidas	118;952	45;925	36;581	451;157	3;288	109;162	164;909	62;319	106;104	14;352
Hectares Conflitivos										
Total										
Nº de Conflitos	545	485	554	750	736	1;100	983	660	880	925
Assassinatos	52	47	41	54	30	47	27	21	29	43
Pessoas Envolvidas	391;128	308;619	381;086	935;134	506;053	1;139;086	706;361	556;030	532;772	451;277
Hectares Conflitivos	3;221;252	1;819;963	3;250;731	3;395;657	3;034;706	4;060;181	3;683;020	1;864;002	2;214;930	3;066;436

Fonte: Setor de Documentação da Comissão Pastoral da Terra

*O número de Conflitos é a soma das ocorrências de Conflitos por Terra (495), Ocupações (184) e Acampamentos (64).

**Conflitos Trabalhistas referem-se ao desrespeito à Legislação Trabalhista e a casos de superexploração do trabalho.

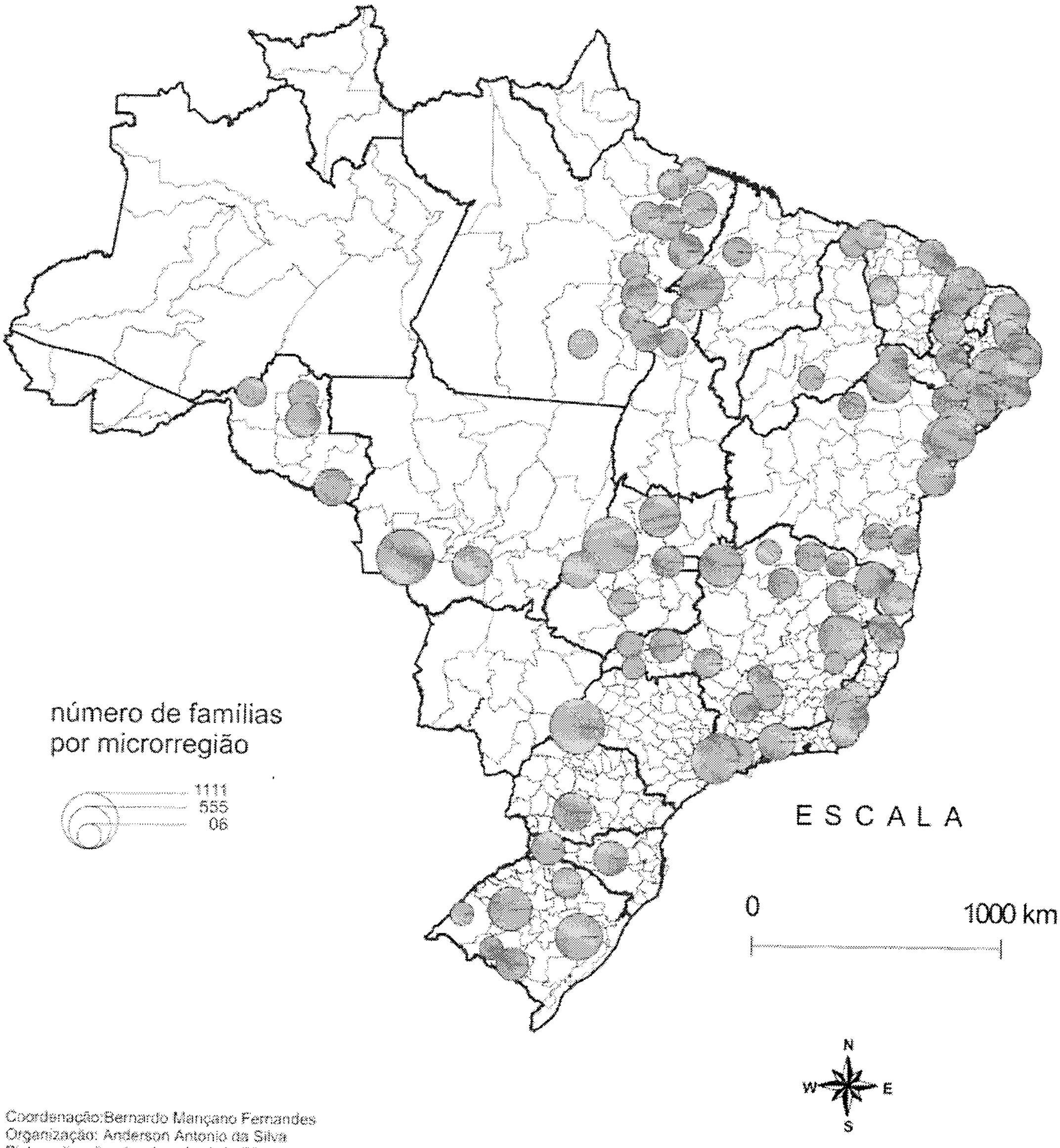
* Outros: até 1996 estão incluídos os conflitos Trabalhistas. Após 1996 registra-se Conlitos em Tempos de Seca, Conflitos pela Água, Sindicais,em Áreas de Garim

**Em 2002, está registrado a soma dos Conflitos pela Seca(5), Conflitos pela Água(8) e Garimpo(1).

O QUADRO 6 acima apresenta a evolução dos conflitos nos campos no Brasil. Observa-se que de 1993 a 2002, o número total de conflitos aumentou de 545 em 1992 até um máximo de 1100 em 1998, sofrendo uma ligeira reversão entre 1999 e 2000, voltando a reacender-se uma tendência crescente de conflitos, pois em 2001 e 2002 o número total de conflitos foi respectivamente 880 e 925. Quanto ao número de assassinatos no campo, uma medida de violência rural (nomeadamente associada à RA), partindo de cerca de meia centena de 1993 a 1996, denota-se uma ligeira tendência de descida, 30 respectivamente em 1997, um novo pico em 1998 de 47 homicídios, e cerca de três dezenas para os anos subsequentes, respectivamente 27, 21 e 29 para 1999 até 2001, verifica-se no entanto de novo um pico terminal em 2001: 43 assassinatos. O número total de pessoas envolvidas nestes conflitos teve uma tendência crescente de 391 128 pessoas em 1993 até um máximo de cerca de um milhão e cem mil pessoas em 1998, tendo-se verificado a partir desse ano uma tendência decrescente do número de intervenientes nos conflitos rurais brasileiros. Quanto ao número de hectares totais envolvidos foram uma média de cerca de 3 milhões de hectares ao longo dos anos, e os números médios para este período (1993-2002), de conflitos totais foram respectivamente 762, assassinatos 39 e pessoas envolvidas nos confrontos cerca de 590 mil.

A FIGURA 39 ilustra os movimentos actuais de camponeses no Brasil, nomeadamente as ocupações de terra por número de famílias envolvidas, segundo o MST. Nota-se a esta data já uma elevada dispersão das ocupações de terras, em número de famílias, ao longo de todo o espaço geográfico brasileiro. Note-se no entanto que o NE é claramente uma zona muito activa em termos de assentamentos por número de famílias. Este factor é relevante porque demonstra que a RA convencional é de facto um tema central na realidade nordestina brasileira, e que a proposta de RA infirmada nesta tese - "market friendly" e do Cédula visa este mesmo público-alvo: os Sem-Terra.

FIGURA 39- Ocupação de Terras pelo MST em nº de famílias (2002)



Coordenação:Bernardo Mançano Fernandes
Organização: Anderson Antonio da Silva
Sistematização: Jovelino José da Silva Júnior
Fonte: DATALUTA - Banco de Dados da Luta pela Terra - NERA - Núcleo de Estudos, Pesquisas e Projetos de Reforma Agrária - FCT/UNESP - Presidente Prudente, Março de 2003
Base Cartográfica - IBGE 2000
Base de dados: CPT, 2003

12.4. Novas iniciativas de reforma agrária: O "*Programa Cédula da Terra*" *vs* INCRA- Instituto de Colonização da Reforma Agrária

O problema agrário no Brasil levanta as seguintes questões principais, segundo BUAINAIN (2003):

i) elevada concentração da propriedade da terra;

ii) problemas jurídicos (titularização);

iii) mercado de terras dinâmico mas restrito;

iv) famílias sem terra.

Para ilustrar o primeiro tópico basta dizer que a concentração da terra, segundo o Índice de Gini no Brasil, de acordo com o IBGE, foi de 85,5%; 85,9%; 85,8% e 85,7% respectivamente para 1975, 1980, 1985 e 1995. Ou seja, conclui-se que para este período de referência a estrutura da propriedade da terra manteve-se inalterada com uma elevada concentração em torno dos 86% para o índice de Gini – veja-se QUADRO 7 de seguida.

Segundo os cálculos de BUAINAIN (2003) existem 4,9 milhões de propriedades e 354 milhões de hectares, mas 4,1 milhões de propriedades ocupam apenas 60 milhões de hectares. As explorações com menos de 5 ha representam cerca de 37% das propriedades e 0,98% da área total do país, as explorações entre 5 e 20 ha, representam 27% das propriedades e 4,2% da área total do país, para o caso entre 20 e 100 ha, representa respectivamente 25% das propriedades e 15% da área total do país, e para uma última classe de explorações com mais de 100 ha, representam 0,6% das propriedades e 80% da área total do país.

BUAINAIN (2003) avança ainda que 97% das propriedades com menos de 5 ha não têm rendimentos suficientes para manter as suas famílias acima da linha de pobreza. Para o caso das propriedades entre 5 e 20 ha, respectivamente 23% não conseguem gerar rendimentos suficientes de escape à linha de pobreza, e para o caso das propriedades entre 20 e 50 ha, temos um número de 15% que não superam o limiar de pobreza. Estes números ilustram a importância da concentração da terra no Brasil, e daí a premência da questão da RA neste contexto, e especialmente salientam o papel chave da família na agricultura – daí muitos falarem da noção de agricultura familiar como forma de escape à pobreza - nomeadamente, o estudo mais citado: GUANZIROLI et al. (2001).

QUADRO 7 - Distribuição da propriedade da terra no Brasil (1970-1995)

	1975	1980	1985	1995
Mihões de explorações	5,0	5,2	5,8	4,9
Área Total (milhões ha)	323,9	369,6	373,3	353,6
Área Média (ha)	64,9	71,7	64,6	72,8
Índice GINI da terra (%)	85,5	85,9	85,8	85,7
Área dos <50% [%]	2,5	2,4	2,3	2,3
Área dos > 50% [%]	68,7	69,7	69,2	68,8

Fonte: BUAINAIN (2003) baseado em IBGE (censos, anos vários)

Este quadro apenas salienta de facto o enorme problema de distribuição (concentração da terra) no Brasil. Note-se que o número de explorações brasileiras se tem mantido em cerca de cinco milhões, e que a área média global da exploração é da ordem dos 60 a 70 ha. Um dado adicional, contido nas últimas duas linhas do QUADRO 7, é o facto de 50% das explorações representarem apenas cerca de 2% da área total, e a segunda metade da distribuição, i.e. os que acumulam entre 50% e 100% do número de explorações, representarem cerca de 70% da área total.

A questão dos problemas de titularização da terra também pode ser ilustrada pelos seguintes dados:

QUADRO 8 - Número de propriedades c/ situação fundiária irregular -Brasil (1992)

Hectares	*Proprietários*	*Parte s/ titulo*	*Ocupações*	*Total*
0-10	929,909	31,590	643,737	1,604,236
10-100	1,891,966	116,131	714,248	2,722,345
100-1000	509,339	41,017	171,584	721,940
+1000	74,341	6,851	17,286	98,478
TOTAL	3,404,555	195,589	1,546,855	5,146,999
%	50,1	3,8	30,1	100

Fonte: BUAINAIN (2003) baseado em INCRA.

Ao analisarmos a terceira e quarta coluna do QUADRO 8, observamos que do total das terras utilizadas, cerca de 4% não têm título da terra e cerca de 30% resultaram de ocupações (naturalmente também ilegais).

Deste modo, a estrutura e dinâmica do mercado das terras brasileiro pode ser caracterizada por propriedades sem título jurídico, um mecanismo de registo das terras pouco credível (existem cartórios privados), os preços são especulativos, ocorre a exclusão dos pobres desses mesmos mercados[59] e há uma certa ausência dos bancos privados. Note-se ainda que neste contexto há 1,2 milhões de famílias sem terra, ocorrem conflitos sociais, a pobreza rural é endémica, e por outro lado nas cidades verifica-se violência urbana, o que apesar de tudo não faz diminuir a migração ou êxodo rural. Daqui deriva o facto de existir uma certa pressão por gastos sociais com vista à inclusão dos agricultores pobres.

Neste contexto surge, segundo BUAINAIN (2003), a necessidade de reforma agrária no Brasil, com os seguintes objectivos:

1) redução da pobreza;
2) criação de agricultores familiares;
3) elevação da eficiência de utilização das terras;
4) criação de oportunidades de trabalho;
5) redução dos conflitos no campo.

Surgem ainda os seguintes problemas associados à reforma agrária:

1) custos de reforma agrária;
2) qualidade de recursos naturais e disponibilidade de infra-estrutura;
3) selecção das terras;
4) selecção dos beneficiários;
5) eficiência,
6) sustentabilidade.

[59] De facto em geral o pobre define-se exactamente pela exclusão dos mercados, i.e. uma exclusão de acesso. Mas estamos em crer que a reforma agrária pode exactamente minorar essa exclusão de acesso à terra e aos mercados em geral.

De acordo com estes seis problemas elencados, decorrem dois tipos de intervenção de reforma agrária:

a) INCRA – expropriação e distribuição de terras;
b) Crédito Fundiário e Banco da Terra, nomeadamente "*Programa Cédula da Terra*" (PCT) - acesso através do mercado.

Perante esta dicotomia do processo, levantam-se as seguintes questões relativas aos programas de acordo com os seus objectivos:

- Qual é o público-alvo do programa?
- Quais são os custos dos programas?
- Como são seleccionadas as terras?
- Os projectos produtivos são sustentáveis?

Vejamos então o factor crucial de selecção dos agricultores entre os dois tipos de programas:

a) processo do PCT caracteriza-se por auto-selecção, baixa burocracia e baixa intervenção política e a afectação é associativa;
b) o processo do INCRA caracteriza-se por elevada intervenção política (pressão de movimentos sociais), distorções associadas à pressão social; afectação individual.

Quanto à aquisição de terras também existe uma diferenciação entre:

a) ***Mercado (PCT)*** – descentralizada, o beneficiário é que selecciona e existe crédito para a aquisição de terra.

b) ***INCRA*** – expropriação de terras consideradas improdutivas, selecção de terra feita pelo governo federal, e o pagamento não é exigido.

Daqui decorrem algumas questões essenciais como vimos sobre a natureza da negociação das terras:

a) A terra é comprada ou doada?
b) Os agricultores têm que pagar pela terra ou recebem-na sem ter pago?
c) Descentralizada ou centralizada?
d) Há incentivos à cooperação?

e) Como é feita a organização social em torno da terra e o seu acesso?

f) Quem são os responsáveis pela terra: famílias ou associação de produtores?

g) Grau de autonomia dos beneficiários em relação ao Estado?

h) Acesso a recursos para instalação e investimentos iniciais?

Vejamos uma linha de resposta a esta bateria de questões sempre na linha comparativa PCT e INCRA:

a) No caso do PCT a terra é comprada pela associação de agricultores e o agricultor tem depois de a pagar, beneficiando de facilidades de crédito. No caso do INCRA a terra é expropriada pelo Estado e é depois entregue ao agricultor sem necessidade de pagamento.

b) No PCT recebe-se a terra contra um empréstimo a 20 anos com período de carência de três anos, com uma taxa de juro anual de longo prazo de 4%. No caso do INCRA recebe-se pura e simplesmente a terra para exploração.

c) No caso do PCT é descentralizada a aquisição da terra, no caso do INCRA o processo é centralizado, pois este organismo coordena todas as expropriações e atribuição das terras aos agricultores. Logo, no caso do PCT o processo é flexível e mais adequado às verdadeiras necessidades dos agricultores, no caso do INCRA, o processo é moroso e por vezes desajustado às necessidades dos agricultores.

d) No caso do PCT há incentivos claros à cooperação, pois o agricultor tem de prestar contas (i.e. é "*accountable*") à associação de agricultores; no caso do INCRA, não há um esquema de incentivos micro, pois o agricultor recebe a terra e não tem de prestar contas ao INCRA.

e) A organização social do PCT sugere um envolvimento do agricultor num esquema tipo de mercado. O recurso ao financiamento (crédito) e simultaneamente o acesso a assistência técnica (capital humano especifico) que é facultada pela associação permite uma maior inserção no mercado e maiores produtividades. No caso do

INCRA, o agricultor não se envolve num esquema associativo, embora possa receber algum apoio creditício através do próprio INCRA.

f) No caso do PCT a responsabilidade é partilhada entre a associação e as famílias, pois a associação de agricultores no seu tipo de esquema grupal apoia o agricultor em caso de dificuldades financeiras. No caso do INCRA a responsabilidade recai somente sobre o agricultor.

g) Quanto ao grau de autonomia dos beneficiários em relação ao Estado, no caso do PCT é máxima, pois apenas depende num esquema pró-mercado da associação; no caso do INCRA a autonomia dos agricultores, ex-ante RA, é reduzida, pois dependem da expropriação feita pelo Estado.

h) O acesso a recursos para instalação e investimentos iniciais (os nossos "*start-up costs*" da parte teórica da tese, veja-se capítulos 6, 7, 8 e sobre crédito capítulos 9) são facultados pelo PCT através da associação; enquanto que o INCRA fornece também algum crédito através do PROCERA – Programa de Crédito à Produção. Mas note-se que o caso do Cédula é mais flexível, porque a associação consegue ser um intermediário mais próximo entre o mercado e o agente.

Note-se que no capítulo 13 seguinte proceder-se-á em concreto à avaliação de eficiência técnica do Cédula (PCT) através da estimação de fronteiras estocásticas. Façamos agora um breve esboço das variáveis que condicionam o desempenho dos dois tipos de programa de RA:

- Variáveis ambientais (clima, solo, topografia)
- Características das propriedades: localização, fertilidade do solo, disponibilidade de água, tamanho da propriedade, infra-estrutura.
- Condições sócio-económicas: habitação, tamanho da família, nível de educação, história da família.
- Sistema de produção adoptado: composição de produção, tecnologia, integração no mercado, acesso ao crédito e serviços.
- Externalidades e capital social: organização dos produtores, serviços públicos em geral.

13. Análise de eficiência técnica do Programa Cédula da Terra (PCT)

13.1. Metodologia

A análise metodológica para a parte empírica baseou-se na estimação de uma função de produção usando o *software* FRONTIER 4.1. (programa que pode ser obtido no site: http://www.uq.edu.au/economics/cepa/frontier.htm) - veja-se Tim COELLI (1996).

O objectivo deste exercício é o de comparar através da estimação de uma fronteira de produção estocástica a ineficiência técnica sob um programa de reforma agrária - o Programa de Cédula da Terra (PCT).

Esta análise permitirá comparar a ineficiência relativa desse programa de reforma agrária.

13.2. Dados e amostra

Os dados empíricos foram gentilmente cedidos pelo grupo de trabalho do Programa do Cédula da Terra do Núcleo de Estudos Agrícolas (NEA) da UNICAMP coordenado por BUAINAIN - (veja-se BUAINAIN et al. 1998, 1999 a, 1999b).

Tivemos oportunidade de participar na última fase de avaliação do programa no contexto do grupo - vide avaliação de impacte - BUAINAIN et al. (2003).

A amostra é de 313 famílias para uma população de cerca de 6000 projectos de beneficiários.

Na primeira fase do PCT foi feita uma avaliação preliminar do impacte do programa (BUAINAIN et al., 1999a). A amostra válida para este estudo inicial reporta dados até Dezembro de 1998. Por razões de consistência da análise manteve-se esta amostra com ligeiros ajustamentos de saída e entrada de beneficiários.

13.3. A metodologia da fronteira estocástica (SFA) *vs Data Envelopment Analysis* (DEA)

Esta análise é um desenvolvimento mais aprofundado de ROCHA DE SOUSA et al. (2004) e de BUAINAIN et al. (2003, cap. 7, pp.138-151).

CURTISS (2002) explica bem a aplicação da metodologia de fronteira estocástica (SFA) versus Data Envelopment Analysis (DEA) para o caso agrícola. De igual modo outros bons manuais que explicitam esta metodologia são: CHARNES et al. (1994); COELLI et al. (2000); THANASSOULIS (2001).

ROCHA DE SOUSA e HENRIQUES (2006) explicitam a diferença entre os dois métodos teóricos e os modos de os operacionalizar.

13.4. Eficiência técnica

A eficiência técnica pode ser definida como o máximo de produto que pode ser obtido para um dado nível de *inputs*, dado o conjunto de tecnologias disponíveis para o produtor. A eficiência de afectação refere-se ao ajustamento de *inputs* e produtos como um reflexo de preços relativos. Revela a habilidade de combinar *inputs* e produtos em proporções óptimas à luz dos preços prevalecentes. Eficiência económica é uma situação em que eficiências técnica e de afectação são combinadas. A análise aqui apresentada procura avaliar a eficiência dos produtores a partir do valor da produção gerada por meio da utilização de *inputs* produtivos (terra, trabalho e capital variável), condicionada por variáveis sócio-económicas, conforme será explicado abaixo. Assim, a eficiência técnica e de afectação serão avaliadas simultaneamente, uma vez que o valor da produção depende não somente de quantidades produzidas, mas também do conjunto de preços.

A análise de eficiência tem sido realizada a partir de duas abordagens: métodos econométricos e métodos não paramétricos *Data Envelopment Analysis* (DEA). O método econométrico tem sido conduzido com o uso de modelos estocásticos de fronteira de produção, e será utilizado no presente estudo.

13.5. Especificação econométrica do modelo

Os modelos de fronteira de produção estocástica podem ser especificados do seguinte modo:

$$Y_i = f(x_i;\beta).\exp(V_i - U_i) \text{ com } i = 1,\dots, N$$

em que Y_i representa a produção, x_i os inputs e β os parâmetros da produção. A parte aleatória V_i representa um ruído branco que desloca a função de produção potencial. A parte aleatória U_i representa a ineficiência técnica que se procura especificar dentro do modelo. A sua distribuição é unilateral não negativa e pode ser uma seminormal, uma exponencial ou uma normal truncada. A distribuição de V_i é bilateral e reflecte efeitos aleatórios, erros de medida e erros de variáveis omitidas.

Note-se que a fronteira de produção (estocástica) do modelo é dada pelo valor de:

$$Y_i^* = f(x_i;\beta).\exp(V_i).$$

O objectivo deste modelo é explicar a ineficiência técnica (ET_i) como uma componente aleatória, que é determinada pela relação entre a produção efectiva e potencial:

$$ET_i = {Y_i}/{Y^*},$$

$$ETi = {f(x_i,\beta).\exp(V_i - U_i)}/{f(x_i,\beta).\exp(V_i)} = \exp(-U_i)$$

O método de estimação de alguns modelos alternativos foi sugerido por SHARIF e DAR (1996) e WANG et al. (1996), como um método de dois passos (2SLS) em que se estimava primeiro a função de produção e depois se fazia uma regressão da ineficiência técnica (os erros) nas características dos agregados familiares. No entanto, as estimativas deste modelo, segundo COELLI (1996), são inconsistentes, por isso optou-se por um método de estimação de máxima verosimilhança (MV) (iterativo) em que a explicação da ineficiência técnica é dada por uma combinação linear das variáveis. O software mais popular e citado na literatura para a realização desse tipo de estimação é o FRONTIER 4.1.

O modelo aqui adoptado segue as especificações do Modelo 2 do Frontier 4.1, denominado de efeitos de eficiência técnica (ET_i) (BATTESE e COELLI, 1995). Pode ser escrito como:

$$Y_{it} = X_{it}\,\beta + (V_{it} - U_{it}),$$

onde Y_{it} é o produto em logaritmo gerado pela i-ésima empresa agrícola no período t; X_{it} é um (kx1) vector da quantidade de inputs da i-ésima firma no período t em logaritmo; β é um (kx1) vector de parâmetros desconhecidos; e V_{it} é uma distribuição *iid* e $N(0,\sigma_v^2)$; e U_{it} $\sim N^+(m_{it}, \sigma_u^2)$, onde $m_{it} = Z_{it}.\delta$, Z_{it} é um vector de variáveis específicas ao produtor que podem influenciar a sua eficiência produtiva, e δ é um vector de parâmetros que explica a eficiência. O software FRONTIER 4.1 fornece também a solução do modelo de STEVENSON (1980), que é apenas um caso particular em que T = 1, que é exactamente o nosso caso em estudo – trata-se de um modelo de única *cross section*.

A função de verosimilhança é explicada em função dos parâmetros da variância do modelo: $\sigma^2 = \sigma^2_u + \sigma^2_v$ em que $\gamma = \dfrac{\sigma^2_u}{\sigma^2_u + \sigma^2_v}$. Quando γ tende para 1, o modelo tem um bom ajustamento pois grande parte da variância do modelo é explicada pela variância dos componentes da ineficiência técnica.

Note-se que, no algoritmo presente no FRONTIER 4.1, primeiro é realizada uma estimativa de $0 < \gamma < 1$ para a função de máxima verosimilhança (MV), dados os β's estimados por OLS no arranque.

O modelo a estimar adopta uma função de produção do tipo Cobb-Douglas. A partir do original da especificação, aplicando-se logaritmos, temos:

$$\ln Y_i = \beta_0 + \sum_i \beta_i . \ln x_i + V_i - U_i$$

$$m_{it} = Z_{it}\delta$$

em que os x_i são os factores de produção, os z_i representam as variáveis explicativas da ineficiência técnica, e os ruídos u_i e v_i têm as propriedades já referidas. Os termos em β's referem-se aos parâmetros da função de produção propriamente dita, os termos em δ's referem-se aos parâmetros das variáveis explicativas da ineficiência técnica, tal como especificada anteriormente.

O QUADRO 9 apresenta as definições para o conjunto de variáveis utilizadas no modelo.

QUADRO 9: Definição das variáveis utilizadas no modelo de fronteira de produção para os beneficiários do PCT

	Variáveis da Função de Produção
VP	Valor da produção agropecuária, compreendendo a produção animal, vegetal, derivados e outros produtos; produção individual e em sociedade; monetária e não monetária. Valores em Reais correntes. Valor da produção destinada à venda obtida pelo valor declarado pelo produtor. Valor da produção não monetária (destinada ao auto-consumo) obtida pela imputação de preços na seguinte ordem de preferência: preços de venda declarados pelo beneficiário, quando parte da produção é vendida; média dos preços de venda declarados por outros beneficiários do mesmo projecto; média dos preços de venda declarados por outros beneficiários do mesmo município; idem para micro-região, meso-região, estado e conjunto dos cinco estados.
Terra	Área de terra utilizada com lavouras permanentes e temporárias, pastagem e área de quintal, em hectares.
Trab	Dias de trabalho no lote e fora do lote, mas dentro do projecto, de moradores do domicílio, terceiros e membros da família não residentes no domicílio.
Ins	Gasto total com inputs variáveis, tais como rações, silagem, palma, grãos, farelos, sal, vacinas e medicamentos, sementes, adubos e correctivos, agrotóxicos, embalagens, sacaria, combustíveis e lubrificantes e água para irrigação. Em Reais correntes.
	Variáveis explicativas da ineficiência técnica
MG	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários de Minas Gerais.
MA	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários do Maranhão.
CE	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários do Ceará.
BA	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários da Bahia.
ESC	Nível de escolaridade em anos de estudos do beneficiário.
AT	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários que obtiveram assistência técnica mensal entre Agosto/2002 e Julho/2003.
CRE	*Dummy* que assume valor 1 para beneficiários que obtiveram no mínimo uma aprovação de crédito rural (excepto PCT) desde o início do projeto até Julho/2003.
VPS	Valor da produção agropecuária, monetária e não monetária, obtida em sociedade, em Reais correntes.
AUTO	Valor da produção agropecuária destinada ao auto-consumo, em Reais correntes.

13.6. Análise descritiva das variáveis

Procedeu-se a uma breve análise descritiva dos dados.

Em seguida apresentam-se os quadros descritivos das variáveis mais relevantes no modelo e gráficos com a distribuição normal ajustada.

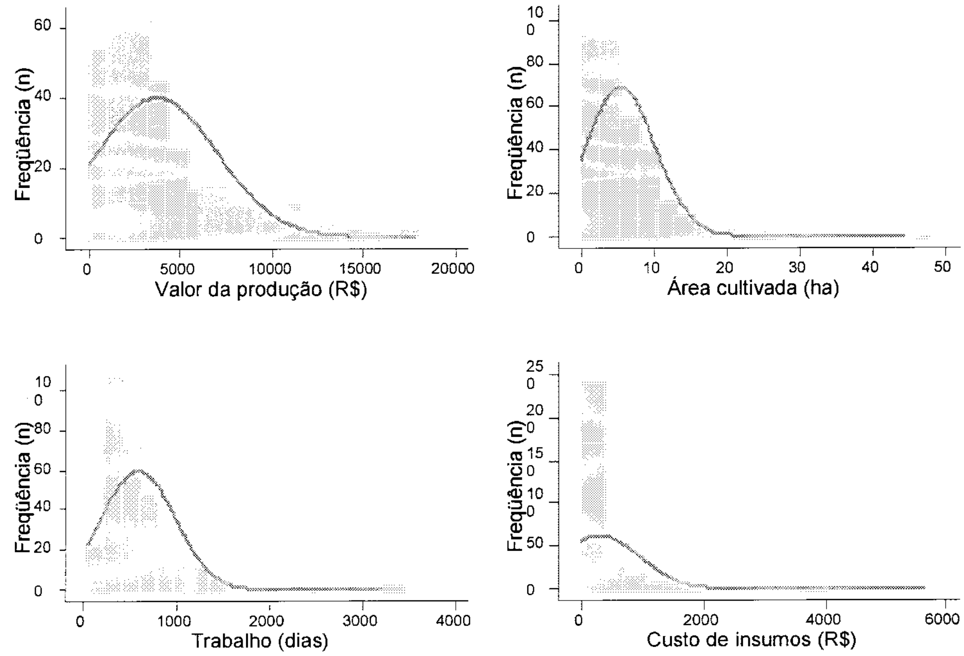
QUADRO 10: Estatísticas Descritivas do Modelo

Estatísticas descritivas do modelo			
Média Variável dependente		Desvio Padrão	C.dispersão
VP	3.760.02	3.304.87	88%
Variáveis da função de produção			
Terra (ha)	5.546109	4.752374	86%
Trabalho (dias)	593.0288	397.085	67%
Inputs ($R)	312.2208	672.4479	215%
Variáveis explicativas			
ESC (anos)	1.88179	2.725171	145%
VPS (R$)	541.6903	1265.965	234%
AUTO (R$)	1746.619	2016.401	115%
Nº Obs.	313		

No QUADRO 10 reporta-se que o valor da produção agropecuária tem uma elevada dispersão (88%), que a parcela média da terra é de baixa dimensão (5,5ha) com uma dispersão de 86%, o trabalho em dias é a variável que apresenta a menor dispersão (67%) de todas as variáveis em causa e os inputs têm uma elevada variabilidade (215%). Assim, conclui-se que na função de produção o elemento mais estável é o trabalho.

Quanto às variáveis explicativas, apenas foram analisadas as variáveis que não eram *dummies*, por a interpretação da média e desvio padrão ser mais intuitiva.

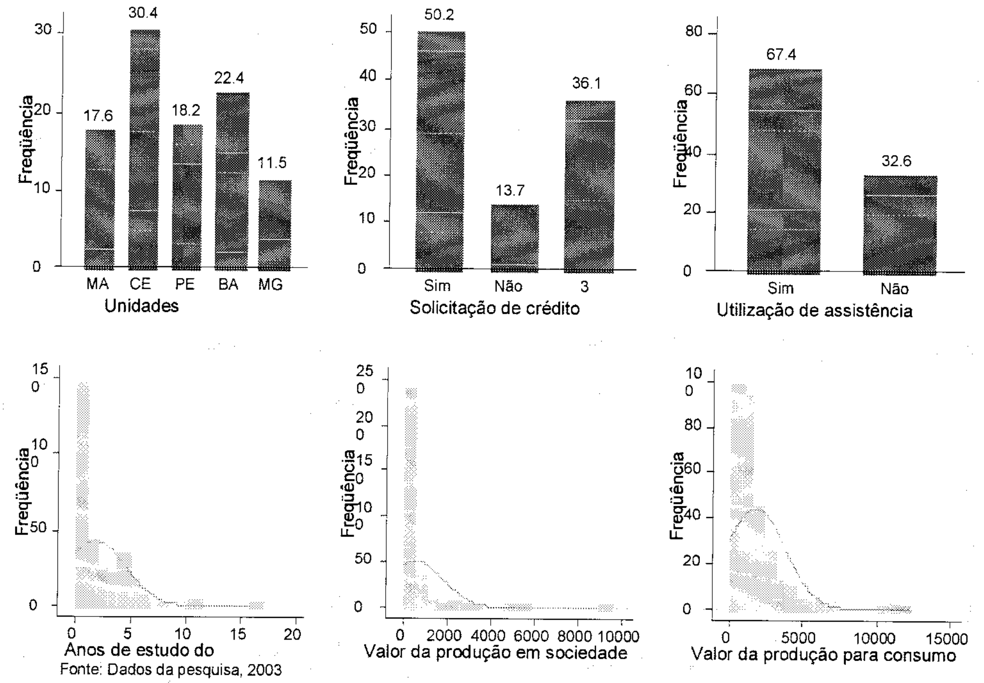
Assim, os anos de estudo têm um valor absoluto médio muito baixo (1,88 anos) com uma dispersão relativamente elevada (145%). É de salientar que o valor da produção social é o que apresenta o maior índice de dispersão (234%), enquanto o auto-consumo apresenta um valor médio mais elevado (R$ 1.746,00), mas com menor dispersão (115%).



Fonte: Dados da pesquisa, 2003

FIGURA 40: Distribuição das variáveis da função produção

A observação destes gráficos referentes à função de produção permite confirmar visualmente que o valor da produção e a área cultivada têm distribuições que se podem aproximar à distribuição normal truncada. A distribuição do trabalho apresenta dados mais concentrados em torno da média. No entanto, o custo de *inputs* apresenta uma distribuição muito concentrada em torno da primeira classe de frequências com uma dispersão muito elevada. Assim, será necessário numa fase posterior testar de facto a hipótese de normalidade das variáveis da função de produção - o que não foi feito por limitações de tempo. De qualquer modo estas variáveis garantiram um bom ajustamento do modelo de função de produção como se pode observar em seguida no QUADRO 11.



Fonte: Dados da pesquisa, 2003

FIGURA 41 - Distribuição descritiva das variáveis explicativas

O primeiro gráfico relativo à distribuição da amostra em relação às unidades federativas realça que a maior percentagem das observações é do estado do Ceará.

A solicitação de crédito pode ser interpretada como "Sim" (requereu crédito pelo menos uma vez), "Não" como não tendo requerido e "3" como não tendo recebido. No entanto a variável utilizada no modelo foi uma *dummy* simplificada de apenas "1" recebeu crédito e "0" não recebeu crédito.

A maior parte dos agregados familiares (cerca de 60% da amostra) recebeu assistência técnica. Entretanto, a variável que se utilizou no modelo de fronteira foi aquela que representa assistência técnica mensal (22% da amostra) - o que se veio a revelar-se determinante da ineficiência.

A distribuição dos anos de estudo revela-se enviesada em torno de valores abaixo da média dos 1,88 anos. Note-se que a importância da educação tem sido relevante na determinação dos rendimentos das famílias agrícolas tal como diversos estudos internacionais demonstram, daí a inclusão desta variável no modelo - vide KAGEYAMA e HOFFMAN (2000) para o Brasil. O referido estudo constata que a escolaridade acima do primeiro grau é um factor determinante do rendimento agrícola.

A distribuição do valor de produção em sociedade é muito enviesada e dificilmente se aplica uma distribuição normal.

O valor da produção para auto-consumo apresenta de novo um padrão de enviesamento abaixo dos valores da média.

13.7. Resultados do Programa Cédula da Terra

Os resultados da estimação dos parâmetros encontram-se no QUADRO 11. O valor encontrado para γ está próximo de 1 e significativamente diferente de zero, levando à conclusão de que existe elevado nível de ineficiência técnica e de afectação. A FIGURA 42 apresenta a distribuição dos beneficiários segundo o grau de eficiência medido pela relação entre a produção efectiva e potencial, ET_i, conforme definido acima. Nota-se maior concentração entre os níveis de eficiência de 60% a 80%, embora exista um grande número de produtores abaixo de 50%. Percebe-se, portanto, grande heterogeneidade e alta ineficiência.

QUADRO 11: Resultados do modelo de fronteira de produção

para os beneficiários do PCT

Parâmetro	Coeficiente	Erro padrão	*t-ratio*
	Função de Produção		
Const	0.81498234E+01	0.18336618E+00	0.44445620E+02[3]
Log Terra	-0.94764106E-09	0.15489413E-09	-0.61179921E+01[3]
Log Trab	0.32970832E+00	0.61786554E-01	0.53362471E+01[3]
Log Ins	0.35411607E-09	0.16372147E-09	0.21629177E+01[2]
	Variáveis explicativas da ineficiência		
Const	0.97548995E+00	0.81808204E+00	0.11924109E+01
MG	-0.10435214E-07	0.81683476E-08	-0.12775184E+01
MA	-0.88520603E-09	0.76959237E-09	-0.11502271E+01
CE	0.10847668E-07	0.53239732E-08	0.20375137E+01[2]
BA	0.73663693E-09	0.71537487E-09	0.10297216E+01
ESC	-0.15632321E+01	0.80377935E+00	-0.19448523E+01[1]
AT	-0.50202264E+01	0.24055359E+01	-0.20869472E+01[2]
CRE	-0.44089913E+01	0.19443393E+01	-0.22676039E+01[2]
VPS	-0.11723769E+01	0.56630320E+00	-0.20702283E+01[2]
AUTO	-0.18471073E+00	0.11115760E+00	-0.16617014E+01[1]
σ^2	0.27500643E+01	0.11017865E+01	0.24960047E+01[2]
γ	0.87437607E+00	0.53754672E-01	0.16266048E+02[3]
Log Função Verosimilhança		0.39807131E+03	
Teste LR (dist χ^2(12;1%)=26,12)		0.91367528E+02[3]	
Total observações		309	

[1] significativo a 10%

[2] significativo a 5%

[3] significativo a 1%

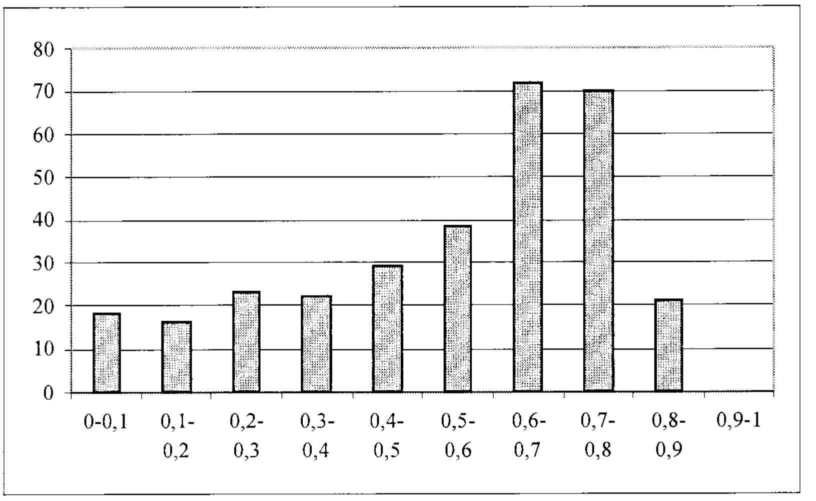


FIGURA 42: Frequência de beneficiários (número de beneficiários) segundo o valor de sua eficiência técnica (0 a 1)

No modelo especificado e estimado, o que explica a produção é essencialmente o trabalho, cujo parâmetro estimado é alto e significativo estatisticamente. A terra e os *inputs*, embora estatisticamente significativos, acabam por não ter peso significativo na determinação do valor da produção, pois os parâmetros estimados estão próximos de zero. Esse resultado é coerente para o público de assentados[60] da reforma agrária, que utiliza tecnologia intensiva em trabalho e baixo uso de *inputs* externos.

Deve-se atentar que a variável utilizada para representar o factor terra é de área utilizada e não área disponível. De acordo com o modelo estimado, aumento na área utilizada não acarretaria impactos significativos no valor da produção gerada, o que remete para outras variáveis de determinação desse valor, em especial aquelas relacionadas com a eficiência técnica e de afectação. A maioria dos assentados do PCT utiliza uma fracção ainda pequena da terra que tem disponível e, portanto, não teria limitações quanto ao crescimento da produção a partir desse factor. Entretanto, como será observado adiante, existe ainda grande espaço para crescimento da produção independente do crescimento da área explorada.

O nível de uso de *inputs* variáveis é ainda baixo ou quase nulo para a maioria dos assentados. A esse baixo nível de utilização, e de acordo com o modelo,

[60]"Assentados" é um termo brasileiro para os agricultores abrangidos pela reforma agrária.

elevações no valor da produção estão mais relacionadas com outros condicionantes, independentes do uso desses *inputs*.

As variáveis relevantes que reduzem a ineficiência técnica e de afectação e, portanto, seriam capazes de elevar o valor da produção utilizando a mesma base de recursos, são: a assistência técnica mensal, o nº anos de escolaridade (capital humano), crédito rural e a produção em sociedade (medida em valor).

A relação analítica de maior assistência técnica é directa, pois permite melhorar o nível de produção em vista do potencial, ou seja, usam-se novas técnicas e/ou tradicionais de modo mais eficiente, o que reduz o hiato perante a produção potencial. A assistência pode ter também um papel decisivo na escolha de produtos e/ou acesso a mercados e melhores preços, com impacto directo no valor da produção.

A existência de maior nível de escolaridade (uma das formas de capital humano) também reduz a ineficiência técnica e de afectação, pois permite maior acesso às técnicas mais modernas de uso da terra (por exemplo, químicos) e de organização do próprio processo produtivo. Maior nível de escolaridade tem sido também apontado na literatura como elemento importante para aumentar a capacidade de obter e processar informações, necessária seja para adopção de tecnologias da revolução verde seja de práticas sustentáveis de baixo uso de *inputs* externos. Além disso, permite acesso a melhores preços e adopção de produtos de maior valor.

A existência de crédito é também um factor que atenua a ineficiência técnica e de afectação, pois permite acesso ao uso de recursos, que efectivamente aumentam a produtividade da exploração agrícola, além da adopção de produtos de maior valor. Embora o capital variável (o que entra na função de produção) não seja significativo para explicar o valor da produção, este crédito destina-se também às despesas de investimento (capital fixo). O crédito reflecte, assim, a visão integrada do programa, conseguindo-se superar a questão da inexistência de colateral como garantia do empréstimo. O crédito pode estar relacionado ao acesso a melhores canais de comercialização e preços, dado que ao contrair-se uma dívida eleva-se o incentivo para geração de renda monetária. A consequência pode ser busca por melhores mercados, por valorização da produção e aumento na eficiência no uso dos recursos.

De acordo com o modelo, a ineficiência técnica e de afectação diminui quanto aumenta o valor da produção em sociedade. Esse facto está relacionado ao uso de recursos da associação, especialmente os recursos tornados disponíveis pelo PCT, que permitiram criar actividades de exploração em sociedade com maior disponibilidade de *inputs* fixos e variáveis, assistência técnica, melhor preparo do solo, pastagens, aquisição de animais de melhor padrão genético, acesso a mercados e melhores preços. Isso ocorre mesmo em situações onde a produção não é integralmente colectiva, ou seja, apenas os investimentos iniciais de abertura de campos, irrigação, etc. foram realizados em conjunto, para depois o campo ser dividido entre os parceiros com objectivo de produção individual.

O parâmetro do valor da produção para auto-consumo apresentou significância estatística mais baixa que os apresentados acima, mas não se pode desprezar essa variável enquanto determinante da ineficiência, mesmo a um nível de confiança mais baixo. O sinal negativo de AUTO revela que o aumento da produção destinado ao auto-consumo reduz o nível de ineficiência técnica e de afectação. Isso reforça a conclusão de que o aumento desse rendimento de subsistência permite que o produtor, ao escapar de uma armadilha de pobreza e assegurar um nível mínimo de subsistência, reúna recursos para produzir mais eficientemente.

As variáveis que apresentaram significância estatística muito baixa foram: *dummies* para Minas Gerais, Maranhão e Bahia. A regionalização por estado não é uma boa especificação para estabelecer diferenças na eficiência técnica e de afectação. Existe heterogeneidade em termos de sistemas de produção mesmo dentro dos estados. O modelo poderá ser melhorado a partir do uso de *proxies* que possam representar áreas com menor heterogeneidade ou sistemas de produção específicos. Mesmo o coeficiente do Ceará, que apresentou boa significância estatística, tem seu valor está próximo a zero, ou seja, não revela impacto sobre a ineficiência.

Por questão de multi-colinearidade não se inclui a *dummy* Estado de Pernambuco, o que poderia ser relevante dada à seca nesse estado no período da amostra. A análise de *dummies* é exactamente a diferenciação face ao estado omitido: Pernambuco.

É de salientar que, comparando as variáveis que explicam a ineficiência técnica, as que têm um maior impacto são a assistência técnica mensal, o crédito e os anos

QUADRO 12- Modelo de fronteira da produção agropecuária

TRANSLOG

Variável dependente: Log (prod agropecuária)

Parâmetro	Modelo	Coeficiente	Erro padrão	t-ratio	Variáveis
β_0	Geral	8,21E-02	1,00E+00	8,21E-02	Constante
	MG	2,68E+00	9,97E-01	2,69E+00(3)	
	MA	7,69E+00	3,94E-01	1,95E+01(2)	
	CE	9,35E+00	1,02E+00	9,15E+00(3)	
	BA	1,00E+01	2,61E-01	3,85E+01(3)	
	PE	6,74E+00	1,00E+00	6,74E+00(3)	
β_1	Geral	-1,00E-09	2,57E-04	-3,89E-06	Log(terra)
	MG	-1,00E-10	5,00E-09	-2,24E-01	
	MA	-7,00E-10	2,00E-10	-3,34E+00(3)	
	CE	-1,30E-09	2,00E-10	-6,48E+00(3)	
	BA	-1,46E-09	2,25E-10	-6,48E+00(3)	
	PE	-6,85E-10	4,81E-03	-1,42E-07	
β_2	Geral	3,47E-01	1,00E+00	3,47E-01	Log (trabalho)
	MG	7,93E-01	2,18E-01	3,63E+00(3)	
	MA	-4,14E-02	1,15E-01	-3,60E-01	
	CE	-2,51E-02	4,07E-01	-6,18E-02	
	BA	6,66E-01	3,69E-02	1,81E+01(3)	
	PE	1,24E+00	1,00E+00	1,24E+00	
β_3	Geral	3,40E-10	6,90E-04	4,99E-07	Log(K circ)
	MG	3,00E-10	4,00E-10	7,11E-01	
	MA	-2,10E-09	2,00E-10	-8,51E-01	
	CE	-1,30E-10	4,00E-10	-3,26E-01	
	BA	1,28E-09	2,16E-10	5,94E+00(3)	
	PE	1,08E-09	2,10E-02	5,13E-08	
β_4	Geral	1,90E-09	8,75E-01	2,10E-08	Log(Terra)^2
	MG	9,04E-01	4,36E-01	2,08E+00(2)	
	MA	3,60E-09	6,70E-09	5,36E-01	
	CE	-4,64E-01	3,33E-01	-1,39E+00	
	BA	-1,77E-01	4,45E-02	-3,97E+00(3)	
	PE	2,18E-08	5,41E-01	4,04E-08	
β_5	Geral	1,00E-10	3,35E-04	3,20E-07	Log(trabalho)^2
	MG	2,00E-09	5,00E-09	3,58E+00(3)	
	MA	-2,80E-10	3,00E-10	-1,08E+00	
	CE	-1,50E-09	3,22E-10	-4,90E-01	
	BA	4,04E-10	1,73E-10	2,34E+00(3)	
	PE	3,21E-10	2,16E-02	1,48E-08	
β_6	Geral	6,70E-10	4,52E-01	1,50E-09	Log(K circ)^2
	MG	9,19E-02	3,44E-02	2,67E+00(3)	
	MA	-4,50E-09	3,60E-09	-1,24E+00	
	CE	4,25E-02	2,87E-02	1,48E+00	
	BA	7,04E-02	1,77E-02	3,97E+00(3)	
	PE	7,69E-09	1,47E-01	5,22E-08	
β_7	Geral	-5,00E-11	1,66E-04	-3,00E-07	Log(Terra)
	MG	3,50E-10	3,90E-10	8,96E-01	
	MA	8,50E-10	2,40E-10	3,48E+00(3)	
	CE	2,08E-11	2,19E-10	9,47E-02	X
	BA	-5,83E-10	8,95E-11	-6,52E+00(3)	Log(Trabalho)
	PE	-4,59E-10	9,90E-03	-4,64E-08	
β_8	Geral	-4,95E-02	1,00E+00	-4,95E-02	Log(Terra)
	MG	-1,11E-01	1,74E-01	-6,41E-01	
	MA	6,95E-02	3,28E-02	2,12E+00(2)	
	CE	1,69E-01	1,47E-01	1,15E+00	X
	BA	-1,80E-01	7,18E-04	-2,50E+02(3)	Log(K circ)
	PE	-2,64E-01	1,00E+00	-2,64E-01	
β_9	Geral	-5,00E-11	4,05E-04	-1,29E-07	Log(Trabalho)
	MG	-8,40E-10	5,00E-09	-1,60E+00	
	MA	-3,80E-10	2,70E-10	-1,42E+00	
	CE	2,66E-10	2,66E-10	9,98E-01	X
	BA	-1,26E-09	6,34E-12	-1,99E+02(2)	Log(K circ)
	PE	-2,94E-10	3,37E-02	-8,72E-09	
β_{10}	Geral	6,66E-03	1,00E+00	6,66E-03	
	MG	-2,74E-02	4,86E-02	-5,64E-01	Log(Terra)
	MA	1,75E-02	9,26E-03	1,89E+00	X
	CE	3,97E-02	3,05E-02	1,30E+00	Log(Trabalho)
	BA	n.a.	n.a.	n.a.	X
	PE	5,19E-03	1,00E+00	5,19E-03	Log(K circ)

n.a.- não aplicável –a matriz não era invertível

FONTE: Cálculos próprios do autor com FRONTIER 4.1.

Modelo de fronteira da produção agropecuária

TRANSLOG

Factores explanatórios da Ineficiência

Parâmetro	modelo	Coeficiente	Erro padrão	t-ratio	Variáveis
δ_0	Geral	2,00E-17	1,00E+00	2,00E-17	Constante
	MG	3,13E+00	1,23E+00	2,55E+00(3)	
	MA	-1,70E+00	2,25E+00	-7,57E-01	
	CE	2,51E+00	1,18E+00	2,13E+00(2)	
	BA	2,11E+00	1,59E+00	1,33E+00	
	PE	2,04E-17	1,00E+00	2,04E-17	
δ_1	Geral(+)				Dummies
	MG(+)	-6,40E-09	2,29E-02	-2,80E-07	
	MA(+)	-6,00E-15	1,00E+00	-6,00E-15	
	CE(+)	3,30E-09	8,56E-02	3,30E-09	
	BA(+)	-1,00E-16	1,00E+00	-1,00E-16	
	PE	-	-	-	n.a.
δ_2	Geral	-1,00E-10	2,84E-02	-3,60E-08	Escolaridade
	MG	-1,90E-08	9,00E-08	-2,04E+00(2)	
	MA	-3,00E-08	3,00E-08	-1,03E+00	
	CE	-1,57E-08	7,08E-09	-2,21E+00(2)	
	BA	-8,39E-02	5,86E-02	-1,43E+00	
	PE	-4,04E-09	3,65E-01	-1,11E-08	
δ_3	Geral	-1,00E-15	1,00E+00	-1,00E-15	Assist. Tec.
	MG	-2,50E-02	1,96E-02	-1,28E+00	
	MA	-2,58E-02	5,63E-02	-4,58E-01	
	CE	-1,38E-01	2,69E-02	-5,13E+00(3)	
	BA	-1,14E-08	9,19E-09	-1,24E+00	
	PE	-4,25E-15	1,00E+00	-4,25E-15	
δ_4	Geral	4,00E-11	2,61E-02	1,60E-09	Crédito
	MG	-4,40E-09	2,60E-08	-1,66E+00(1)	
	MA	-5,90E-10	8,00E-09	-7,89E-02	
	CE	-5,91E-09	3,17E-09	-1,86E+00(1)	
	BA	4,72E-03	2,68E-02	1,76E-01	
	PE	-6,11E-10	7,30E-01	-8,37E-10	
δ_5	Geral	-8,00E-15	1,00E+00	-8,00E-15	Associativa
	MG	1,22E-02	1,08E-01	1,13E-01	
	MA	-2,11E-01	1,44E-01	-1,47E+00	
	CE	7,31E-02	1,13E-01	6,45E-01	
	BA	1,66E-09	2,03E-09	8,18E-01	
	PE	-1,49E-16	1,00E+00	-1,49E-16	
δ_6	Geral	-1,80E-09	1,41E-01	-1,30E-08	Subsistência
	MG	-6,70E-09	2,90E-08	-2,29E+00(3)	
	MA	5,70E-09	3,00E-09	1,52E+00	
	CE	6,73E-10	8,67E-10	7,77E-01	
	BA	4,94E-02	3,31E-02	1,49E+00	
	PE	-7,28E-10	1,31E-01	-5,57E-09	
γ	Geral	0,85	1,00E+00	8,50E-01	
	MG	0,986	6,79E-02	1,45E+01(1)	
	MA	0,943	4,70E-02	2,01E+01(2)	
	CE	0,577	1,41E-01	4,08E+00(1)	
	BA	1,00	1,40E-06	7,13E+05(3)	
	PE	0,85	1,00E+00	8,50E-01	
σ^2	Geral	2,21E+00	1,00E+00	2,21E+00(2)	
	MG	3,41E-01	1,23E-01	2,77E+00(3)	
	MA	1,42E+00	9,23E-01	1,53E+00	
	CE	5,78E-01	1,93E-01	3,00E+00(3)	
	BA	4,55E+00	1,06E+00	4,27E+00(3)	
	PE	2,14E+00	1,00E+00	2,14E+00(2)	
LR	Geral	37,0			
	MG	31,5			
	MA	29,5			
	CE	27			
	BA	29,7			
	PE	7,61			
N	Geral	309			
	MG	35			
	MA	54			
	CE	95			
	BA	70			
	PE	55			

(1), (2), (3) t-ratios significativos a 10%, 5% e 1%.
(+) Neste caso trata-se das *dummies* por estado do modelo translog geral

Obviamente não se aplica à translog de cada estado.

A análise mais detalhada deste quadro permite-nos concluir o seguinte:

- A função ***translog geral*** (ie para todos os cinco estados da amostra) não é significativa. Se analisarmos a primeira coluna do QUADRO 12, dos coeficientes a negrito, nenhum deles é significante a 1%, 5% ou eventualmente a 10%. Se analisarmos a segunda coluna (ainda para o caso geral da translog) onde se elencam os factores explicativos da ineficência técnica, nenhum deles é significante. No entanto o parâmetro σ^2 que reflecte a variância global (i.e. a explicada e inexplicada) é significante a 5%. No entanto pelo processo econométrico normal de abordagem do geral para o particular, em que se vão eliminando os parâmetros não significantes, ficaríamos apenas com a variância total, mas, paradoxalmente, sem modelo. Desse ponto de vista, para uma análise global, a função Cobb-Douglas antes estimada no QUADRO 11 é efectivamente um melhor instrumento de trabalho. Note-se que o parâmetro γ que nos dá a percentagem da ineficiência técnica explicada pelo modelo *translog* (geral) seria de 85%, no entanto, este parâmetro pelo teste de t-ratio não é significativamente diferente de zero.

- Das funções para cada estado, apenas sobrevive à análise de significância dos parâmetros a ***função translog da Bahia***. Curiosamente, a função *translog* Bahia tem coeficientes significativos a 1%; a constante, os logaritmos da terra, do trabalho, do capital circulante, os logaritmos ao quadrado da terra, do trabalho, do capital circulante e ademais, os termos cruzados logaritmo da terra pelo logaritmo do trabalho (apesar de significante é nulo) e, a 5% de significância, o logaritmo do trabalho pelo logaritmo do capital circulante. Note-se no entanto que as variáveis que explicavam a ineficiência técnica geral (i.e. de toda a amostra, do caso Cobb-Douglas), neste caso particular da *translog* da Bahia não são significantes. Apesar de esta função *translog* da Bahia ser, claramente, o melhor ajustamento dos Estados, pois, apesar de as variáveis da segunda coluna (as tais da ineficiência técnica) não explicarem a ineficiência, as variáveis inicialmente escolhidas para a função translog da Bahia, o ajustamento explicado pelo modelo é de 1 (i.e. 100%).

Uma das conclusões que se pode inferir é que no caso da Bahia, a especificidade dos dados se adaptam mais facilmente a esta forma funcional geral - a da *translog*.

Uma outra pequena ressalva tem a ver com o facto de a *translog* do estado do Maranhão (MA) também tem algumas variáveis significantes: a constante (a 5%), o logaritmo da terra (1%), o logaritmo da terra pelo logaritmo do trabalho (1%), o logaritmo da terra pelo logaritmo do capital circulante (5%). O parâmetro γ que nos dá a percentagem da ineficiência técnica explicada pelo modelo *translog* do Maranhão (face ao total) é de 94,3%. Este é o único parâmetro significativo na segunda coluna (i.e. de explicação da ineficiência técnica) do modelo *translog* Maranhão.

Convém ainda referir que o estado de Minas Gerais (MG) também teve algumas variáveis significantes: a constante (a 1%), o logaritmo do trabalho (1%), o logaritmo da terra ao quadrado (5%), o logaritmo do trabalho ao quadrado (1%) e o logaritmo do capital circulante ao quadrado (1%). Curiosamente, este modelo *translog* de Minas Gerais, é o que apresenta uma explicação da ineficiência técnica (medido pelo parâmetro γ) da ordem dos 98,6% (significante a 10%), em que as variáveis significantes nesta explicação são respectivamente, uma constante (1%), a escolaridade (5%), e o crédito (10%)

Assim a conclusão geral é a de que o modelo inicial da Cobb-Douglas, QUADRO 11, apesar das suas limitações quanto à forma funcional se adapta melhor à amostra global. Para o caso específico de cada estado, apenas recomendaríamos o uso da *translog* para explicar a ineficiência técnica no estado da Bahia.

A resolução dos detalhes de cada estado implicaria provavelmente a adopção de formas funcionais diferentes para cada estado e, eventualmente, a re-adequação de inquéritos a cada uma das realidades em causa. Objectivos claramente para além deste estudo, já que o principal objectivo se prende exactamente com o encontrar traços comuns e a concatenação de ideias, que possam servirem de peças basilares, de política da gestão da terra no NE brasileiro e não só.

13.9. Considerações finais sobre o Cédula

Para gerar valor de produção, os beneficiários do PCT dependem principalmente do uso mais intensivo do trabalho disponível, recurso que mais dispõem a custo baixo. O uso de *inputs* variáveis e da terra não se revelou como determinante da produção. Isso explica-se por várias razões. De um lado, o nível tecnológico dos produtores ainda é muito baixo. Como já salientado por BUAINAIN et al. (1999a,1999b, 2002), os beneficiários enfrentam restrições de crédito para realizar os investimentos necessários para mudar qualitativamente a estrutura produtiva, e os recursos do crédito não se mostraram suficientes, na maioria dos projectos, para cobrir o pacote mínimo de investimentos produtivos. Esta restrição implicou uma adopção parcial e fragmentada de tecnologias com potencial para causar um impacte, de forma mais substantiva, na produção (em geral a aquisição de uma máquina, ou a instalação de alguma infra-estrutura de irrigação, mas raramente o pacote completo). De outro lado, muitos dos investimentos que incorporam um novo patamar tecnológico ainda não amadureceram, e por isto a produção corrente continua, em grande medida, resultado dos sistemas tradicionais adoptados pelos produtores familiares da região. Como é sabido, esses sistemas utilizam pouca, e em muitas áreas nenhuma, tecnologia e *inputs* externos, e respondem fundamentalmente ao uso do factor trabalho.

Por sua vez, o facto da produção não responder à terra utilizada, aparentemente um paradoxo, tem explicações bastante simples. Os sistemas utilizados são baseados em consórcios de várias culturas e em rotação com criações de animais. Os produtores cultivam fatias da área declarada como cultivada ou em produção, o que reduz a sensibilidade desta às variações de área. A investigação não logra captar o nível de utilização da terra declarada como cultivada, nem o nível efectivo de utilização da área de pastagem. Outra explicação relevante é a sensibilidade da produção às variações das condições do meio ambiente e às oscilações do clima. Maiores áreas em utilização em certas regiões do semi-árido, com baixa produtividade, convivem com outras onde a produção é mais intensiva. Mais do que um erro de investigação, o resultado reflecte o facto de que as maiores áreas são utilizadas em sistemas extensivos, de baixa geração de valor, e as menores áreas, muitas de várzeas, tendem a ter uma utilização mais intensiva. Daí o peso determinante do factor trabalho na geração do valor da produção.

Este resultado não pode ser utilizado para justificar o abandono do uso de *inputs* ou de uma estratégia para viabilizar o uso mais intensivo da terra. Note-se que o resultado reflecte, antes de qualquer coisa, um conjunto de restrições ao uso destes factores —e não uma racionalidade intrínseca dos produtores—, por isso o nível de utilização existente é baixo e seu impacto residual. Terra é um factor que existe em reserva e certamente será determinante na expansão da produção, mas não necessariamente do valor da produção, conforme identificado no modelo.

O facto de a função de produção ser apenas função do trabalho é consistente com a análise de que um uso mais intensivo do trabalho levaria a um caminho de expansão em que a regra óptima seria a produtividade marginal do trabalho igual ao salário. Como a produtividade marginal do trabalho é bastante baixa, esta análise é coerente com a existência de baixos salários em equilíbrio no mercado de factor.

No nível actual de produção, a terra e o capital não se colocam como restrições activas na função de produção, o que tem a ver com a subutilização do solo (como se pode constatar na análise entre a fracção ideal da terra a usar e a efectivamente usada). Estimaram-se ainda modelos usando a fracção ideal da terra (em vez da efectiva) e os resultados reportados no QUADRO 11 não se alteraram qualitativamente.

A análise da eficiência técnica destaca elementos importantes para compreender as limitações da produção. Em primeiro, destaca-se o facto de que os dois principais factores que reduzem a ineficiência são a assistência técnica (mensal) e o acesso ao crédito. Deve-se chamar a atenção para a reconhecida precariedade do serviço de assistência técnica na maioria dos estados, e que ainda assim os produtores que receberam visitas mensais, provavelmente os melhores atendidos, reduziram o grau de ineficiência técnica e económica. Trata-se de mais uma confirmação de facto sobejamente conhecido e exaustivamente repetido na literatura e nas reivindicações políticas dos agricultores. Revela e confirma que os produtores enfrentam severas restrições externas para o uso eficiente dos seus recursos, e que o acesso à terra, por si só, não é suficiente para garantir nem níveis elevados de produção nem o uso eficiente dos recursos. Em segundo lugar, a análise confirmou a importância da educação, mesmo nos níveis tão baixos de escolaridade que caracteriza a população de beneficiários do Cédula. A educação interage com a assistência técnica, facilitando a aprendizagem e a absorção de novos conceitos, e também contribui para melhorar o acesso ao crédito, sem falar no acesso aos mercados em geral.

A principal conclusão em termos de políticas a implementar é a de que se deveria reforçar o crédito e a assistência técnica como prioridades de primeira linha na redução da ineficiência técnica. Em segundo lugar, reforçar as políticas de educação, com resultados a longo prazo. Essas variáveis condicionam a capacidade de obter melhores preços, alcançar melhores mercados, adoptar produtos e técnicas que elevam não apenas a produtividade, mas também o valor alcançado pela produção.

Assim claramente demonstramos empiricamente que as variáveis que havíamos modelado teoricamente do capital humano geral (educação, i.e. literacia e numeracia) e específico (assistência técnica) e o crédito, têm um papel chave na redução da ineficiência técnica do programa de reforma agrária e na saída dos equilíbrios de pobreza.

13.10. Limitações da análise

O modelo apresentado poderá ser melhorado pela incorporação de variáveis que expressem sistemas de produção e/ou ambientes regionais distintos, proximidade de mercados e outras variáveis que melhor diferenciem o ambiente sócio-económico. Além disso, as variáveis estabelecidas para estimar a função de produção podem ser reestruturadas para reflectir produtos e *inputs* (terra, trabalho e capital) derivados da produção individual e colectiva, ou mesmo para sistemas de produção distintos. Limitações de dados impediram que esses procedimentos fossem testados.

PARTE VI : CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

14. CONCLUSÕES

15. PERSPECTIVAS FUTURAS

14. Conclusões

> *"ROCHA DE SOUSA (2005) examines whether instituting land reform (an issue especially relevant in Latin America) will accelerate or decelerate growth. Land reform splits large properties run by well educated owners into smaller properties run by uneducated farmers. Hence, a trade-off. Splitting up large properties increases competition and efficiency while at the same time entails the loss of human capital. The relative size of the two effects will determine the effect of land reform on growth." In* ROUFAGALAS (2006, p.3) sobre um dos artigos de ROCHA DE SOUSA (2005).

14.1. Conclusões gerais

Relembremos que partimos no início da tese da seguinte definição de reforma agrária:

> CAIXA 1 - Nossa definição de reforma agrária:
>
> A ***reforma agrária*** resulta *de uma simples redistribuição (repartição) de terra de um latifúndio em vários minifúndios com dois objectivos, normalmente em conflito na teoria económica: i) atingir* **mais equidade,** *com* **redução de pobreza,** *e ii) simultaneamente* ***reduzir a ineficiência*** *da exploração da terra.*

Relembremos o nosso **objectivo** central, a questão estruturante e unificadora de toda a tese, e a que procurámos responder é:

> *CAIXA 2 - Objectivo da tese:*
>
> ***Quais são as condições económicas para uma reforma agrária ser bem sucedida?***

Porquê esta questão central e unificadora? Porque normalmente as RA costumam ser um falhanço. Se descortinarmos as razões desse falhanço, talvez consigamos assegurar condições de viabilidade de futuras e presentes reformas agrárias (nomeadamente as em curso no Brasil).

É bem conhecido da teoria do equilíbrio geral que soluções eficientes nem sempre são equitativas, o que constitui um dos pontos fundamentais do *trade-off* eficiência versus equidade.

Com a ***motivação*** de perceber o *trade-off* eficiência e equidade nos mercados agrícolas de países em vias de desenvolvimento; com o ***objecto*** de estudo da tese, i.e. a reforma agrária entendida como divisão e parcelamento das terras latifundiárias em minifúndios, e com o ***objectivo*** citado em mente, podemos então passar à resposta a esta questão.

Nesta tese debruçámo-nos sobre as condições de sucesso de uma reforma agrária. Entendemos a reforma agrária como um processo de redistribuição fundiária de latifúndios para minifúndios. Desta forma, concentrámo-nos sobre os problemas da eficiência e da equidade nos mercados agrícolas, dando ênfase especial à reforma agrária.

Esta tese esclarece se o facto de implementar uma reforma agrária (uma questão particularmente relevante na América Latina) acelerará ou desacelerará o crescimento económico. A reforma agrária reparte latifúndios geridos por empresários com instrução em minifúndios geridos por "campesinos" não instruídos, daí resultando um *trade-off*. Repartir latifúndios aumenta a eficiência e a concorrência mas ao mesmo tempo leva à perda de capital humano. A dimensão relativa dos dois efeitos determina qual o efeito da reforma agrária no crescimento.

Nas explorações "campesinas" as famílias não têm dotação de capital humano nem de capital físico.

Os problemas com o capital físico são a responsabilidade limitada (*"limited liability"*) e a falta de liquidez, o que leva à necessidade de "colateral" para obter empréstimos.

Estas explorações "campesinas" também não têm rentabilidade suficiente para poder empregar capital humano altamente qualificado. Assim, os próprios campesinos terão de passar por um processo de aprendizagem.

O tema aqui tratado, i.e. a análise do capital humano na reforma agrária é, na verdade, um tema praticamente ignorado pela literatura económica, o que é paradoxal, dado o interesse da questão, sobretudo ao nível de países que passaram, ou, eventualmente, passarão, por uma reforma agrária.

GERBASCH e SIEMERS (2005) é um dos poucos estudos contemporâneos a esta tese que analisa a questão dos *start-up costs* e o papel do capital humano na reforma agrária. A sua abordagem utiliza os modelos de gerações sobrepostas (OLG-Overlapping Generations). GERBASCH e SIEMERS (2005) demonstram que há um nexo de relação causal entre transferências da terra (reformas agrárias) e a formação de capital humano. Daí que uma redistribuição sucessiva de terras permite aos seus beneficiários educar as suas crianças, escapar da pobreza e evitar o trabalho infantil. Estes autores concluem, na sua análise, que o acesso livre ao mercado de terras deveria ser evitado durante algum tempo. Mais ainda, é inevitável a existência temporária de um estado de desigualdade entre os pobres. Finalmente, concluem que há uma transição de uma sociedade rural pobre para uma sociedade mais desenvolvida e fundada no capital humano, a partir das reformas agrárias.

O problema dinâmico da reforma agrária é abordado na nossa tese através de dois modelos: o modelo de ARROW adaptado ao capital humano e o modelo de JOVANOVIC de entrada e saída de empresas.

Partimos da hipótese de que o capital humano sofre um choque estrutural quando ocorre a reforma agrária. Ou seja, há uma perda de capital humano quando os latifundiários instruídos são substituídos pelos campesinos com baixo nível de instrução.

Do modelo de ARROW adaptado ao capital humano e ao caso da reforma agrária, podemos concluir o seguinte: i) o sucesso da reforma agrária depende da acumulação do conhecimento dos campesinos em relação aos latifundiários (efeito por nós definido como efeito de herança); e ii) a subida dos salários em contexto de reforma agrária, torna-a não viável economicamente. Ou seja, para a viabilidade da reforma agrária é necessário que se mantenha uma certa rentabilidade da exploração agrícola, o que implica que a trajectória dos custos não ultrapasse a trajectória das receitas. No caso do factor trabalho, isto implica uma certa contenção da evolução salarial.

Seguidamente abordámos o modelo de JOVANOVIC. De facto, o processo de reforma agrária é um processo intrinsecamente dinâmico, mas que se caracteriza também pelo facto da distribuição das empresas poder variar substancialmente ao longo do tempo. Haverá explorações agrícolas que fecham, i.e. os campesinos abandonam a terra e outras explorações que com sucesso vão crescendo. Este processo é pois de natureza estocástica, com choques comuns e idiossincráticos e cuja evolução depende não só da capacidade intrínseca de cada campesino, mas também das economias de escala dinâmicas.

Para além destes modelos dinâmicos, os modelos estáticos permitem caracterizar a importância dos *start-up costs* neste processo, os quais têm que ver com o nível de capital humano, que permite uma determinada produtividade do campesino à partida no processo de reforma agrária, e que afecta o nível de subsistência da família do campesino.

A parte empírica confirma em grande parte os resultados teóricos.

Procedemos à análise empírica de um programa de reforma agrária concreto, baseado em mecanismos de mercado, o Programa de Cédula da Terra (PCT) do Brasil. Para aferir a sua eficiência técnica recorreu-se à estimação de uma fronteira de produção estocástica. Os resultados mostram que as variáveis capital humano específico (assistência técnica) e geral (educação), o crédito, a produção em sociedade (associação de agricultores) e a produção para auto-consumo (subsistência) reduzem a ineficiência técnica do programa.

A principal conclusão da tese é a de que as políticas económicas de "primeira linha" devem ser o acesso ao crédito e a assistência técnica, e a mais longo prazo, o fomento do capital humano, com o fim último de libertar do equilíbrio de pobreza os agricultores campesinos de modo a contribuírem para um crescimento económico sustentável, e se possível, na verdadeira acepção do termo, verdadeiro desenvolvimento económico.

14.2 Conclusões detalhadas

Nos capítulos 6, 7, 8, 9, 10 e 11 estão contidos o grosso da contribuição teórica da tese. Apresentam-se dois tipos de contribuição teórica face à questão da reforma agrária (RA): os modelos estáticos (cap.6 a 9) e os modelos dinâmicos de RA (cap. 10 e 11) baseados sempre na ideia de "start-up costs" ou "thresholds" (limiares) a serem atingidos num contexto inovador de capital humano.

Na **vertente estática** apresentam-se, no capítulo 6, quatro modelos de "start-up cost", em que o capital humano é uma variável chave na saída dos equilíbrios de pobreza. O modelo 1 compara os latifundiários face aos minifundiários face ao acesso ao capital humano. Em seguida apresenta-se um modelo 1 generalizado em que o "start-up cost" já não é fixo, mas sim variável. Neste contexto aproveitámos para introduzir três tipos de parcelas que têm lugar na RA: os latifúndios, os meso-fúndios e os micro-fúndios. O modelo 2 de "start-up cost" alternativo desta secção é uma contribuição teórica interessante, pois com uma simples análise marshalliana de bem-estar (estática) podemos contrapor dois tipos de efeito: um *efeito pró-eficiência* (de passar de monopólio para concorrência perfeita) e um *efeito pró-aprendizagem* (de redução do custo marginal associado à passagem de pequenos agricultores para latifundiários e o subsequente ganho de capital humano). Consoante o efeito pró-eficiência domine, ou não, o efeito pró-aprendizagem, então a RA é desejável, ou não.

No capítulo 7 utilizou-se uma forma funcional específica, a função Stone-Geary, como forma de modelar o limiar de acesso ao nível de rendimento que rentabiliza a terra. Esboçámos duas conclusões. Se houver rendimentos crescentes à escala ($\mu > 1$) então não vale a pena fazer RA tradicional, pois os dois efeitos: ganhos de escala e rentabilização do capital humano operam no mesmo sentido - i.e. a política óptima de afectação da terra é *pró-latifundiária*. No outro caso, em que há rendimentos decrescentes à escala ($0<\mu<1$), há dois efeitos contraditórios: o ganho de escala que induz a redução do tamanho da propriedade, e o efeito de exceder o "threshold" de capital humano que induz a aumentar o tamanho da parcela - assim a política óptima é a referida no texto - *política pró-mesofundiária*, i.e. de dimensão média da propriedade.

No capítulo 8 faz-se uma análise detalhada do modelo de "start-up cost" a quatro variáveis. Obtém-se as condições de primeira ordem para diferentes cenários, para o óptimo social, i.e. uma afectação óptima via "planner" para os três tipos de parcelas de reforma agrária. O QUADRO 3 resume esta informação sobre essas mesmas condições. Note-se que as afectações de mercado podem ser recuperadas, na ausência de falhas de mercado, pelo Segundo Teorema Fundamental de Bem-Estar da Microeconomia.

O capítulo 9 introduz duas outras contribuições em termos de modelo de crédito, procedendo-se a uma extensão do modelo de crédito de BHADURI (1977) e, criando-se um outro modelo de crédito a duas fases com capital humano - secção 9.5.

Na segunda grande linha de contribuição teórica da tese, seguem-se os **modelos dinâmicos**, com duas sub-vertentes: a) uma vertente de RA baseada em ARROW (1962) e aplicando-se o seu modelo de "learning by doing" (LBD) no capítulo 10, e b) uma vertente de análise de eficiência dinâmica da empresa baseada no modelo de JOVANOVIC (1982) no capítulo 11. Na nossa extensão do Modelo de ARROW à RA, conseguimos definir um Limiar Dinâmico de Recuperação de Reforma Agrária (LDRRA), e o subsequente espaço de Conjunto de Possibilidades de Reforma Agrária (CPRA). Estabelecemos também duas proposições sobre a viabilidade de recuperação de RA face à evolução dos salários *ex-post* RA. Por outro lado, também se fez uma análise similar para a evolução da taxa de desconto inter-temporal. Ainda na nossa versão do modelo de ARROW, analisamos o que ocorre se os agrónomos, ao serem substituídos pelos feitores, deixarem uma "herança" de capital humano, i.e. se a destruição do capital humano com o processo de RA for apenas parcial e quantificada pela taxa de literacia (η no nosso modelo). Isto permite-nos estabelecer a ***Proposição 5***: Quanto maior a taxa de literacia maior a possibilidade de recuperação de RA, logo mais viável se torna RA e dá-se uma expansão do CPRA.

Procedemos, ainda no contexto ARROWIANO, à questão da viabilidade financeira da RA, tendo em atenção a avaliação de dois *cash-flows* futuros distintos após a RA, o que nos permitiu estabelecer a ***Proposição 6***: teorema de não viabilidade de reforma agrária ou de reforma agrária conservadora. Esboçámos ainda duas proposições no modelo de ARROW. Primeira, ***Proposição 7***, quanto mais baixa for a taxa de desconto inter-temporal, mais viável se torna a RA, porque as perdas futuras de ter menos agrónomos são atenuadas e os ganhos de ter mais feitores e/ou sem terra são aumentados. Segunda, ***Proposição 8***, quanto mais elevada for a taxa de "*learning by doing*" (LBD) dos novos terra-tenentes mais fácil é acumulação de um excedente que ultrapasse o montante fixo da perda de ter agrónomos. Ou seja, se a taxa de LBD dos novos for superior à dos agrónomos, então a RA pode ser exequível em termos dinâmicos do bem-estar social total.

Na segunda vertente da contribuição dos modelos teóricos dinâmicos, no capítulo 11, aplicando o modelo de JOVANOVIC (1982), temos três modelos. O primeiro, mais simples, apenas faz depender a acumulação de capital humano da produção acumulada (é semelhante à ideia de LBD de ARROW), mas existe um limiar crítico de falência das empresas (no nosso caso, agrícolas). A conclusão fundamental nesta primeira versão é a de que o tempo terminal do problema depende positivamente do custo de oportunidade inicial do capital humano (variável de co-estado inicial), da taxa de lucro, e dos preços, depende negativamente do custo marginal, da eficiência e da produtividade marginal do capital humano. Na segunda variante do modelo de JOVANOVIC, a acumulação do capital humano faz-se a uma taxa exponencial em função do *output* acumulado. Os resultados ilustram que a variável de co-estado tem um ponto de equilíbrio que é globalmente instável. A variável de estado segue um caminho exponencial como fruto da evolução do controle (a quantidade produzida neste modelo). A terceira variante do modelo, introduz dois tipos de aprendizagem no modelo de JOVANOVIC: a acumulação de capital humano faz-se através do esforço dos trabalhadores (u_t- variável de controle) e através de acumulação de output (q_t), sendo este último escalado pelo parâmetro α.

Os resultados afiguram-se interessantes, pois apesar da dinâmica não linear da variável de co-estado (o preço sombra da restrição dinâmica de capital humano) é possível estabelecer dois subcasos e respectivos diagramas de fases para o caso de controle igual ao esforço máximo. Mais interessantes são as FIGURA 37 (CASO A) e FIGURA 38 (CASO B), que estabelecem dois quadrantes: o segundo quadrante em que se relaciona o esforço exercido pelo agente (u_t), que varia entre 0 e ϕ (igual ao esforço máximo, i.e. o salário de capital humano) com a produção, e por sua vez o primeiro quadrante que relaciona a quantidade produzida com a evolução da variável de estado ($H(t)$) e a sua acumulação. No caso de α entre 0 e 1, apesar do co-estado ser globalmente instável, temos rendimentos marginais dinâmicos decrescentes, no caso de $\alpha>1$, o co-estado é globalmente estável e temos rendimentos marginais dinâmicos crescentes. Assim o capital humano tem um papel chave na evolução da taxa de crescimento destes modelos de RA.

Na parte empírica deste estudo (Parte V) fez-se uma breve contextualização do processo de reforma agrária no Brasil, nomeadamente no NE, comparando-se a reforma do Instituto de Colonização e da Reforma Agrária (INCRA) com o Programa Cédula da Terra (PCT). Ou seja, são duas abordagens diferentes: a primeira resulta da invasão de terras pelo Movimento dos Sem Terra (MST), um processo notavelmente politizado e de assaz violência, anti-mercado e altamente regulado pelo Estado; o segundo é um projecto do Banco Mundial, baseado nos processos de mercado. Os agricultores compram as terras a uma associação de agricultores que por sua vez as comprou no mercado. As condições do PCT são vantajosas, há um período de carência de três anos, para um empréstimo a vinte anos e a taxa de juro média de longo prazo deste empréstimos bonificados é da ordem dos 4% (o que é bastante apelativo dadas as condições no mercado de crédito brasileiro). O autor desta tese participou na terceira fase da avaliação do PCT, do qual resultou a estimação da fronteira de produção estocástica deste processo de RA - vejam-se os capítulos 12 e 13. A metodologia foi a já estabelecida na literatura por BATTESE e COELLI (1995). Procedeu-se à estimação usando o método da Máxima Verosimilhança de dois passos, vide COELLI (1995).

As principais conclusões, são as de que existe forte heterogeneidade na eficiência dos agricultores do PCT. As variáveis que reduzem a ineficiência técnica são a melhoria da assistência técnica (no fundo capital humano especializado), a melhoria do crédito, o valor da produção em sociedade (i.e. na associação), o auto-consumo (i.e. produção para subsistência) e, por fim, a educação (capital humano geral). Ainda se estimou a função *translog* para toda a amostra e a função *translog* para cada estado, os resultados, apesar de a forma funcional ser mais flexível, e de ter em atenção as interacções cruzadas, não melhoraram significativamente.

Qualquer tese deve também compreender os ***limites da análise*** esboçada em causa:

Toda esta análise teórica depende das **hipóteses subjacentes**, quer a estática quer a dinâmica. Mas a análise empírica permitiu-nos inferir que as variáveis económicas em jogo no contexto das RA modernas foram de facto as por nós escolhidas nos nossos modelos teóricos. Uma nota adicional prende-se com o facto de esta tese se basear na análise de ciência normal (segundo os canônes Khunianos), ou seja não pretende esboçar um novo paradigma, i.e. fazer uma revolução científica. A não ser que esse paradigma seja exactamente ter em atenção a variável capital humano e os seus limiares na análise de escape à pobreza rural e à emergência de um desenvolvimento verdadeiramente sustentável. Note-se que a questão de RA e a questão de limiares de capital humano, no fundo em contexto de desenvolvimento humano, apenas começou agora a florescer, nomeadamente esta tese, da qual resultaram as publicações até à data, ROCHA DE SOUSA (2005) in ROUFAGALAS (2006: cap.8), ROCHA de SOUSA et al. (2004) e por fim da análise tipológica e comparativa BRANCO e ROCHA DE SOUSA (2006).

Para além deste estudos, nomeadamente o primeiro citado, apenas GERBASCH e SIEMERS (2005) começaram a fazer análise de reforma agrária em contexto de desenvolvimento - o argumento deles baseia-se nos modelos OLG. A reflexão que daqui decorre leva-nos à próxima reflexão.

Note-se ainda, que temos consciência que a realidade não é apenas económica, mas também social, política, entre outras. Dada a natureza da tese, estritamente económica e focada exactamente nessa vertente do conhecimento, muita literatura ficou por citar. Note-se, nomeadamente que este autor criou uma tipologia político-económica (veja-se BRANCO e ROCHA de SOUSA (2006)), na qual é possível integrar as experiências reais de reforma agrária ao longo dos tempos com os modelos teóricos abordados nesta tese. Um dos pontos-chave é o de perceber que a terra é também vista pelos sociólogos e cientistas políticos, ela mesma como um activo político. Tema esse que por si só daria origem a uma outra tese. Em ROCHA DE SOUSA (2006) procurei abordar a problemática política de uma reforma agrária de cariz Rawlsiano.

Adicionalmente devemos discutir os principais resultados teóricos e empíricos e aferir da sua validade e aplicabilidade a outros contextos.

Embora as hipóteses dos modelos teóricos estáticos possam parecer limitadoras, estamos em crer, como já referimos anteriormente, que podem ser adaptadas e/ou flexibilizadas a outros contextos da realidade. Por exemplo, o caso da RA no Zimbabué, é relativamente credível que nesta RA se tenha dado uma destruição total do capital humano, tal como nós adaptámos para o modelo dinâmico de ARROW. A evolução subsequente da realidade no Zimbabué, pode vir a demonstrar, caso o regime mude, que possa vir a ocorrer uma transição menos dura, e que parte dos antigos latifundiários voltem às terras fazendo com que o capital humano venha a ser novamente parcialmente herdado por outros (o nosso η no modelo de ARROW).

Adicionalmente uma tese também deve perspectivar novos horizontes de investigação, mas isso será abordado no capítulo seguinte e final da tese.

Em suma, com este estudo julga-se ter identificado as variáveis chave para o sucesso das reformas agrárias, num contexto moderno, i.e. o capital humano (assistência técnica e educação) e o crédito na sua relação com o factor terra. Pretendemos ter modelado, quer em termos estáticos quer dinâmicos, a relação entres estas variáveis, e conseguimos aferir com o nosso estudo de caso empírico do Brasil, que de facto são estas as variáveis chave que determinam os resultados das políticas de reforma agrária. Conselhos "práticos" de politica de reforma agrária que resultam desta tese: implementar uma política de reforma agrária "market friendly" estilo Cédula (PCT) visando melhorar o capital humano (específico-assistência técnica e geral- educação) e as políticas de crédito com o objectivo duplo de melhorar a eficiência agrícola e de permitir a estes "novos" pequenos agricultores saírem do equilíbrio de pobreza via crescimento económico sustentável a longo prazo.

Procurámos definir o objectivo inicial a que nos propusemos atingir e estamos em crer que conseguimos atingir esta meta. No próximo capítulo ficam sugestões para estudos futuros e subsequente investigação de uma problemática tão interessante como a da questão da terra, da sua afectação, direitos de propriedade e sustentabilidade.

15. Pistas futuras de investigação

15.1. Novos horizontes de investigação

Objectivo - Abrir novos horizontes de investigação;

Como foi referido supra, este ramo de investigação de reforma agrária em contexto de capital humano é recente, o que aliás reflecte a natureza dos modelos de crescimento económico, a propósito dos quais só nos anos 80 se verificou uma explosão com os modelos de capital humano e de crescimento endógeno.

A linha subsequente de investigação que daqui decorre pode ser aferida na próxima secção. Mas destacamos daqui a necessidade de fazer um modelo JOVANOVIC estocástico de RA, a necessidade de juntar o efeito de LBD herdado do modelo de ARROW na análise de eficiência empírica ou seja, fazer uma ligação entre os modelos de crescimento económico com a análise de fronteira estocástica. Análise essa que já começou por ser esboçada por SENGUPTA (2003) no seu livro, mas apenas em termos teóricos e muito gerais, sem ter em atenção, nomeadamente, as especificidades de reforma agrária. Outra linha de investigação que daqui decorre é a de desenvolver modelos de economia política, na linha do que CONNING e ROBINSON (2002) e de BALAND e ROBINSON (2003) fizeram, modelos probabilísticos de votação espacial. A inovação a desenvolver seria, por exemplo, aferir (dado o poder do MST) de uma ideia simples desenvolvida por SALA-I-MARTIN, e em curso por CANEGRATI (2006a, 2006b), que é a teoria de "single mindedness". Esta resume-se ao facto de certos grupos políticos apenas se focarem num só objectivo, enquanto que outros se dispersam por vários, o que lhes dá maior poder político. No caso do Brasil e da América Latina esta extensão dos modelos afigurar-se-ia interessante, pois o MST é claramente um movimento político "*single minded*", i.e. tem um só objectivo:- obter terra para quem a trabalha.

Outra questão interessante a nível teórico seria de generalizar os direitos de propriedade (nomeadamente o Teorema de COASE (1960)) de bem e claramente definidos, a graus de pertença "difusos" utilizando lógica vaga (ou difusa, i.e. "*fuzzy logic*") e daí aferir o que poderia ocorrer nas diferentes afectações finais derivadas de uma reforma agrária. DE SOTO (2000) no seu estudo sobre o sub-desenvolvimento dos países aborda a questão dos direitos de propriedade e da reforma agrária. Este autor, depois de o respectivo governo da Indonésia lhe ter encomendado o estudo da eficiência da afectação das terras, revela que para reconhecer os limites das propriedades teve de recorrer a um esquema bastante hábil: para reconhecer os limites dos terrenos ouviu o latir de diferentes cães, à medida que se deslocava de propriedade em propriedade, e isso permitiu-lhe, apesar de de facto não existirem barreiras físicas, saber onde começava uma propriedade e terminava outra. Estamos assim, de novo, no contexto teórico referido doTeorema de COASE (1960) e da lógica "difusa" dos direitos de propriedade já referida.

15.2. Modelo estocástico simplificado de Reforma Agrária

15.2.1. Uma abordagem pela equação de BELLMAN

Nesta secção concretizamos e esboçamos uma proposta de novo modelo para o futuro de análise de reforma agrária.

O último modelo III (da secção prévia 11.2.3.) permite-nos escrever uma forma análoga recursiva do modelo de JOVANOVIC, tendo em vez dele uma equação de BELLMAN "aumentada", não dependendo apenas de x (o nível de eficiência), mas também do nível de controlo (esforço) u:

$$(1)\quad V(x,h,u,n,t;p) = \pi(p_t, x, \overset{+}{h}, \overset{-}{u}) + \beta . \int \max_{x,u_t} \left[W, V(h_{t+1}, z, n+1, t+1; p) \right] P(dz / x, h, u, n)$$

onde o lucro é representado por:

$$(2)\qquad \pi(p_t, x, \overset{+}{h}, \overset{-}{u}) = p.q\left({}^{p}\!/_{x^*} \right) - (\phi - u) - c\left[q\left({}^{p}\!/_{x^*}, L, h \right) \right]$$

Mas como este controle é «*unbounded*» temos de introduzir de novo um limite à nossa equação de BELLMAN, de modo a que esta não siga um caminho "explosivo" (i.e. não se conduza sustentadamente para fora do equilíbrio). Uma das maneiras será a de introduzir depreciação no processo de acumulação do capital humano:

$$(3)\qquad h_{t+1} = (1-\delta)h_t + u_t$$

Tal significa que o esforço (u) para um nível de capital humano mais elevado (h) tem de ser monotonamente crescente. Isto tem de ser reflectido na função custos, e na consequente da função lucro.

15.1.2.Um modelo de JOVANOVIC *cross-section* simplificado

Uma das maneiras de simplificar o modelo de JOVANOVIC consiste em 'eliminar' a incerteza inter-temporal e apenas manter a incerteza *ex-ante* (*cross-section*) entre empresas. Logo, a equação (2) da secção 11.1.1. virá:

(4) $$\eta_t = \theta \ ,$$

logo o termo ε_t em (2) é nulo (0).

Assim, a equação de BELLMAN (1) virá reduzida a uma equação determinística de EULER:

(5) $$V(x,h,u,n,t;p) = \pi(p_t, x, \overset{+}{h}, \overset{-}{u}) + \beta . \max_{x,u_t} \left[W, V(h_{t+1}, z, n+1, t+1; p) \right]$$

Note-se que o integral (a distribuição de probabilidade P(.) da equação (1)) dependente dos novos factores tem probabilidade 1.

15.1.3. Um modelo simplificado de *cut-off*

Se assumirmos um modelo de natureza mais determinística (tal como na última secção 11.2.3.), podemos simplificar mais ainda apenas admitindo dois estados da natureza:

a) um estado bom ("g" de «good») - em que as empresas sobrevivem com prob. θ;
b) um estado mau ("b" de «bad») - as empresas morrem e saem com probabilidade $1-\theta$.

Mais uma vez se põe em causa a questão do «cut-off» de entrada e de saída. Este «cut-off» neste caso é determinístico.

O que ocorre quando há falências de empresas?

De novo consideramos dois tipos de política: **RA1** e **RA2**.

Quando o «cut-off» é atingido o problema é re-inicializado.

Podemos assim sumariar um jogo em dois estágios:

1) *Ex-ante* falência – existem probabilidades θ de sucesso e $1-\theta$ de insucesso
2) *Ex-post* falência ou momento de redistribuição: "big" (latifundiários) sobrevivem, alguns "small" minifundiários também.

Logo, o nosso modelo formal pode ser simplificado para uma função lucro com duas probabilidades referidas acima: a do estado bom e a do estado mau da Natureza.

A introdução de incerteza e extensão do nosso modelo teórico poderia eventualmente afectar os resultados deste nosso modelo, tendo em atenção os preços da terra, o padrão de concentração da terra e a própria eficiência da exploração da terra. Note-se no entanto que este facto é minorado, uma vez que na nossa parte empírica (Parte V) analisámos a realidade através de uma fronteira de produção estocástica e daí aferimos da eficiência do Programa Cédula da Terra.

PARTE VII- ANEXOS E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

16. Anexos

16.1. Modelo de CONNING ROBINSON (2002)

Este QUADRO 13 infra (próxima página) mostra importantes diferenças do contrato de arrendamento (*tenancy*) entre regiões. De uma amostra de 12 países europeus para os quais havia dados comparáveis, cerca de 40% da terra cultivada era explorada sob arrendamento de terras que pertenciam a proprietários e também faziam *leasing* das mesmas.

Para os EUA e Canadá o número comparável ao anterior era da ordem dos 60%. Os autores notam entretanto que estes números de algum modo sobrestimam a categoria do arrendamento (*tenancy*), porque não se consegue distinguir entre terra explorada pelos proprietários e arrendatários da terra explorada em grupo das categorias individuais. Os números mais recentes do Censo dos EUA de 1997, indicam que a terra explorada pelo grupo conjunto arrendatário com proprietário, cerca de 53% era terra em *leasing*.

QUADRO 13-Distribuição da terra por tipo de contrato, 1970, baseado no Censo Mundial da Agricultura

	Ásia[62]	África[63]	América Latina[64]	Europa[65]	América do Norte[66]	Mundo
Número de países	10	4	15	12	2	46
N. de explorações (milhões)	93.3	3.5	8.6	11.9	3.1	120.4
Tamanho médio operacional explor. (ha)	2.3	0,5	46,5	7,6	161,2	10,0
Percentagem de exploração sob:						
Cultivação pura pelo proprietário	84.0	9.2	80.4	58.9	36.6	61.1
Arrendamento puro	5.9	3.0	6.2	12.5	11.9	9.0
Proprietário com Arrendamento[67]	10.1	29.1	5.6	28.5	51.5	27.2
Comunal ou outro	0.0	58.7	7.8	0.1	0.0	2.7

FONTE: CONNING e ROBINSON (2002, p. 31)

[62] **Ásia:** Arábia Saudita, Bahrain, Coreia, Filipinas, Índia, Indonésia, Jordânia, Koweit, Paquistão e Singapura.
[63] **África:** Camarões, "Reunion", Suazilândia
[64] **América Latina:** Brasil, Colômbia, Costa Rica, El Salvador, Guadalupe, Honduras, Ilhas Virgens, Panamá, Porto Rico, Peru, República Dominicana, Santa Lúcia, Suriname, Uruguai, Venezuela.
[65] **Europa:** Alemanha Ocidental (RFA), Áustria, Bélgica, França, Holanda, Itália, Malta, Noruega, Polónia, Portugal, Reino Unido, Suécia
[66] **América do Norte:** Canadá, EUA.
[67] Terra de proprietário com arrendamento inclui ambas a terra explorada pelo próprio como a terra arrendada.

16.2. Análise do Índice de Gini do Rendimento e da Terra

Um dos objectivos será o de saber como é que a distribuição da terra afecta a equidade nos países em vias de desenvolvimento e também a eficiência da empresa agrícola.

Para a análise ser viável assumimos como hipótese de partida do nosso modelo que a distribuição de terra não é eficiente nem equitativa à priori (i.e. *ex-ante*), pois só assim se justifica um processo de reforma agrária.

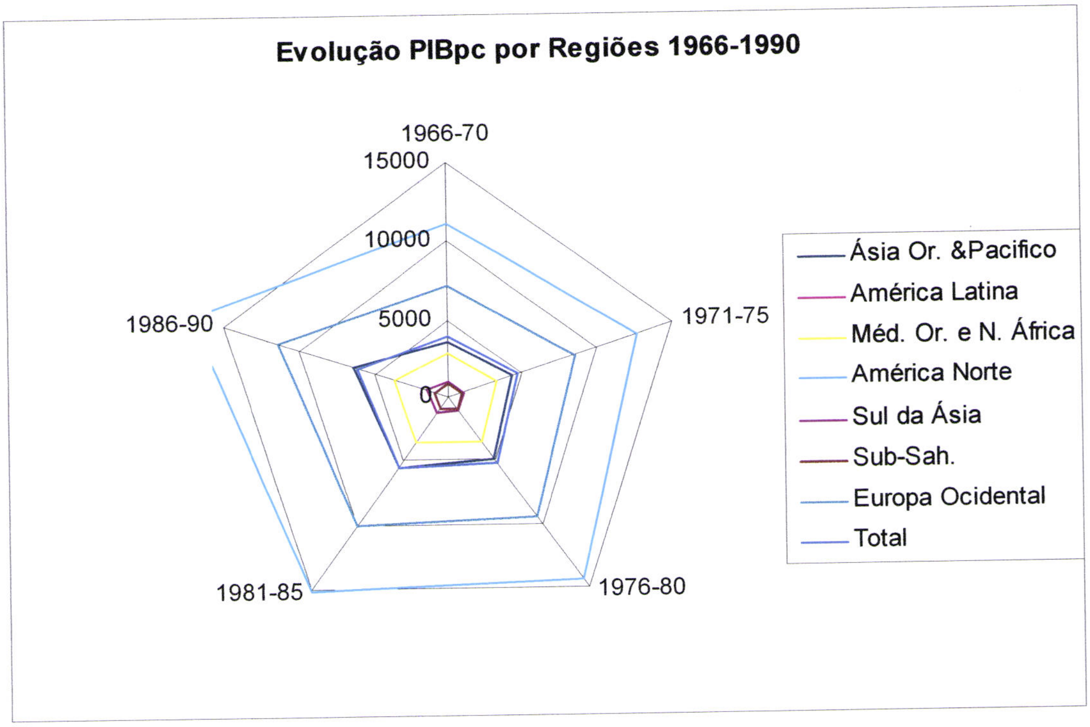
O QUADRO 14 ilustra o PIB per capita (USD PPC), o investimento (em % PIB) desde 1966 a1990, para as diferentes regiões: Ásia Oriental e Pacífico, América Latina, Médio Oriente e Norte de África, América do Norte, Sul da Ásia, África Sub-Sahariana e Europa Ocidental. A evolução destes dois indicadores aparece expressa nas FIGURA 43 e FIGURA 44.

Estes pentágonos ilustram, que quanto mais para o exterior a trajectória, melhor a performance. Destacam-se claramente nestas trajectórias a América do norte (a azul claro) devido aos EUA e Canadá e a Europa Ocidental (a azul escuro), que têm melhor performances em termos de PIB avaliado em PPC e de Investimento. Pela negativa temos a África sub-sahariana (cor de vinho) quer com um PIB PPC baixíssimo e percentagem de Investimento também a mais baixa. Isto tende a ilustrar o facto de que associado a maiores PIB pc PPC costumam estar associadas maiores percentagens de investimento (% do PIB).

QUADRO 14 Estatísticas por regiões	*Anos*	*1966-70*	*1971-75*	*1976-80*	*1981-85*	*1986-90*
Ásia Or. &Pacifico	*Observações*	9	9	9	9	9
	PIB/capita	3554,07	4308,22	4816,67	5460,29	6230,52
	Investmento	18,68	21,18	22,79	23,65	23,9
	Capital Humano/ pc	4,88	5,33	5,86	6,42	6,81
	Gini Terra (%)	56	56	56	56	56
	Gini Rendimento(%)	37,26	38,89	38,53	38,6	40,04
América Latina	*Observações*	17	17	17	17	17
	PIB/capita	2799,4	3213,91	3587,54	3505,84	3520,17
	Investmento	16,79	18,7	19,44	15,39	14,2
	Capital Humano/ pc	4,23	4,66	5,16	5,75	6,17
	Gini Terra (%)	81	81	81	81	81
	Gini Rendimento (%)	57,24	50,93	49,77	49,06	50,16
Méd. Or. e N. África	*Observações*	6	6	6	6	6
	PIB/capita	2932,57	3755,43	4391,93	4150,7	3980,92
	Investmento	13,48	15,38	17,49	17,8	14,36
	Capital Humano/ pc	2,31	2,98	3,74	4,42	4,89
	Gini Terra (%)	67	67	67	67	67
	Gini Rendimento (%)	43,67	41,65	41,9	42,95	38,17
América Norte	*Observações*	2	2	2	2	2
	PIB/capita	11114,8	12720,9	14346,6	15145,7	17247,9
	Investmento	22,57	22,88	23,74	23,14	25,12
	Capital Humano/ pc	9,64	9,75	10,03	10,41	10,76
	Gini Terra (%)	64	64	64	64	64
	Gini Rendimento (%)	35,61	35,28	35,91	35,12	36,54
Sul da Ásia	*Observações*	4	4	4	4	4
	PIB/capita	1014,45	972,65	1094,55	1287,2	1474,65
	Investmento	8,6	8,19	9,82	10,18	10,06
	Capital Humano/ pc	2,53	2,85	3,15	3,48	3,72
	Gini Terra (%)	56	56	56	56	56
	Gini Rendimento (%)	33,3	33,32	35,37	36,68	33,57
Sub-Sah.	*Observações*	7	7	7	7	7
	PIB/capita	838,2	894,31	947,91	889,8	822,48
	Investmento	7,36	7,83	8,03	6,5	6,27
	Capital Humano/ pc	1,11	1,4	1,74	2,14	2,5
	Gini Terra(%)	61	61	61	61	61
	Gini Rendimento (%)	39		44	41,21	35,75
Europa Ocidental	*Observações*	15	15	15	15	15
	PIB/capita	7135,32	8525,07	9449,48	10130,35	11483,41
	Investmento	26,35	27,77	26,05	23,17	24,34
	Capital Humano/ pc	7,2	7,4	7,62	7,92	8,19
	Gini Terra (%)	57	57	57	57	57
	Gini Rendimento (%)	37,09	34,88	30,82	29,74	30,83
Total	*Observações*	60	60	60	60	60
	PIB/capita	3939,27	4656,86	5202,31	5454,5	5970,1
	Investmento	17,68	19,18	19,57	17,69	17,37
	Capital Humano/ pc	4,58	4,95	5,37	5,84	6,2
	Gini Terra (%)	65	65	65	65	65
	Gini Rendimento (%)	40,63	39,32	38,51	36,91	38,58

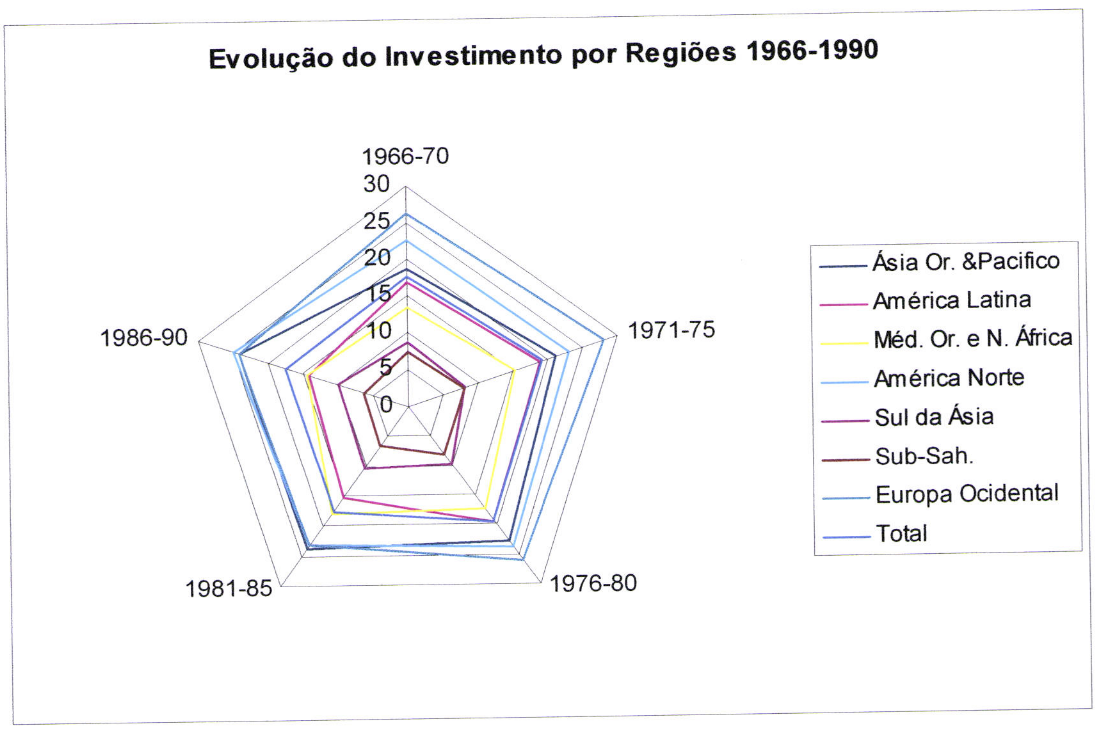
***Fonte:** DEININGER e OLINTO (2000b, p.23)*

FIGURA 43 - Evolução relativa dos PIB per capita nas diferentes regiões (USD)



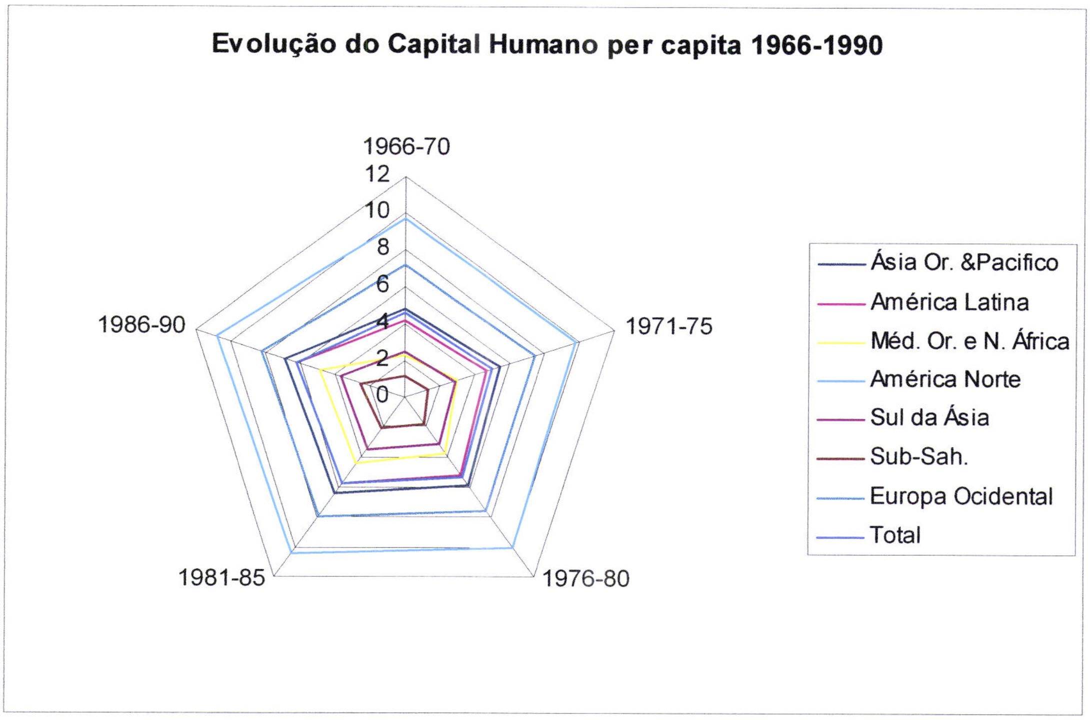
Fonte: Gráfico do autor com base em dados Quadro 6.

FIGURA 44 - Evolução relativa dos Investimentos nas diferentes regiões (%)



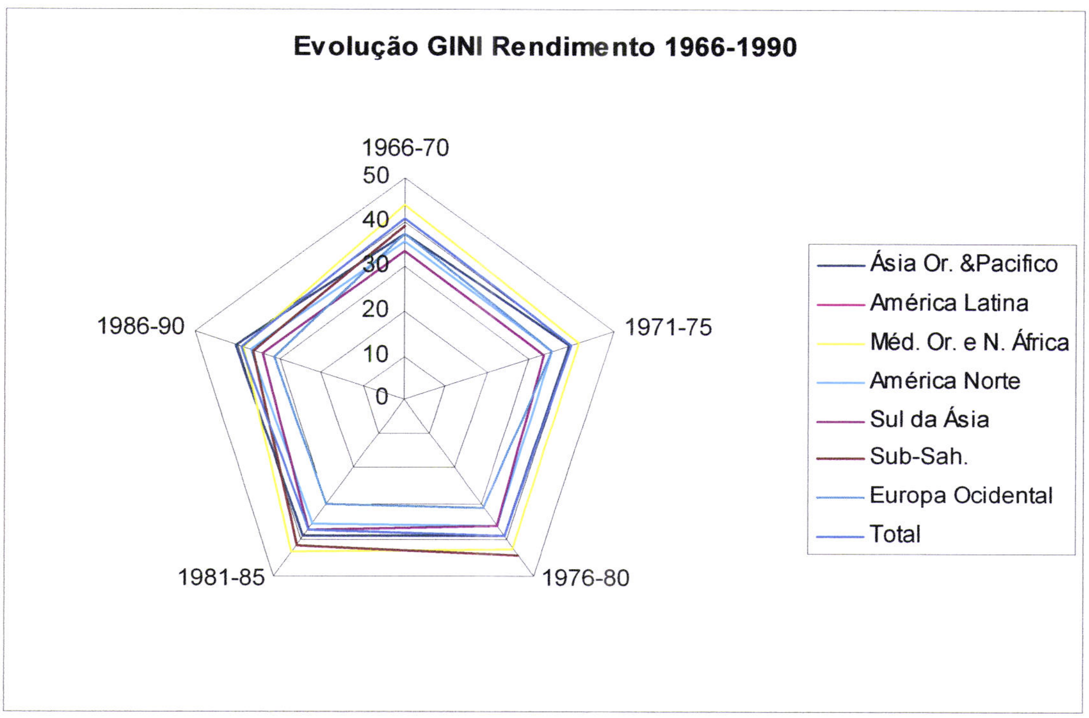
- Fonte: Gráfico do autor com base em dados Quadro 6

FIGURA 45 - Evolução relativa do capital humano per capita nas diferentes regiões



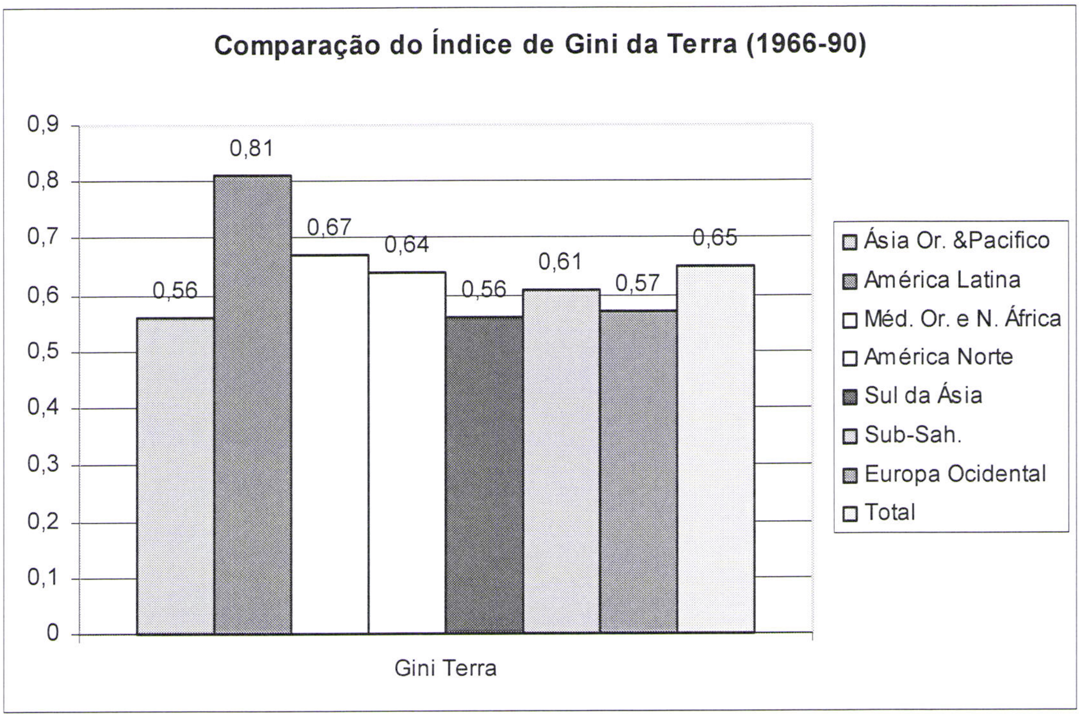
Fonte: Gráfico do autor com base em dados Quadro 6

FIGURA 46- Evolução relativa dos Ind. Gini do rendimento nas diferentes regiões



Fonte: Gráfico do autor com base em dados Quadro 6

FIGURA 47- Comparação relativa dos Ind. Gini da terra nas diferentes regiões



Fonte: Gráfico do autor com base em dados Quadro 6

A FIGURA 45 ilustra a evolução do capital humano per capita de 1966 a 1990, para as mesmas regiões. Na nossa análise pentagonal, i.e. em que quanto maior o nível de capital humano, mais para o exterior deverá estar a trajectória da zona. Notavelmente na análise de capital humano (anos de estudo *per capita*) se replica quase exactamente o mesmo padrão de hierarquização das zonas (por ordem decrescente): América do Norte (azul claro), Europa Ocidental (azul escuro), Ásia Oriental e Pacífico (cinzento), Médio Oriente e Norte-África (amarelo), América Latina (cor de vinho), África Sub-sahariana (castanho). Sendo de notar o facto da zona do Médio Oriente e Norte de África, nestas estatísticas do QUADRO 14, suplantar em termos de capital humano a América Latina - as linhas amarelas excedem a trajectória a cor de vinho. A apresentação destes dados apenas quer veicular a importância do capital humano (anos pc) na criação de PIB pc em PPC. Este factor com a emergência dos modelos de crescimento anos 80, reflecte o facto deste *input* específico (capital humano) ser determinante para o crescimento económico. Analisaremos então no nosso modelo esta variável e a sua relação com o crescimento e a RA.

Mas antes analisemos ainda os dados da concentração do rendimento e da terra. Para isso utilizaremos o índice de Gini, que pode variar entre 0 e 100%, reflectindo este a concentração da variável em causa. Na FIGURA 46 podemos observar que a concentração do rendimento para o período 1966-1990 teve tendência a manter-se constante, entre os valores de 30% a 40% para as diversas zonas. Conclusão: parecem não ser determinantes as diferenças de concentração de rendimento para explicar as diferenças de PIB pc em PPC.

Mas, e a distribuição da terra? Analisemos a distribuição do Índice de Gini, exclusivamente para a terra, para as supra-citadas regiões- vejamos a FIGURA 47. Nesta figura, destaca-se claramente a zona da América Latina com a maior concentração da terra (81% de Gini), e a Ásia Oriental e Pacífico (56% de Gini) e o Sul da Ásia (56% Gini) com as menores concentrações da terra. A Europa Ocidental, apesar de bastante rica, também apresenta uma das mais baixas concentrações da terra de 1966 a 1990- 57% de Gini. O Médio Oriente (67% Gini), a América do norte (64% Gini) e a África sub-sahariana (61% Gini) apresentam concentrações intermédias. A amostra como um todo apresenta um Gini da terra de 65% para o período de 1966 a 1990.

Estes valores essencialmente do Gini do rendimento e da terra, permitem-nos ilustrar porque é que é fundamental estudar a problemática da afectação da terra e do rendimento em geral, e particularmente, na América Latina, intuindo num contexto moderno que um dos factores por detrás do crescimento é o capital humano.

Assim podemos intuir com estes dados que a distribuição da terra à priori não é equitativa (os Gini da América Latina são os mais elevados) e que o capital humano tem um papel chave no crescimento. Teremos assim em atenção na construção dos nossos modelos teóricos exactamente estas relações entre as variáveis: PIB pc (ou o seu crescimento), terra e capital humano.

16.3. Modelo de "start-up cost" generalizado a mais de uma variável

Neste anexo apresentamos a derivação completa e detalhada de todas os resultados do capítulo 8. Por serem semelhantes e o processo de cálculo em tudo igual, apresentamo-los aqui em detalhe para o leitor mais interessado.

16.3.1 O problema

A função de produção define-se por quatro variáveis de input:

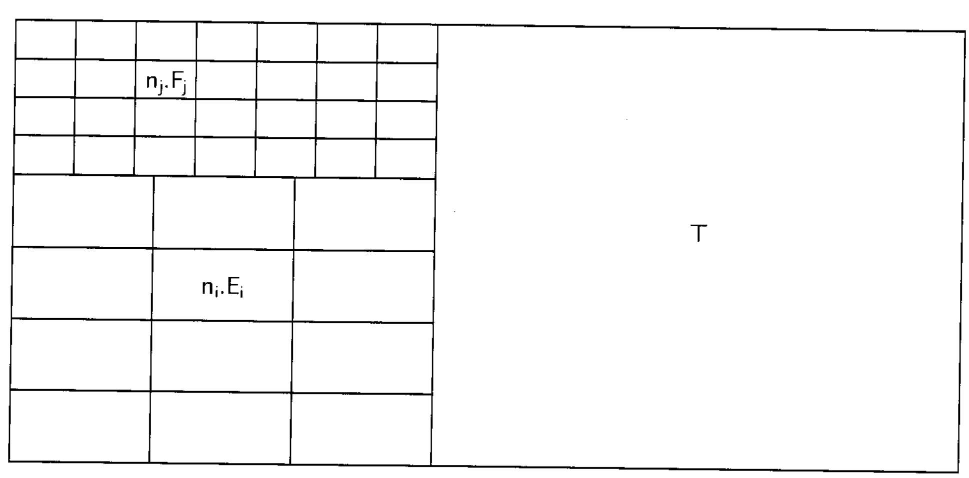
$Y_i(K,H,R,L)$, em que *K* é capital físico, *H* capital humano, *R* é a terra total disponível, e *L* é trabalho.

Há novamente três tipos de parcelas a partir da terra disponível: *T*- latifúndios; E_i-mesofúndios e F_j-Micro-fúndios

Se forem parcelas iguais a redistribuir como dantes ficamos com:

$T+n_i.E_i+n_j.F_j=R$.

FIGURA 48- Repartição da terra disponível (R) em T, E_i e F_j



A análise do rendimento prende-se com a distribuição do mesmo, ie um ponto de vista baseado na equidade, para isso vamos estabelecer uma função de bem-estar como a distribuição do rendimento, formalmente:

$W = \sigma(Y_i, Y_j, Y_T; t_i, t_j)$, em que Y representa o rendimento, e t_i t_j respectivamente os "thresholds" de escape ao rendimento de pobreza, respectivamente para o terreno meso-fundiário e micro-fundiário.

Para formalizar a função de bem-estar podemos dizer que será a "soma contínua" da distribuição de rendimentos (ie o integral):

$$W = \int Y_i(K, H, R, L; t_i, t_j).dY_i$$

i.e. com base no rendimento gerado pela produção com os factores K, capital físico, H capital humano, R terra disponível, e L trabalho (de "labour").

16.3.2. Formalização do modelo de start-up cost generalizado

O problema a resolver numa óptica social passou a ser:

$$Max\ W = \int Y_i(K, H, R, L; t_i, t_j).dY_i; \quad i = i, j, T$$

Sujeito às seguintes restrições:

i) Restrição "física" de RA

$$T + n_i.E_i + n_j.F_j = R$$

R é o montante de terra disponível a redistribuir, a partir de *T* que é o latifúndio, E_i é o meso-fúndio e F_j é o micro-fúndio.

ii) Restrição de "viabilidade" de RA *ex-post*

$p_R.Y_R \leq p_T.Y_T + p_i.n_i.Y_i + p_j.n_j.Y_j$; o rendimento gerado *ex-post* RA, pela terra, tem de ser superior ou igual ao gerado pela terra disponível antes da RA.

iii) Restrição de activos "agregada" da economia

$$r.K + w_H.H + p_R.R + w.L \leq p.Y_t$$

iv) Restrição "pobreza" "threshold"

$$Y_i(K,H,E_i,L) \geq Y_i(K,H,E_i,L;t_i)$$

$$Y_j(K,H,F_j,L) \geq Y_i(K,H,F_j,L;t_j)$$

t_i- "threshold" para E_i; t_j- " "threshold" para F_j..

Note-se que o latifúndio não tem restrição de pobreza (o que é intuitivo).

16.3.3. Solução do Óptimo social

Vamos então calcular o óptimo social usando o *Lagrangeano* e as respectivas condições de Khun-Tucker:

$$\underset{T,E_i,F_j,K,H,L,n_i}{Max} \ \ell = \int Y_i(K,H,R,L;t_i,t_j)dY + \lambda_1.\left[R - T - n_i.E_i - n_j.F_j\right] +$$
$$+\lambda_2.\left[p_R.Y_R - p_T.Y_T - p_i.n_i.Y_i - p_j.n_j.Y_j\right] + \lambda_3.\left[p_i.Y_i - r.K - w_H.H - p_R.R - w.L\right] +$$
$$+\lambda_4.\left[Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L;t_i)\right] + \lambda_5.\left[Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L;t_j)\right]$$

Procurando obter as condições de primeira ordem:

$$(1)\frac{\partial \ell}{\partial T} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY - \lambda_1 + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\bigg|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] \geq 0$$

$$(2) \quad T \geq 0 \qquad\qquad (3) \quad \frac{\partial \ell}{\partial T}.T = 0$$

$$(4)\frac{\partial \ell}{\partial E_i} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY - n_i.\lambda_1 + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \geq 0$$

$$(5) \quad E_i \geq 0 \qquad\qquad (6) \quad \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i = 0$$

$$(7)\frac{\partial \ell}{\partial F_j} = \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY - n_j.\lambda_1 + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\bigg|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \geq 0$$

$$(8) \quad F_j \geq 0 \qquad\qquad (9)\frac{\partial \ell}{\partial F_j}.F_j = 0$$

$$(10)\frac{\partial \ell}{\partial K}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial K}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial K}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial K}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial K}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial K}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial K}-r-w_H.\frac{\partial H}{\partial K}-p_R.\frac{\partial R}{\partial K}-w.\frac{\partial L}{\partial K}\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial K}-\left.\frac{\partial Y_i}{\partial K}\right|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial K}-\left.\frac{\partial Y_j}{\partial K}\right|_{t_j}\right]\geq 0$$

$$(11)\quad K\geq 0 \qquad\qquad (12)\quad \frac{\partial \ell}{\partial K}.K=0$$

$$(13)\frac{\partial \ell}{\partial H}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial H}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial H}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial H}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial H}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial H}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial H}-r.\frac{\partial K}{\partial H}-w_H-p_R.\frac{\partial R}{\partial H}-w.\frac{\partial L}{\partial H}\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial H}-\left.\frac{\partial Y_i}{\partial H}\right|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial H}-\left.\frac{\partial Y_j}{\partial H}\right|_{t_j}\right]\geq 0$$

$$(14)\quad H\geq 0 \qquad\qquad (15)\quad \frac{\partial \ell}{\partial H}.H=0$$

$$(16)\frac{\partial \ell}{\partial L}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial L}.dY+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial L}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial L}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial L}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial L}\right]$$

$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial L}-r.\frac{\partial K}{\partial L}-w_H.\frac{\partial H}{\partial L}-p_R.\frac{\partial R}{\partial L}-w\right]+\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial L}-\left.\frac{\partial Y_i}{\partial L}\right|_{t_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial L}-\left.\frac{\partial Y_j}{\partial L}\right|_{t_j}\right]\geq 0$$

$$(17)\quad L\geq 0 \qquad\qquad (18)\quad \frac{\partial \ell}{\partial L}.L=0$$

$$(19)\frac{\partial \ell}{\partial n_i}=-\lambda_1.E_i-\lambda_2.p_i.Y_i-\lambda_3.p_R.E_i\geq 0 \qquad (20)\quad n_i\geq 0 \qquad (21)\quad \frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i=0$$

$$(22)\quad \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}=R-T-n_i.E_i-n_j.F_j\geq 0 \quad (23)\quad \lambda_1\geq 0 \quad (24)\quad \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1=0$$

$$(25)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}=p_R.Y_R-p_T.Y_T-p_i.n_i.Y_i-p_j.n_j.Y_j\geq 0 \quad (26)\quad \lambda_2\geq 0 \quad (27)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2=0$$

$$(28)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}=p_i.Y_i-r.K-w_H.H-p_R.R-w.L\geq 0 \quad (29)\quad \lambda_3\geq 0 \quad (30)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3=0$$

$$(31)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}=Y_i(K,H,E_i,L)-Y_i(K,H,E_i,L)|_{\underline{t_i}}\geq 0 \quad (32)\ \lambda_4\geq 0 \quad (33)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}.\lambda_4=0$$

$$(34)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}=Y_j(K,H,F_j,L)-Y_j(K,H,F_j,L)|_{\underline{t_j}}\geq 0 \quad (35)\ \lambda_5\geq 0 \quad (36)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}.\lambda_5=0$$

São estas as condições de primeira ordem, vamos procurar resolvê-las:

Como (37) $R=T+n_i.E_i+n_j.F_j$ então temos (38) λ_1 livre, logo em (22) ficaremos com (39) $\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}=R-T-n_i.E_i-n_j.F_j=0$ e então teremos: (40) $\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1=0$, ou seja a condição (22) verifica-se.

De igual modo vamos assumir que as nossas variáveis de decisão são todas estritamente positivas, ou seja, *T, E_i, F_j, K, H, L, n_i* são maiores que zero.

Assim podemos re-escrever as condições de primeira ordem tendo em atenção este facto, que se nos afigura como bastante realista:

$$(41)\ \frac{\partial \ell}{\partial T}=0 \quad (42)\ T>0 \quad (43)\ \frac{\partial \ell}{\partial T}.T=0$$

$$(44)\ \frac{\partial \ell}{\partial E_i}=0 \quad (45)\ E_i>0 \quad (46)\ \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i=0$$

$$(47)\ \frac{\partial \ell}{\partial F_j}=0 \quad (48)\ F_j>0 \quad (49)\ \frac{\partial \ell}{\partial F_j}.F_j=0$$

$$(50)\ \frac{\partial \ell}{\partial K}=0 \quad (51)\ K>0 \quad (52)\ \frac{\partial \ell}{\partial K}.K=0$$

$$(53)\ \frac{\partial \ell}{\partial H}=0 \quad (54)\ H>0 \quad (55)\ \frac{\partial \ell}{\partial H}.H=0$$

$$(56)\ \frac{\partial \ell}{\partial L}=0 \quad (57)\ L>0 \quad (58)\ \frac{\partial \ell}{\partial L}.L=0$$

$$(59)\ \frac{\partial \ell}{\partial n_i}=0 \quad (60)\ n_i>0 \quad (61)\ \frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i=0$$

$$(62)\ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}=R-T-n_i.E_i-n_j.F_j=0 \quad (63)\ \lambda_1>0 \quad (64)\ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda_1}.\lambda_1=0$$

Teremos então vários casos para os multiplicadores de Lagrange remanescentes:

QUADRO 15 -Análise dos Casos do Modelo Generalizado a mais de uma variável

Casos	Valores dos λ's				
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
1	+	0	0	0	0
2	+	0	0	+	+
3	+	+	+	0	0
4	+	+	0	0	+
5	+	0	+	0	+
6	0	+	+	0	+

CASO 1: λ_1 positivo, restantes nulos $\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=\lambda_5=0$

$$(65)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}=p_R.Y_R-p_T.Y_T-p_i.n_i.Y_i-p_j.n_j.Y_j>0 \quad (66)\quad \lambda_2=0 \quad (67)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2=0$$

$$(68)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}=p_i.Y_i-r.K-w_H.H-p_R.R-w.L>0 \quad (69)\quad \lambda_3=0 \quad (70)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3=0$$

$$(71)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}=Y_i(K,H,E_i,L)-Y_i(K,H,E_i,L)|_{\underline{t_i}}>0 \quad (72)\quad \lambda_4=0 \quad (73)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}.\lambda_4=0$$

$$(74)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}=Y_j(K,H,F_j,L)-Y_j(K,H,F_j,L)|_{\underline{t_j}}>0 \quad (75)\quad \lambda_5=0 \quad (76)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}.\lambda_5=0$$

Note-se que segundo as equações (71) e (74) os minifúndios excedem os "thresholds".

Considerando agora na primeira equação das condições de primeira ordem e obedecendo às hipóteses do CASO 1, ficamos com:

(77) $\frac{\partial \ell}{\partial T}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY-\lambda_1=0$, logo daqui sai: (78) $\lambda_1^*=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY>0$

Fazendo o mesmo para E_i, ficamos com:

(79) $\frac{\partial \ell}{\partial E_i}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY-n_i.\lambda_1=0$, o que implica que resolvendo em ordem a uma das variáveis de decisão (n_i) ficamos, após a substituição do λ_1 por (78) com:

(80) $n_i.\lambda_1=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$, resultando daqui o n_i^* óptimo:

(81) $n_i.\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$ de onde sai: (82) $n_i^* = \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$

De igual modo para o termo Fj segue procedimento em tudo semelhante:

Ou seja, temos a seguinte expressão:

(83) $\frac{\partial \ell}{\partial F_j} = \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY - n_j.\lambda_1 = 0$, de onde resulta: (84) $n_j.\lambda_1 = \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$, ora combinando de novo (78) em (84) ficamos com a expressão óptima para os micro-fúndios:

(85) $n_j^* = \frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$.

A partir de (50) ficamos com (86) a (89):

(86) $\frac{\partial \ell}{\partial K} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial K}.dY = 0$

(87) $\frac{\partial \ell}{\partial H} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial H}.dY = 0$

(88) $\frac{\partial \ell}{\partial L} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial L}.dY = 0$

(89) $\frac{\partial \ell}{\partial n_i} = -\lambda_1.E_i > 0$ (90) $n_i > 0$ (91) $\frac{\partial \ell}{\partial n_i}.n_i > 0$ (de onde resulta uma solução de canto para ni).

Contudo se combinarmos (82) com (85) obteremos o rácio óptimo (do ponto de vista social) do número óptimo relativo de explorações meso versus micro-fundiárias:

$$(92)\quad \frac{n_i^*}{n_j^*} = \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY \Big/ \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY \Big/ \int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY} > 0$$

, rearranjando (tendo em atenção que o denominador não é comum, mas que é o rácio dos valores das Pmg acumuladas nas explorações i e j, ficamos com (92 ′)

$$(92')\quad \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY} = \frac{\dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{n_i^*}}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{n_j^*}} > 0$$

Podemos concluir que óptimo deste caso é um rácio de Pmg acumuladas para o latifúndio, uma espécie de TMS entre produtividades acumuladas do latifúndio, deve ser igual à TMS das produtividades marginais acumuladas dos minifúndios (ponderadas pelo número de cada parcelas minifundiárias existentes).

Intuição: Se o número óptimo de parcelas meso (E_i) subir (*ceteribus paribus*) então a sua média da produtividade marginal acumulada ponderada pelo número de parcelas desce (membro do lado direito desce). Por conseguinte para repor o equilíbrio, o custo de oportunidade do latifúndio tem de subir, ou seja, a TMS das Pmgs acumuladas do latifúndio deve descer.

De outro modo, re-escrevendo (92'):

$$(92'')\quad \frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{n_i^*}} = \frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY}{\dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{n_j^*}} > 0$$

Outra interpretação talvez mais intuitiva é a de que estas *proxies* para as taxas marginais de substituição técnicas entre o latifúndio e respectivamente o meso-fúndio (entre T e E_i) têm de ser iguais, no óptimo, à taxa marginal de substituição do latifúndio face ao micro-fúndio (entre T e F_j). Sendo de salientar que se pondera (divide) sempre pelo respectivo número de parcelas para todos os casos (o latifúndio como admitimos é único, logo e´ como se dividíssemos por 1).

CASO 2: λ_1, λ_4, λ_5 positivos, restantes nulos $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$

Tal como no caso anterior temos na segunda restrição (93)=(65); (94)=(66) e (95)=(67):

$$(93)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2} = p_R.Y_R - p_T.Y_T - p_i.n_i.Y_i - p_j.n_j.Y_j > 0 \quad (94) \quad \lambda_2 = 0 \quad (95)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2 = 0$$

Para a terceira restrição temos (96)=(68); (97)=(69) e (98)=(70):

$$(96)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3} = p_i.Y_i - r.K - w_H.H - p_R.R - w.L > 0 \quad (97) \quad \lambda_3 = 0 \quad (98)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3 = 0$$

Para a quarta e quinta restrições temos desta feita multiplicadores de Lagrange positivos:

$$(99)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4} = Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L)_{|t_i} = 0 \quad (100) \quad \lambda_4 > 0 \quad (101)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}.\lambda_4 = 0$$

$$(102)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5} = Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L)_{|t_j} = 0 \quad (103) \quad \lambda_5 > 0 \quad (104)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}.\lambda_5 = 0$$

Pegando nas restantes condições de primeira ordem e obedecendo às condições do ***Caso 2***, ficamos com:

$$(105)\frac{\partial \ell}{\partial T} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY - \lambda_1 + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}_{|t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}_{|t_j}\right] = 0$$

$$(106) \quad T > 0 \qquad (107) \quad \frac{\partial \ell}{\partial T}.T = 0$$

Resolvendo a expressão (105) em ordem a λ_1 e restantes lambdas ficamos com:

$$(108) \quad \lambda_1 - \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}_{|t_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}_{|t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY$$

De igual modo para a segunda equação das condições de primeira ordem retiramos:

$$(109)\ \frac{\partial \ell}{\partial E_i} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY - n_i.\lambda_1 + \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] = 0$$

$$(110)\quad E_i > 0 \qquad (111)\quad \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i = 0$$

Resolvendo (109) em ordem aos lambdas:

$$(112)\quad n_i.\lambda_1 - \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

De igual modo para a terceira equação das condições de primeira ordem ficamos com um sistema de três equações a três incógnitas (os λs):

$$(108)\quad \lambda_1 - \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\bigg|_{t_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY$$

$$(112)\quad n_i.\lambda_1 - \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

$$(113)\quad n_j.\lambda_1 - \lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\bigg|_{t_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$$

Escrevendo as equações (108), (112) e (113) na forma matricial:

$$(114)\begin{pmatrix} 1 & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) \\ n_i & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) \\ n_j & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) \end{pmatrix} . \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY \\ \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$(115)\qquad \Delta\ .\ \Lambda\ =\ \mathrm{b}$$

Vamos resolver o sistema utilizando a regra de Cramer.

Primeiro, calculamos o determinante do sistema[68]: $|\Delta|$.

(116)

$$|\Delta| = \left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) + n_j\cdot\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) + n_i\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right)$$

$$-n_j\cdot\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) - n_i\cdot\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) - \left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right)$$

De seguida calculamos os lambdas, através da regra de Cramer (em que se substitui o vector b na coluna de incógnitas da matriz delta Δ, respectivamente para cada lambda):

Deste modo, ficamos com:

$$(117) \quad \lambda_1^* = \frac{\begin{vmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) \\ \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right) & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) \end{vmatrix}}{|\Delta|} = \frac{|D_{\lambda_1}|}{|\Delta|}$$

Como já temos a expressão do denominador de (117) que é o determinante do sistema, resta-nos apenas calcular o numerador:

$$(118) |D_{\lambda_1}| = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) + \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) +$$

$$+ \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) - \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) +$$

$$- \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) - \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right)\cdot\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right)$$

Assim, obtivemos o resultado de λ_1*.

Para λ_4* e λ_5* procede-se de igual modo.

[68] Para calcular o determinante duma matriz A de (3X3) temos: $|A| = a_{11}.a_{22}.a_{33} - a_{11}.a_{23}.a_{32} - a_{12}.a_{23}.a_{33} + a_{12}.a_{31}.a_{32} + a_{13}.a_{21}.a_{32} - a_{13}.a_{31}.a_{22}$.

Vejamos para λ_4, temos de substituir a segunda coluna respeitante à incógnita na matriz delta Δ no sistema (115):

$$(119)\qquad \lambda_4^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) \\ n_i & \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right) \\ n_j & \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY & -\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) \end{vmatrix}}{|\Delta|} = \frac{|D_{\lambda_4}|}{|\Delta|}$$

Resolvendo, de igual modo, obtemos a solução de λ_4 para o numerador, uma vez que o denominador já é conhecido (é o determinante do sistema):

$$(120)\,|D_{\lambda_4}| = -\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) - n_i.\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) - n_j.\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right)$$

$$+n_j.\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right) + n_i.\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right) + \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY.\left(\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right)$$

Procedamos então à mesma operação para λ_5:

$$(121)\qquad \lambda_5^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right) & \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY \\ n_i & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right) & \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY \\ n_j & -\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right) & \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY \end{vmatrix}}{|\Delta|} = \frac{|D_{\lambda_5}|}{|\Delta|}$$

Resta-nos calcular o numerador de λ_5:

$$(122)\,|D_{\lambda_5}| = -\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right) - n_i.\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right) +$$

$$-n_j.\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right) + n_j.\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{t_i}\right) +$$

$$+n_i.\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial T} - \frac{\partial Y_i}{\partial T}\Big|_{t_i}\right) + \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY.\left(\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{t_i}\right)$$

Assim, ficamos com a expressão de λ_5 completa.

Retomando a equação (112) e substituindo pelas expressões óptimas dos λs, (117), (119), (121) em (112), ficaremos com:

$$(112)\quad n_i.\lambda_1-\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

$$(123)\quad n_i.\frac{|D\lambda_1|}{|\Delta|}-\frac{|D\lambda_4|}{|\Delta|}.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right]-\frac{|D\lambda_5|}{|\Delta|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

Ora, resolvendo em ordem a n_i^* obtemos a expressão que nos dá o número de parcelas meso-fundiárias óptimo:

$$(124)\quad n_i^*=\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\bigg|_{t_i}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]+\frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|}\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

De igual modo para obter a expressão óptima das parcelas mini-fundiárias, basta recorrer à expressão (113) e substituir os λs óptimos (117), (119) e (121).

$$(113)\quad n_j.\lambda_1-\lambda_4.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\bigg|_{t_i}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$$

Logo virá,

$$(125)\quad n_j^*.\frac{|D\lambda_1|}{|\Delta|}-\frac{|D\lambda_4|}{|\Delta|}.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\bigg|_{t_i}\right]-\frac{|D\lambda_5|}{|\Delta|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$$

Ora resolvendo em ordem a n_j^* ficamos com a expressão óptima do número de parcelas dos micro-fúndíos:

$$(126)\quad n_j^*=\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\bigg|_{t_i}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]+\frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|}\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$$

Combinando as expressões óptimas do número óptimo de parcelas dos meso-fúndios (124) e dos micro-fúndios (126) podemos obter a fracção óptima de micro-fúndios face ao total de mini-fúndios (meso+micro):

$$(127)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+\frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|}\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\left\{\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+\frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|}\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right\}+\left\{\frac{|D\lambda_4|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+\frac{|\Delta|}{|D\lambda_1|}\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY\right\}}$$

Simplificando, eliminando $|D\lambda_1|$ ficamos com a expressão (127) simplificada:

$$(128)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{|D\lambda_4|.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\left\{|D\lambda_4|.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right\}+\left\{|D\lambda_4|.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY\right\}}$$

Ou mais ainda a expressão equivalente a partir de (128):

$$(129)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*}+1}=\frac{1}{\left\{\frac{|D\lambda_4|.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{|D\lambda_4|.\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_i}}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{\underline{t_j}}\right]+|\Delta|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}\right\}+1}$$

CASO 3: λ_1, λ_2, λ_3 positivos, restantes nulos $\lambda_4=\lambda_5=0$

Partindo das restrições com as condições de primeira ordem, temos:

$$(130)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}=p_R.Y_R-p_T.Y_T-p_i.n_i.Y_i-p_j.n_j.Y_j=0 \quad (131)\lambda_2>0 \quad (132)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2=0$$

$$(133)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}=p_i.Y_i-r.K-w_H.H-p_R.R-w.L=0 \quad (134)\lambda_3>0 \quad (135)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3=0$$

$$(136)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}=Y_i(K,H,E_i,L)-Y_i(K,H,E_i,L)\big|_{\underline{t_i}}>0 \quad (137)\lambda_4=0 \quad (138)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_4}.\lambda_4=0$$

$$(139)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}=Y_j(K,H,F_j,L)-Y_j(K,H,F_j,L)\big|_{\underline{t_j}}>0 \quad (140)\lambda_5=0 \quad (141)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_5}.\lambda_5=0$$

Considerando agora nas condições de primeira ordem e obedecendo às hipóteses do Caso 3:

$$(142)\frac{\partial \ell}{\partial T}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY-\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial R}{\partial T}\right]=0 \quad (143)\ T>0 \quad (144)\ \frac{\partial \ell}{\partial T}.T=0$$

Resolvendo em ordem aos λs:

$$(145)\quad \lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]$$
$$-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial R}{\partial T}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY$$

Para a segunda equação das condições de primeira ordem:

$$(146)\frac{\partial \ell}{\partial E_i}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY-n_i.\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]=0 \quad (147)\ E_i>0 \quad (148)\ \frac{\partial \ell}{\partial E_i}.E_i=0$$

Resolvendo em ordem aos λs:

$$(149)n_i.\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]$$
$$-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY$$

Para a terceira equação das condições de primeira ordem:

$$(150)\frac{\partial \ell}{\partial Fj}=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY-n_j.\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right]$$
$$+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]=0 \quad (151)\ F_j>0 \quad (152)\ \frac{\partial \ell}{\partial Fj}.F_j=0$$

Resolvendo (150) em ordem aos λs:

$$(153)\qquad n_j.\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right]$$
$$-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]=\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY$$

Agrupemos (145), (149) e (153) respeitantes a T, E_i, F_j para calcular os λs óptimos:

$$(154a)\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY$$

$$(154b)n_i.\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY$$

$$(154c)n_j.\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY$$

Escrevendo na forma matricial (154):

$$(155)\begin{pmatrix} 1 & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\ n_i & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] \\ n_j & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] \end{pmatrix}.\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \lambda_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\end{bmatrix}$$

Ou seja, temos:

$$(156)\quad \pi\ .\ \xi\ =\ \mathrm{c}$$

Calculando o determinante do sistema:

(157)

$$\begin{aligned}|\pi|=1.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]\\
+n_i.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]\\
+n_j.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]\\
-n_j.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]\\
-1.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]\\
-n_i.&\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]\end{aligned}$$

Calculemos então as expressões óptimas de λ_1^* usando a regra de Cramer:

$$(158)\lambda_1^* = \frac{\begin{vmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] \end{vmatrix}}{|\pi|} = \frac{|D\lambda_1|}{|\pi|}$$

Já temos o denominador pela expressão (157) para termos (158) só nos falta o numerador:

$$\begin{aligned}
(159)|D\lambda_1| = & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right)\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] \\
& + \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right).\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\
& + \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right).\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] \\
& - \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right)\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\
& - \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right).\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] \\
& - \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right).\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]
\end{aligned}$$

Assim ficámos com a expressão óptima de λ_1^*.

De igual modo procedemos ao cálculo de λ_2^*, partindo da resolução do sistema pela regra de Cramer:

$$(160)\lambda_2^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\ n_i & \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] \\ n_j & \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] \end{vmatrix}}{|\pi|} = \frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}$$

Ora resolvendo para o determinante do numerador ficamos com:

$$\begin{aligned}
(161) \quad & |D\lambda_2| = \\
& -1.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right)\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] - n_i.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right).\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\
& - n_j.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right)\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + n_j.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right)\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] \\
& + n_i.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right)\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + 1.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right)\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]
\end{aligned}$$

Assim temos a expressão completa de (160).

De igual modo para o terceiro λ:

$$(162)\lambda_3^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & \int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY \\ n_i & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY \\ n_j & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY \end{vmatrix}}{|\pi|} = \frac{|D\lambda_3|}{|\pi|}$$

Ora, calculando de novo o numerador:

$$(163) \quad |D\lambda_3| =$$

$$-1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right) - n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right)$$

$$-n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right) + n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY\right)$$

$$+n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}.dY\right) + 1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY\right)$$

Ficamos com a expressão completa de (162).

Retomando a equação (149), evidenciando n_i e n_j ficamos com:

$$(164)\lambda_1.n_i. + \left(\lambda_2.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)n_i + \left(\lambda_2.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right).n_j = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]$$

Retomando a equação (153), evidenciando n_i e n_j ficamos com:

$$(165)\left(\lambda_2.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)n_i + \lambda_1 n_j + \left(\lambda_2.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)n_j = \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY + \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]$$

Com λ_1^*, λ_2^*, λ_3^* obtidos através de (158), (160) e (162), ficamos com o sistema na forma matricial:

$$(166)\begin{pmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{pmatrix}.\begin{bmatrix} n_i \\ n_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_i \\ w_j \end{bmatrix}$$

Com

$$(167) \quad O \ . \ N \ = \ W$$

e para o vector W a seguinte especificação:

$$(168)\begin{bmatrix} w_i \\ w_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lambda_2 \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial E_i} \right] + \lambda_3 \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial E_i} - w \cdot \frac{\partial R}{\partial E_i} \right] \\ \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} . dY + \lambda_2 \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial F_j} \right] + \lambda_3 \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial F_j} - w \cdot \frac{\partial L}{\partial F_j} \right] \end{bmatrix}$$

Utilizando de novo a Regra de Cramer podemos resolver o sistema (166) para obtermos o número óptimo de parcelas mesofundiárias e micro-fundiárias.

$$(169) n_i^* = \frac{\begin{vmatrix} w_i & \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right) \\ w_j & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) & \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right) \\ \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) \end{vmatrix}} = \frac{w_i . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) - w_j . \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) - \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right)}$$

Sendo o denominador o determinante do sistema:

$$(170) |O| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) - \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right)$$

De igual modo temos para n_j^*:

$$(171) n_j^* = \frac{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) & w_i \\ \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) & w_j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) & \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right) \\ \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) \end{vmatrix}} = \frac{w_j . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) - w_i . \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} \right) \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} \right) - \left(\lambda_2^* . p_i . \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} \right) \left(\lambda_2^* . p_j . \frac{\partial Y_j}{\partial E_i} \right)}$$

Ora com base em (169) e (171), eliminando o denominador comum de ambas as expressões, podemos escrever tal como fizemos para o caso 2, a proporção óptima de micro-fúndios face ao total de minifúndios:

$$(172)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\dfrac{w_i.\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-w_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{w_j.\left(\lambda_1^*+\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-w_i.\left(\lambda_2^*.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Ora dividindo e multiplicando a expressão (172) por wj e substituindo os valores dos λs óptimos, cortando os termos comuns ficamos com:

$$(173)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\dfrac{\left(\dfrac{w_i}{w_j}\right).\left(\dfrac{|D\lambda_1|}{|\pi|}+\dfrac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(\dfrac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\dfrac{|D\lambda_1|}{|\pi|}+\dfrac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\dfrac{w_i}{w_j}\right).\left(\dfrac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Eliminando o determinante de π:

$$(174)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\dfrac{\left(\dfrac{w_i}{w_j}\right).\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\dfrac{w_i}{w_j}\right).\left(|D\lambda_2|.p_i.\dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Ora para termos a expressão final óptima da proporção só nos falta determinar *(w_i/w_j)*, façamos então esse cálculo auxiliar, não esquecendo de substituir os λs óptimos nessa expressão:

$$(175)\quad \frac{w_i}{w_j}=\frac{\displaystyle\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\displaystyle\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

Ora substituindo pelos λs óptimos, ficamos com a expressão óptima de *$(w_i/w_j)^*$*:

$$(176)\quad \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*=\frac{\displaystyle\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+.\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\frac{|D\lambda_3|}{|\pi|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\displaystyle\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\pi|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\frac{|D\lambda_3|}{|\pi|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

Eliminando os termos comuns o determinante Pi:

$$(177)\ \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^* = \frac{|\pi|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{|\pi|.\int\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+|D\lambda_3|.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$$

Ora injectando (177) em (174) ficamos com a fracção óptima do número de micro-fundios *versus* minifúndios tendo em atenção o rácio óptimo $(w_i/w_j)^*$:

$$(178)\quad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^*.\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Esta expressão (178) como podemos ver já engloba preços, o que é intuitivo pois a restrição de viabilidade de RA (2ª restrição) e consequentemente o segundo multiplicador já estão activos. Note-se de igual modo a presença também das produtividades marginais de cada parcela de terra (relativamente a E_i e F_j) a determinarem o número relativo de parcelas. Note-se que intuitivamente o preço relativo de p_j subir face a p_i então o número óptimo de parcelas micro-fundiárias tenderá a diminuir face ao total.

CASO 4: λ_1, λ_2, λ_5 todos positivos, λ_3, λ_4 nulos

Este caso ilustra o facto de a restrição da terra e as restrições de viabilidade e a de pobreza para (e apenas para o microfúndio) estarem activas, ie estamos no seu limiar. Note-se que neste caso temos a redistribuição de terra como na FIGURA 6 em que a RA tem de ser viável *ex-post*, e que o micro-fundio se encontra no "threshold de pobreza".

Partindo das equações das restrições prévias e tendo em atenção o valor das hipóteses dos λs, ficamos com:

$$(179)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}=p_R.Y_R-p_T.Y_T-p_i.n_i.Y_i-p_j.n_j.Y_j=0 \quad (180)\lambda_2>0 \quad (181)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_2}.\lambda_2=0$$

$$(182)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}=p_i.Y_i-r.K-w_H.H-p_R.R-w.L>0 \quad (183)\lambda_3=0 \quad (184)\frac{\partial \ell}{\partial \lambda_3}.\lambda_3=0$$

$$(185)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4}=Y_i(K,H,E_i,L)-Y_i(K,H,E_i,L)\big|_{\underline{t_i}}>0\quad(186)\lambda_4=0\quad(187)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4}.\lambda_4=0$$

$$(188)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5}=Y_j(K,H,F_j,L)-Y_j(K,H,F_j,L)\big|_{\underline{t_j}}=0\quad(189)\lambda_5>0\quad(190)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5}.\lambda_5=0$$

Considerando agora nas condções de primeira ordem e obedecendo às hipóteses do Caso 4:

$$(191)\frac{\partial\ell}{\partial T}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY-\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{\underline{t_j}}\right]=0$$

$$(192)\ T>0\quad(193)\ \frac{\partial\ell}{\partial T}.T=0$$

Resolvendo (191) em ordem aos λs, ficamos com a expressão seguinte:

$$(194)\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{\underline{t_j}}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY$$

Retomando a segunda equação das condições de primeira ordem:

$$(195)\frac{\partial\ell}{\partial E_i}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY-n_i.\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{\underline{t_j}}\right]=0$$

$$(196)\ E_i>0\quad(197)\ \frac{\partial\ell}{\partial E_i}.E_i=0$$

Ora, resolvendo (195) em ordem aos λs:

$$(198)n_i.\lambda_1-\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{\underline{t_j}}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY$$

Pegando de novo na terceira equação das condições de primeira ordem, ficamos com:

$$(199)\frac{\partial\ell}{\partial F_j}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY-n_j.\lambda_1+\lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{\underline{t_j}}\right]=0$$

$$(200)\ F_j>0\quad(201)\ \frac{\partial\ell}{\partial F_j}.F_j=0$$

Ora, resolvendo (199) em ordem aos λs ficamos com:

$$(202) n_j.\lambda_1 - \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY$$

Agrupando as três equações obtidas nos λs, respectivamente (194), (198), (202), poderemos escrever o sistema em ordem aos lambdas na forma matricial:

$$(194) \lambda_1 - \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY$$

$$(198) n_i.\lambda_1 - \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY$$

$$(202) n_j.\lambda_1 - \lambda_2.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY$$

Reagrupando:

$$(203) \begin{pmatrix} 1 & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_i & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_j & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \end{pmatrix} . \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY \end{bmatrix}$$

Ou seja, matricialmente:

$$(204) \quad \alpha \;.\; \zeta \;=\; d$$

Calculando o determinante do sistema:

(205)

$$
\begin{aligned}
|\alpha| = {} & 1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right] \\
& + n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right] \\
& + n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right] \\
& - n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right] \\
& - n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right] \\
& - 1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]
\end{aligned}
$$

Usando a regra de Cramer para resolver o sistema nos três λs em causa:

$$
(206)\lambda_1^* = \frac{\begin{vmatrix}
\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right) & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right] \\
\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right] \\
\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]
\end{vmatrix}}{|\alpha|} = \frac{|D\lambda_1|}{|\alpha|}
$$

Ora calculando o numerador, uma vez que já temos o denominador:

$$(207)\qquad |D\lambda_1| =$$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]$$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right]$$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}-p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}-p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]$$

Ficamos com a expressão completa de λ_1^*.Calculemos então λ_2^*:

$$(208)\lambda_2^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right] \\ n_i & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right] \\ n_j & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right] \end{vmatrix}}{|\alpha|} = \frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}$$

Ora calculando o numerador:

$$(209)\qquad |D\lambda_2| =$$

$$-1.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]-n_i.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right]$$

$$-n_j.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]+n_j.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\Big|_{t_j}\right]$$

$$+n_i.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]+1.\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right].$$

De igual modo para o último multiplicador de Lagrange:

$$(210)\lambda_5^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right) \\ n_i & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) \\ n_j & -\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) \end{vmatrix}}{|\alpha|} = \frac{|D\lambda_5|}{|\alpha|}$$

$$(211) \quad |D\lambda_5| =$$

$$-1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right)$$

$$-n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right)$$

$$-n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right)$$

$$+n_j.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right)$$

$$+n_i.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial T} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial T} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right)$$

$$+1.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} - p_i.n_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - p_j.n_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right)$$

Assim fica completa a solução dos λs deste Caso 4.

Retomando a equação (198) em ordem a n_i e n_j:

$$(212)\lambda_1^*.n_i + \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).n_i + \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right).n_j = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]$$

Retomando a equação (202) em ordem a n_i e n_j:

$$(213).\left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).n_i + \lambda_1^*.n_j + \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right).n_j = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]$$

Colocando de novo na forma matricial e resolvendo para n_i e n_j óptimos pela regra de Cramer:

$$(214)\begin{pmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{pmatrix} . \begin{bmatrix} n_i \\ n_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_i \\ z_j \end{bmatrix}$$

Re-escrevendo o sistema na forma matricial:

$$(215) \quad P \quad . \quad N \quad = \quad Z$$

Com respectivamente o vector Z definido do seguinte modo:

$$(216)\begin{bmatrix} z_i \\ z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i} \right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j} \right] \\ \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j} \right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j} \right] \end{bmatrix}$$

Tal como foi dito aplicando a regra de Cramer a este sistema (214) e (215):

$$(217) n_i^* = \frac{\begin{vmatrix} z_i & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ z_j & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}} = \frac{z_i\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - z_j.\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

Ora o determinante do sistema (o denominador) é o seguinte:

$$(218)|P| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right).\left(\lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)$$

Se notarmos o último termo pode ser re-escrito de forma mais condensada:

$$(219)|P| = \left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right).\left(\lambda_1^* + \lambda_2^*.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\left(\lambda_2^*\right)^2.p_i.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)$$

Passemos então à expressão óptima dos micro-fúndios:

$$(220)\; n_j^* = \frac{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & z_i \\ \left(\lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & z_j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) & \left(\lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right) \\ \left(\lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) & \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) \end{vmatrix}} = \frac{z_j . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - z_i . \left(\lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) . \left(\lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$$

Por (217) e (220) podemos, tal como fizemos para os casos 2 e 3 (ver, por exemplo a equação (172)), calcular o número óptimo de parcelas microfundiárias, *versus* o total de minifúndios:

$$(221) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\dfrac{z_i . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - z_j . \left(\lambda_2^* . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{z_j . \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - z_i . \left(\lambda_2^* . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Ora substituindo pelos λs óptimos, e dividindo tudo por z_j:

$$(222) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\dfrac{\left(\dfrac{z_i}{z_j}\right) . \left(\dfrac{|D\lambda_1|}{|\alpha|} + \dfrac{|D\lambda_2|}{|\alpha|} . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\dfrac{|D\lambda_2|}{|\alpha|} . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\dfrac{|D\lambda_1|}{|\alpha|} + \dfrac{|D\lambda_2|}{|\alpha|} . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\dfrac{z_i}{z_j}\right) . \left(\dfrac{|D\lambda_2|}{|\alpha|} . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Eliminando o termo comum de α, ficamos com a expressão simplificada:

$$(223) \quad \frac{n_j^*}{n_i^* + n_j^*} = \frac{1}{\left[\dfrac{n_i^*}{n_j^*} + 1\right]} = \frac{1}{\left[\dfrac{\left(\dfrac{z_i}{z_j}\right) . \left(|D\lambda_1| + |D\lambda_2| . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(|D\lambda_2| . p_j . \dfrac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1| + |D\lambda_2| . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\dfrac{z_i}{z_j}\right) . \left(|D\lambda_2| . p_i . \dfrac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$$

Para termos a expressão óptima (da proporção) só nos falta ainda determinar (z_i/z_j). Façamos então esse cálculo auxiliar:

$$(224)\frac{z_i}{z_j}=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY+\lambda_2^*.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]}$$

Ora, substituindo os λs óptimos:

$$(225)\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*=\frac{\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|\alpha|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]}{\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY+\frac{|D\lambda_2|}{|\alpha|}.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|\alpha|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]}$$

Multiplicando por determinante de α:

$$(226)\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*=\frac{|\alpha|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial E_i}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]}{|\alpha|.\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY+|D\lambda_2|.\left[p_R.\frac{\partial Y_R}{\partial F_j}-p_T.\frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right]+|D\lambda_5|.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]}$$

Ora, injectando, à semelhança do Caso 3, a expressão (226) em (223) ficamos com o número de fracções óptimas de micro-fúndios face ao total de minifúndios:

$$(227)\qquad \frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\left[\frac{n_i^*}{n_j^*}+1\right]}=\frac{1}{\left[\frac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*.\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right)-\left(|D\lambda_2|.p_j.\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(|D\lambda_1|+|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)-\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^*.\left(|D\lambda_2|.p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}+1\right]}$$

Esta expressão tal como a (178) do Caso 3 também engloba os preços, logo as conclusões são em tudo semelhantes, a única diferença está no rácio de ponderadores que é *(z_i/z_j)* em vez de *(w_i/w_j)*, que se referem a restrições diferentes.

É de notar que, tal como no caso 3, neste caso 4, uma vez que a restrição de viabilidade de RA ex-post está presente, que se reflectem os preços e as produtividades na expressão da fracção óptima de micro-fúndios.

CASO 5: λ_1, λ_3, λ_5 todos positivos, λ_2 , λ_4 nulos

Este caso ilustra o facto de as restrições da terra e a de activos agregadas estarem activas, tal como a restrição de pobreza do micro-fúndio. A restrição de viabilidade ex-post da RA não está saturada, tal como a restrição de pobreza de "threshold" para o meso-fúndio. A resolução deste caso é em tudo semelhante à do Caso 2.

$$(228)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_2} = p_R.Y_R - p_T.Y_T - p_i.n_i.Y_i - p_j.n_j.Y_j > 0 \quad (229)\lambda_2 = 0 \quad (230)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_2}.\lambda_2 = 0$$

$$(231)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_3} = p_i.Y_i - r.K - w_H.H - p_R.R - w.L = 0 \quad (232)\lambda_3 > 0 \quad (233)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_3}.\lambda_3 = 0$$

$$(234)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4} = Y_i(K,H,E_i,L) - Y_i(K,H,E_i,L)|_{\underline{t_i}} > 0 \quad (235)\lambda_4 = 0 \quad (236)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_4}.\lambda_4 = 0$$

$$(237)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5} = Y_j(K,H,F_j,L) - Y_j(K,H,F_j,L)|_{\underline{t_j}} = 0 \quad (238)\lambda_5 > 0 \quad (239)\frac{\partial\ell}{\partial\lambda_5}.\lambda_5 = 0$$

Considerando as condições de primeira ordem e obedecendo às hipóteses do Caso 5, ficamos com:

$$(240)\frac{\partial\ell}{\partial T} = \int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY - \lambda_1 + \lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{\underline{t_j}}\right] = 0$$

$$(241)\ T > 0 \quad (242)\ \frac{\partial\ell}{\partial T}.T = 0$$

Pondo em evidência os λs a partir de (240):

$$(243)\lambda_1 - \lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] - \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{\underline{t_j}}\right] = \int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY$$

Para a segunda equação das condições de primeira ordem fazendo o mesmo procedimento:

$$(244)\frac{\partial\ell}{\partial E_i} = \int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY - n_i.\lambda_1 + \lambda_2.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{\underline{t_j}}\right] = 0$$

$$(245)\ E_i > 0 \quad (246)\ \frac{\partial\ell}{\partial E_i}.E_i = 0$$

Pondo em evidência os λs a partir de (244):

$$(247)n_i.\lambda_1-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY$$

Usando o mesmo procedimento referente à equação de F_j:

$$(248)\frac{\partial \ell}{\partial F_j}=\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY-n_j.\lambda_1+\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]+\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]=0$$

$$(249)\ F_j>0\quad(250)\ \frac{\partial \ell}{\partial F_j}.F_j=0$$

Colocando em evidência os λs a partir de (248):

$$(251)n_j.\lambda_1-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY$$

Agrupando as equações (243), (247), (251):

$$(243)\lambda_1-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY$$

$$(247)n_i.\lambda_1-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY$$

$$(251)n_j.\lambda_1-\lambda_3.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]-\lambda_5.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]=\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY$$

Podemos então escrever o sistema na forma matricial para resolvermos, tal como no Caso 2, os λs óptimos:

$$(252)\begin{pmatrix} 1 & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_i & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_j & -\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \end{pmatrix}.\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_3\\ \lambda_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\end{bmatrix}$$

Ou seja, na forma matricial:

(253) $\beta \quad . \quad \psi \quad = \quad e$

Calculemos o determinante do sistema $|\beta|$:

(254) $|\beta| =$

$$+1.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$+n_i.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$+n_j.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-n_j.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-n_i.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-1.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right].\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]$$

Calculemos o λ óptimo λ_1^* usando a Regra de Cramer:

$$(255)\lambda_1^* = \frac{\begin{vmatrix} \int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] \\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \\ \int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY & -\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \end{vmatrix}}{|\beta|} = \frac{|D\lambda_1|}{|\beta|}$$

Como já calculámos o denominador (por (254)) apenas falta calcular o numerador:

(256) $|D\lambda_1| =$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$+\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T}-r.\frac{\partial K}{\partial T}-w_H.\frac{\partial H}{\partial T}-p_R.\frac{\partial R}{\partial T}-w.\frac{\partial L}{\partial T}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right]$$

$$-\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right)\cdot\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right].$$

Assim ficamos com a expressão óptima de completa de λ_1^*.

Façamos o mesmo procedimento, em tudo igual para λ_3^*, λ_5^*.

$$(257)\lambda_3^* = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial T}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T}-\frac{\partial Y_j}{\partial T}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_i & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\bigg|_{t_j}\right] \\ n_j & \left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right) & -\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\bigg|_{t_j}\right] \end{vmatrix}}{|\beta|} = \frac{|D\lambda_3|}{|\beta|}$$

Basta-nos então calcular o determinante do numerador:

$$(258)\left|D\lambda_3\right| = -1.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}_{|t_j}\right] - n_i.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}_{|t_j}\right]$$
$$- n_j.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}_{|t_j}\right] + n_j.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial T} - \frac{\partial Y_j}{\partial T}_{|t_j}\right]$$
$$+ n_i.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}_{|t_j}\right] + 1.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right).\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}_{|t_j}\right]$$

Assim obtemos a expressão óptima de λ_3^*.Procedendo de igual modo para λ_5^*.

$$(259)\lambda_5^* = \frac{\begin{vmatrix} 1. & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right) \\ n_i & -\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) \\ n_j & -\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right] & \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right) \end{vmatrix}}{|\beta|} = \frac{|D\lambda_5|}{|\beta|}$$

De novo, apenas nos falta o cálculo do numerador:

$$(260)\quad |D\lambda_5| = -1.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right)$$
$$- n_i.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right)$$
$$- n_j.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right)$$
$$+ n_j.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial T} dY\right)$$
$$+ n_i.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial T} - r.\frac{\partial K}{\partial T} - w_H.\frac{\partial H}{\partial T} - p_R.\frac{\partial R}{\partial T} - w.\frac{\partial L}{\partial T}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY\right)$$
$$+ 1.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right].\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right)$$

Assim ficamos com as expressões óptimas dos λs completas.

Retomando a equação (247) e resolvendo em ordem a n_i ficamos com:

$$(261) n_i.\lambda_1^* = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i} \right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j} \right]$$

Substituindo pelos λs óptimos λ_1^*, λ_3^*, λ_5^*:

$$(262) n_i.\frac{|D\lambda_1|}{|\beta|} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \frac{|D\lambda_3|}{|\beta|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|\beta|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j} \right]$$

Eliminando os termos comuns (o determinante $|\beta|$) e resolvendo em ordem a n_i ficamos com a seguinte expressão para o número óptimo de meso-fundios:

$$(263) n_i^* = \frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY \right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r.\frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H.\frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R.\frac{\partial R}{\partial E_i} - w.\frac{\partial L}{\partial E_i} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j} \right]$$

De igual modo a partir da expressão (251) e resolvendo em ordem a n_j ficamos com:

$$(264) n_j.\lambda_1^* = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \lambda_3^*.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j} \right] + \lambda_5^*.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j} \right]$$

Substituindo pelos λs óptimos λ_1^*, λ_3^*, λ_5^*:

$$(265) n_j.\frac{|D\lambda_1|}{|\beta|} = \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \frac{|D\lambda_3|}{|\beta|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|\beta|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j} \right]$$

Eliminando os termos comuns (o determinante $|\beta|$) e resolvendo em ordem a n_j ficamos com a seguinte expressão para o número óptimo de micro-fúndios:

$$(266) n_j^* = \frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}.\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY \right) + \frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}.\left[p_i.\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r.\frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H.\frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R.\frac{\partial R}{\partial F_j} - w.\frac{\partial L}{\partial F_j} \right] + \frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}.\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j} \right]$$

Tal como fizemos para os casos anteriores 2,3,4, podemos assim calcular o número de explorações óptimas microfundiárias face ao total de minifúndios, partindo das expressões (263) e (266):

$$(267)\frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*}+1}=$$

$$=\frac{1}{\frac{\left\{\frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)+\frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]\right\}}{\left\{\frac{|\beta|}{|D\lambda_1|}\cdot\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)+\frac{|D\lambda_3|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]+\frac{|D\lambda_5|}{|D\lambda_1|}\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]\right\}}+1}$$

Simplificando a expressão (267), cortando $|D\lambda_1|$ ficamos coma fracção óptima de micro-fundios face ao total de minifúndios no caso da primeira, terceira e quinta restrições serem activas, i.e. uma restrição física da terra, uma restrição de activos agregada e uma restrição de pobreza para o microfúndio.

$$(268)\frac{n_j^*}{n_i^*+n_j^*}=\frac{1}{\frac{n_i^*}{n_j^*}+1}=$$

$$=\frac{1}{\frac{\left\{|\beta|\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}dY\right)+|D\lambda_3|\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_i}{\partial E_i}-r.\frac{\partial K}{\partial E_i}-w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial E_i}-p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial E_i}-w.\frac{\partial L}{\partial E_i}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}-\frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big|_{t_j}\right]\right\}}{\left\{|\beta|\cdot\left(\int\frac{\partial Y_i}{\partial F_j}dY\right)+|D\lambda_3|\cdot\left[p_i\cdot\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-r.\frac{\partial K}{\partial F_j}-w_H\cdot\frac{\partial H}{\partial F_j}-p_R\cdot\frac{\partial R}{\partial F_j}-w.\frac{\partial L}{\partial F_j}\right]+|D\lambda_5|\cdot\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}-\frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big|_{t_j}\right]\right\}}+1}$$

Note-se que na decisão óptima já se tem em conta os preços das parcelas de terra, o custo dos factores de produção, e o desvio face ao limiar de pobreza, para além da produtividade marginal das parcelas meso e micro-fundiárias.

CASO 6: λ_2, λ_3, λ_5 todos positivos, λ_1, λ_4 nulos

Neste caso temos λ_1 nulo, o que apenas quer dizer que a restrição "física" da terra não está saturada, ou seja, ficou terra por redistribuir. Afigura-se-nos que este caso (λ_1 nulo) não faz muito sentido na política de RA, a não ser talvez na zona de fronteira com a Natureza, por exemplo, no caso do limite de civilização junto à floresta Amazónica

A sua resolução seguiria os mesmos passos ilustrados para os casos anteriores a três variáveis.

Vejamos então de seguida um quadro síntese com as diferentes afectações de RA via planner segundo as diferentes restrições: Casos 1 a 5.

Convém relembrar que de acordo com o Segundo Teorema Fundamental do Bem-Estar da Microeconomia, se pode recuperar os resultados de mercado, a partir das afectações do planeador. Ou seja, na ausência de externalidades as alocações do planner podem ser obtidas no mercado. Assim, o QUADRO 16 na próxima página resume a informação sobre as diferentes afectações do planeador, que poderão ser recuperadas pelo mercado.

QUADRO 16 - Súmula do número óptimo de parcelas de afectação de RA via planeador com modelo a 4 variáveis

CASOS	n_i^*	n_j^*	*Pesos*	*Proporção micro vs total minifúndios*
1	(82) $n_i^* = \dfrac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$	(85) $n_j^* = \dfrac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY} > 0$	n.a.	(92") $\dfrac{\frac{\int \frac{\partial Y_i}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}.dY}}{n_i^*} = \dfrac{\frac{\int \frac{\partial Y_j}{\partial T}.dY}{\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}.dY}}{n_j^*} > 0$
2	(124) $n_i^* = \frac{\lvert D\lambda_4\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\Big\vert_{t_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\vert_{t_j}\right] + \frac{\lvert\Delta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY$	(126) $n_j^* = \frac{\lvert D\lambda_4\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\Big\vert_{t_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\vert_{t_j}\right] + \frac{\lvert\Delta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} dY$	n.a.	(129) $\dfrac{1}{\left\{\dfrac{\lvert D\lambda_4\rvert\left[\frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\big\vert_{t_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\big\vert_{t_j}\right] + \lvert\Delta\rvert\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY}{\lvert D\lambda_4\rvert\left[\frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\big\vert_{t_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\big\vert_{t_j}\right] + \lvert\Delta\rvert\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} dY}\right\} + 1}$
3	(169) $n_i^* = \dfrac{w_i \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - w_j \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(171) $n_j^* = \dfrac{w_j \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - w_i \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right)\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)\left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(177) $\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^* = \dfrac{\lvert\pi\rvert \cdot \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_3\rvert \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial E_i} - w \cdot \frac{\partial R}{\partial E_i}\right]}{\lvert\pi\rvert \cdot \int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} dY + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_3\rvert \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial F_j} - w \cdot \frac{\partial L}{\partial F_j}\right]}$	(178) $\dfrac{1}{\left[\dfrac{\left(\frac{w_i}{w_j}\right)^* \cdot \left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^* \cdot \left(\lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$
4	(217) $n_i^* = \dfrac{z_i \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - z_j \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(220) $n_j^* = \dfrac{z_j \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - z_i \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)}{\left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) \cdot \left(\lambda_1^* + \lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lambda_2^* \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right) \cdot \left(\lambda_2^* \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}$	(226) $\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* = \dfrac{\lvert\alpha\rvert \cdot \int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial E_i} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\vert_{t_j}\right]}{\lvert\alpha\rvert \cdot \int \frac{\partial Y_i}{\partial F_j} dY + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot \left[p_R \cdot \frac{\partial Y_R}{\partial F_j} - p_T \cdot \frac{\partial Y_T}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\vert_{t_j}\right]}$	(227) $\dfrac{1}{\left[\dfrac{\left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* \cdot \left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\right) - \left(\lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_j \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\right)}{\left(\lvert D\lambda_1\rvert + \lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i}\right) - \left(\frac{z_i}{z_j}\right)^* \cdot \left(\lvert D\lambda_2\rvert \cdot p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial F_j}\right)} + 1\right]}$
5	(263) $n_i^* = \frac{\lvert\beta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert} \cdot \left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) + \frac{\lvert D\lambda_3\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert} \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial E_i} - w \cdot \frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\Big\vert_{t_j}\right]$	(266) $n_j^* = \frac{\lvert\beta\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert} \cdot \left(\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} dY\right) + \frac{\lvert D\lambda_3\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert} \cdot \left[p_i \cdot \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r \cdot \frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H \cdot \frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R \cdot \frac{\partial R}{\partial F_j} - w \cdot \frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \frac{\lvert D\lambda_5\rvert}{\lvert D\lambda_1\rvert}\left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\Big\vert_{t_j}\right]$	n.a.	(268) $\dfrac{1}{\left\{\dfrac{\lvert\beta\rvert\left(\int \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} dY\right) + \lvert D\lambda_3\rvert \cdot \left[p_i \frac{\partial Y_i}{\partial E_i} - r \frac{\partial K}{\partial E_i} - w_H \frac{\partial H}{\partial E_i} - p_R \frac{\partial R}{\partial E_i} - w \frac{\partial L}{\partial E_i}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial E_i} - \frac{\partial Y_j}{\partial E_i}\big\vert_{t_j}\right]}{\lvert\beta\rvert\left(\int \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} dY\right) + \lvert D\lambda_3\rvert \cdot \left[p_i \frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - r \frac{\partial K}{\partial F_j} - w_H \frac{\partial H}{\partial F_j} - p_R \frac{\partial R}{\partial F_j} - w \frac{\partial L}{\partial F_j}\right] + \lvert D\lambda_5\rvert \cdot \left[\frac{\partial Y_j}{\partial F_j} - \frac{\partial Y_j}{\partial F_j}\big\vert_{t_j}\right]}\right\} + 1}$

17. Referências bibliográficas

ACEMOGLU, D. e ROBINSON, J. (2006), *Economic origins of dictatorship and democracy*, Cambridge Univerisity Press, New York, USA.

ADDISON, T. e LAAKSO, L. (2003), "The political economy of Zimbabwe's descent into conflict", *Journal of International Development*, vol.15, pp. 457-470.

AGÉNOR, P. R. e MONTIEL, P. (1996), *Development macroeconomics*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA.

AGHION, P. e HOWITT, P. (1998). *Endogenous growth theory*, The MIT Press: Cambridge: USA, 2nd edition.

ALLEN, F. (1982), "On share contracts and screening", *Bell Journal of Economics*, vol. 13, Nr. 2, pp. 541-547.

ANDREWS, C. (2004), "Anti-poverty policies in Brazil: Reviewing the past ten years", *International Review of Adminstrative Sciences*, 70 (3), ed. SAGE, pp. 477-488. (recuperado em 15/10/2004 no site: *http://md2.csa.com/htbin/ids65/display_fulltext.cgi?an=10.1177/0020852304046202&db=sagepol-set-c&ctx=/csa/ids/context/ctxGgayNS*)

ARROW, K. (1962). "The economic implications of learning by doing", *Review of Economic Studies*, vol. XXIX (3), no. 80, June, pp. 155-173

AZARIADIS, C. e DRAZEN, A. (1990), "Threshold externalities in economic development", *Quarterly Journal of Economics*, volume CV, May, pp.501-526.

BAER, W. [1995] (2002), *A Economia Brasileira*, editora NOBEL, 2ª edição, São Paulo, Brasil.

BALAND, J. M. e ROBINSON, J. (2003), "Land and Power", *CEPR Discussion Paper n. 3800*, London, UK, February, recuperado no sítio do CEPR em Março de 2003: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=396182

BANDIERA, O. (2002), "Land distribution, incentives and the choice of production techniques in Nicarágua", Centre of Economic and Policy Research (CEPR) Discussion Paper, no. 3141, January, London: UK.

BANERJEE, A. (1999), "Prospects and strategies for Land Reform", mimeo, MIT, Cambridge: USA (gentilmente cedido pelo autor).

BANERJEE, A.; GERTLER, P. J. e GHATAK, S. (2002), "Empowerment and efficiency: Tenancy reform in West Bengal", *Journal of Political Economy*, vol.110, nº2, pp. 239-280.

BANERJEE, A e IYER, L. (2002b), "History and economic performance: The legacy of colonial land tenure systems in India", March, *mimeo*, MIT, recuperado em 27 de Abril de 2005 disponivel em: http://www.nyu.edu/gsas/dept/politics/seminars/banerjee.pdf

BARRACLOUGH, S. (1999), " Land Reform in developing countries: the role of the state and other actors", *United Nations Research Institute for Social Development (UNRISD) Discussion Paper 101*, (recuperado 27 de Abril de 2005: http://www.unrisd.org/unrisd/website/document.nsf/d2a23ad2d50cb2a280256eb300385855/9b503baf4856e96980256b66003e0622/$FILE/dp101.pdf

BARRETO, A. (1987), *Anatomia de uma revolução. A reforma agrária em Portugal 1974-76*, Europa América, Lisboa

BARRO, R. e SALA-I-MARTIN, X. (1995), *Economic Growth*, McGraw Hill, New York, USA.

BARROS, A. (1986), *Do latifundismo à Reforma Agrária. O caso de uma freguesia do Baixo Alentejo*, Instituto Gulbenkian de Ciência, Centro de Estudos de Economia Agrária, Lisboa

BATTESE, G. E. e COELLI, T. J. (1995),"A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data", *Empirical Economics*, 20: 325-332.

BAUMEISTER. E. (2001), "Peasant Iniatives in Land Reform in Central America", in GHIMIRE (pp.65-85)

BECKER, G. (1964) [1993], *Human capital: a theoretical and empirical analysis with special reference to education*, 3rd edition, University of Chicago Press, USA (1st edition - 1964)

BECKER, G. (1996), *Accounting for tastes*, Harvard University Press, USA.

BELL, C. e ZUSMAN, P. (1979), "New approaches to the theory of rental contracts in agriculture", mimeo, Development Research Centre, World Bank, August.

BELL, Clive (2003), "Land reform and Land tenancy", cap. 14 in BELL (2003), *Development Policy as Public Finance*, Oxford University Press, Oxford, UK, 475 pp.

BENIN, S. e PENDER, J. (2001), "Impacts of Land redistribution on Land management and productivity in the Ethiopian highlands", *Land Degradation and Development*, vol. 12, pp. 555-568.

BERRY, S. (2002), "The Everyday Politics of Rent-Seeking: Land allocation on the outskirts of Kumase, Ghana" in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp. 107-133.

BHADURI, A. (1977), "On the formation of various interest rates in backward agriculture", *Cambridge Journal of Economics*, vol.1, issue 4, December, pp.341-352.

BHARDAN, P. e UDRY, C. (1999), *Development microeconomics*, Oxford University Press, Oxford: UK.

BHARDAN, P. e UDRY, C. (2000a), *Readings in development economics: Micro-theory-vol.1*, The MIT Press, Cambridge, USA.

BHARDAN, P. e UDRY, C. (2000b), *Readings in development economics: empirical microeconomics-vol.2*, The MIT Press, Cambridge, USA.

BINSWANGER, H. P.; DEININGER, K. e FEDER, G. (1995), "Power, Distortions, Revolt and Reform in Agricultural Land Relations." in *Handbook of Development Economics,* Volume III, J. Behrman and T.N. Srinivasan (eds.), Elsevier Science B.V.

BLAIR, D. (2003), *Degrees in violence. Robert Mugabe and the struggle for power in Zimbabwe*, Continuum, London and New York.

BONELI, R. (2001), "Impactos económicos e sociais de longo prazo no sector agropecuário: Revolução invisível e inclusão social", Texto para Discussão n.838, IPEA- Instituto de Pesquisa Económica Aplicada, Rio de Janeiro.

BORRAS, S. (2003), "Inclusion/exclusion in public policies and policy analyses: The case of Philippine Land reform", *Journal of International Development*, vol.15, pp. 1049-1055.

BRANCO, M. C. (1988), *La Transformation des Structures Agraires et le Développement: La Réforme Agraire au Portugal.* Tese de Doutoramento (não publicada), Paris, E.H.E.S.S.

BRANCO, M. C. e ROCHA DE SOUSA, M. (2006), "Estado, Mercado, Reforma Agrária e Desenvolvimento no Brasil e em Portugal" in BRANCO et al. (Coord.) (2006), *Economia com Compromisso. Ensaios em Memória de José Dias Sena*, Capítulo 3, pp. 139-158, Junho, edição da Universidade de Évora, Évora, Portugal.

BRITANNICA (1993), "Land Reform and land tenure", Macropedia - Knowledge in Depth, vol. 22, 15th edition, pp. 40-547.

BRITANNICA (2001), "Land reform and tenure", edição Super Deluxe em CD Rom, Merrian Websters Collegiate, Tenth edition, US Patent #5,241,671.

BUAINAIN, A. M.; SILVEIRA, J. M. F. J.; MALETTA, H.; PEREIRA, P. L. V., ARTES, R.; ZARONI, M. e MAGALHÃES, M. M. (1998), *Metodologia de Avaliação de Impactos Sócio-Econômicos*. Campinas, IE/Unicamp, NEAD-MDA, Banco Mundial. mimeo, 210p.

BUAINAIN, A.M. e SILVEIRA, J. M. F. J. da; ARTES, R; MAGALHÃES, M. M; BRUNO, R. (1999a). *Avaliação Preliminar do Cédula da Terra*. Convênio IE/Unicamp, NEAD-MDA e Banco Mundial. mimeo, 321p.

BUAINAIN, A. M.; SILVEIRA, J. M. F. J., SOUZA FILHO, H. M. e MAGALHÃES, M. M. (1999b). "Community-based land reform implementation in Brazil: a new way of reaching out the marginalized?" Paper presented in Bonn Seminar/Global Development Network, Bonn, November mimeo, 106p. http://www.gdnet.org

BUAINAIN, A. M.; SILVEIRA, J. M. F. ; MAGALHÃES, M. M; ARTES, R.; SOUZA FILHO, H. M.; NEDER, H. D.; LEON, F. e PLATA, L. A. (2002). *Perfil dos Beneficiários PCT e INCRA-2001- Relatório de Pesquisa*. Convênio FECAMP/NEAD-MDA. mimeo, 393p.

BUAINAIN, A. M.; FONSECA, R. B. (coords); PEDROSA, D.; BAZIN, F.; NEDER, H.; SOUZA FILHO, H. M; SILVEIRA, J. M.; MELO, M.; MAGALHÃES, M.; VITAL, M.; ROCHA DE SOUSA, M. e BUAINAIN, V. (2003), *Estudo de Avaliação de impactos do programa Cédula da Terra. Relatório Final*, Convênio FECAMP/NEAD-MDA- World Bank, mimeo, 213 p.

BUAINAIN, A.M. (2003), "Reflexões sobre Reforma Agrária e Questão Social no Brasil", comunicação oral UNICAMP, mimeo, 10 de Junho.

BYAMUGISHA, F. K. (1999a), "The effects of Land registration on financial development and economic growth. A theoretical and conceptual framework", *World Bank Policy Research Working Paper* n. 2240, November, Washington DC, USA, recuperado em Junho de 2002 no site http://wdsbeta.worldbank.org/external/default/WDSContentServer/IW3P/IB/2000/01/06/000094946_99122006330167//PDF/multi_page.pdf

BYAMUGISHA, F. K. (1999b). "How land registration affects financial development and economic growth on Thailand", *World Bank Policy Research Working Paper* n. 2241, November, Washington DC, USA, recuperado em Junho de 2002 no site: http://wdsbeta.worldbank.org/external/default/WDSContentServer/IW3P/IB/2000/01/06/000094946_99122006330268/Rendered/PDF/multi_page.pdf

CÂMARA, D. H. (1969). *The Church and Colonialism*, Denville, N.J., Dimension Books, citado por DORNER (1991, p.19)

CANEGRATI, E. (2006a). "The single mindedness theory: microfoundation and application to labor market", Universitá Cattolica del Sacro Cuore, Milan. Mimeo, de Junho.

CANEGRATI, E. (2006b). "The single mindedness theory of labor unions" Universitá Cattolica del Sacro Cuore, Milan. Mimeo, de Julho.

CARDOSO, F. H. (1972). "Dependency and underdevelopment in Latin America", *New Left Review*, n.74, pp. 83-95, citado por DORNER (1991, p.16).

CARTER, M. e JONAKIN, J. (1987), "The economic case for Land reform: An assesment of the 'Farm size/Productivity' relation and its impact on Policy", Madison: Department of Agricultural Economics, University of Wisconsin, citado por DORNER (1991, p. 18).

CARTER, M. e KALFAYAN, J. (1987), "An economic model of agrarian structure in Latin America", mimeo, University of Wisconsin, Department of Agricultural Economics, Madison, USA.

CARVALHO, L. (2004), *Reforma Agrária: Da utopia à realidade*, Campo das Letras, Lisboa.

CASTRO, J. (1946) [2002], *Geografia da fome. O dilema brasileiro: pão ou aço*, Civilização Brasileira, Rio de Janeiro, Brasil.

CHANG, H.-J. (2002), *Kicking Away the Ladder – Development Strategy in Historical Perspective*, Anthem Press, London

CHANG, H.-J. (2007), *Bad Samaritans. Rich Nations, Poor policies and the Threat to the Developing World*, Random House Business Books, UK.

CHAO, K. (1983), "Tenure systems in traditional China", *Economic Development and Cultural Change*, January, vol. 31, pp. 295-314.

CHARNES, A.; COOPER, W.; LEWIN, A. E. e SEIFORD, L. M. (eds.) (1994) [1996], *Data Envelopment Analysis. Theory, Methodology and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 2nd printing, Boston/Dordrecht/London.

CHEUNG, S. N. (1969), *The Theory of Share Tenancy*, University of Chicago Press, Chicago, USA.

CHIANG, A. C. (1984), *Fundamental methods of mathematical economics*, 3rd edition, McGraw Hill, USA.

CHIANG, A. C. (1992), *Elements of dynamic optimization*, McGraw Hill, USA.

CHILDRESS, M. (2002), "Policy questions for a second decade of rural change in Central/Eastern Europe and the former Soviet Union", *Journal of International Development*, vol. 14, pp. 979-985.

CICCONE, A. e MATSUYAMA, K. (1996), "Start-up costs and pecuniary externalities as barriers to economic development", *Journal of Development Economics*, vol. 49, pp. 33-59.

CLEARY, M. e EATON, P. (1996), *Tradition and reform. Land tenure and rural development in South-east Asia*, Oxford University Press, UK.

COASE, R. (1960). *The Problem of Social Cost.* Journal of Law and Economics, Vol 3: 1-44

COELLI, T. (1996) "FRONTIER Version 4.1: A computer program for stochastic production and cost frontier estimation", Department of Econometrics, University of New England, Armidale, NSW.

COELLI, T.; PRASADA RAO, D. S. e BATTESE, G. E. (1998), *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.

COLLIER, G. A. e QUARANTIELLO, E. (1999), *Basta! Land & The zapatista Rebellion in Chiappas*, Food First Books, Oakland, Califórnia, USA, 2nd edition.

CONNING, J. H. e ROBINSON, J. (2002), "Land reform and the political organization of agriculture", Centre of Economic and Policy Research (CEPR) Discussion Paper, no. 3204, January, London: UK.

COUSINS, B. (2002), "Legislating Negotiability: Tenure reform in Post-Apartheid South Africa", in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp.67-106.

CSAKI, C.; BROOKS, K. e LERMAN, Z. (1994), "Land Reform and farm restructuring in Ukraine", *World Bank Policy Discussion Paper n.270*, Washington DC, December, recuperado no site do WB em Junho de 2002: http://www.worldbank.org

CSAKI, C. e LERMAN, Z.(1997), "Land Reform in Ukraine: The first five years", *World Bank Policy Discussion Paper n.371*, Washington DC, August, recuperado no site do WB em Junho de 2002: http://www.worldbank.org

CUNHAL, A. (1976), *Contribuição para o estudo da Questão Agrária*, Avante, Lisboa, 2 vols.

CURTISS, J. (2002), *Efficiency and Structural Changes in Transition. A Stochastic Frontier Analysis of Czech Crop Production*, Shaker Verlag, Vol.12 da Colecção Institutional Change in Agriculture and Natural Resources, Aachen, Alemanha.

DAY, R. (1967), "The economics of technical change and the demise of the share-cropper", *American Economic Review*, June, vol. 57, pp. 427- 449.

DE JANVRY, A. (1981a), "The role of Land Reform in Economic Development: Policies and Politics", *American Journal of Agricultural Economics*, May, vol. 63, pp. 384-392.

DE JANVRY, A. (1981b) [1985], *The Agrarian Question and Reformism in Latin America*, Johns Hopkins Press: 3rd ed; Baltimore and London.

DE JANVRY, A.; FAFCHAMPS, M. e SADOULET, E. (1991), " Peasant household behavoiour with missing markets : some paradoxes explained ", *Economic Journal*, 101 (409), pp. 1400-1417.

DE JANVRY, A. e SADOULET, E. (1989), "A study in resistance to institutional change: the lost game of Latin American land reform", *World Development,* 17:1397-1407.

DE JANVRY, A.; GORDILLO, G.; PLATTEAU, J.-P. e SADOULET, E. (editores) (2001), *Access to Land Rural Poverty and Public Action,* UNU WIDER Studies in Development Economics, Oxford University Press, Oxford: UK.

DE SOTO, H. (2000) [2002], *O mistério do capital. Porque triunfa o capitalismo no Ocidente e fracassa no resto do mundo,* Editorial Notícias, Lisboa, 1ª edição.

DEININGER, K. (1999), "Making negotiated land reform work: Initial experience from Colombia, Brazil and South Africa", *World Bank Policy Research Working Paper 2040,* January 1999, Washington DC, USA, recuperado em Julho 2002 no site http://www.worldbank.org

DEININGER, K. (2002), "Agrarian reform in Eastern European countries: Lessons from International experience", *Journal of International Development,* vol.14, pp. 987-1003.

DEININGER, K. e CHAMORRO, J. S. (2002), "Investment and income effects of land regularization: the case of Nicaragua", *World Bank Policy Research Working Paper 2572,* January, Washington DC, USA, recuperado em Julho 2002 no site http://www.worldbank.org

DEININGER, K. (2003), *Land policies for growth and poverty reduction,* Oxford University Press and World Bank, Washington DC, USA, versão e-book.

DEMSETZ, H. (1967), "Toward a theory of property rights", *American Economic Review,* vol. 57, pp. 347-59.

DEVINE, J. (2002), "Etnography of a policy process: a case study of land redistribution in Bangladesh", *Public Administration and Development,* vol.22, pp. 403- 414.

DIXIT, A. K. (2004), *Lawlessness and Economics. Alternative modes of Governance,* Princeton University Press, New Jersey, USA.

DIXON-GOUGH, R. W. (1999), *Land Reform and sustainable development,* International Land Management Series, Ashgate Publishing Company, Aldershot, UK.

DORE, R. P. (1959), *Land reform in Japan,* Oxford University Press, London: UK.

DORNER, P. (1991), *Latin American Land Reforms in theory and practice. A Retrospective Analysis,* The University of Wisconsin Press, Wisconsin, USA.

DORNER, P. e KANEL, D. (1971), "The economic case for Land Reform: Employment, Income distribution and Productivity", pp.41-56, in DORNER (1971, ed.), *Land Reform in Latin America: Issues and cases in Land economics*, Monographs Series no.3, Madison: Published by *Land Economics* for the Land Tenure Center at the University of Wisconsin.

DOS SANTOS, T. (1973), "The crisis of Development Theory and the problem of dependence in Latin America" in *Underdevelopment and Development*, ed. H. BERNSTEIN. Harmondsworth: Penguin, 57-80 citado por DORNER (1991, p.17).

ELLIS, F. (1988) [1990], *Peasant economics. Farm households and agrarian development*, WYE Sudies in Agricultural and Rural Development, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

ELLIS, F. (1992) [1996], *Agricultural policies in developing countries*, WYE Sudies in Agricultural and Rural Development, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

ESWARAN, M. e KOTWAL, A. (1985), "A theory of contractual structure in agriculture", *American Economic Review*, vol. 75 (3), pp. 352-366.

ESWARAN, M. e KOTWAL, A. (1986), "Access to capital and agrarian production organization", *Economic Journal*, vol. 96, pp. 482-498.

FAFCHAMPS, M. (2001), "Intrahousehold Access to Land and Sources of Inefficiency: Theory and Concepts" in DE JANVRY et al.(eds) (2001), pp.68-96.

FEDER, G. (1985), "The relatoinship between farm size and productivity", *Journal of Development Economics*, vol. 18, pp. 297-313.

FERNANDES, B. M. (1999), *MST. Formação e territorialização.*, Editora HUCITEC, 2ª edição, São Paulo, Brasil, 285 pp.

FERNANDES, B. H. (1975), *O que é a Reforma Agrária ?*, edições 70, 3ª edição, Lisboa.

FERNANDEZ-GIMENEZ, M. (2002), "Spatial and social boundaries and the paradox of pastoral land tenure: A case study from Post-Socialist Mongolia", *Human Ecology*, vol. 30, n.1, March 2002, pp. 49-78

FGV (1994). *Conjuntura económica*. Rio de Janeiro.

FIELD, E. e TORERO, M. (2006), "Do Property Titles Increase Credit Access Among the Urban Poor? Evidence from a Nationwide Titling Program", Working Paper, recolhido em 20 de Agosto de 2006 em http:\\econ.ucsd.edu\seminars\seven_ssrc\FIELD_TORERO914.pdf

FORMAN, S. (1975), *The Brazilian Peasantry*, Columbia University Press, New York e London, USA e UK.

FRIEDMAN, M. e FRIEDMAN, R. (1980), *Liberdade para escolher*, Europa América, Lisboa.

FURTADO, C. (1958) [2003], *Formação económica do Brasil*, Companhia editora nacional, 32ª edição, São Paulo, Brasil.

GAVIAN, S. e FAFCHAMPS, M. (1996), "Land tenure and allocative efficiency in Niger". *American Journal of Agricultural Economics,* 78 (2), pp. 460-471

GERSBACH, H. e SIEMERS, L. (2005), "Land reforms and economic development", *CEPR Discussion papers DP 5184*, August, London; UK, recuperado em 9 de Setembro de 2005:http://www.cepr.org/pubs/new-dps/dplist.asp?dpno=5184&action.x=12&action.y=12

GERSOVITZ, M. (1976), "Land reform: some theoretical considerations", *Journal of Development Studies*, vol. 13 (October), pp.79-92

GHIMIRE, K.B. (2001), *Land reform & peasant livelihoods*, ITDG, United Nations Institute for Social Development, Trowbridge, UK.

GOKLANY, I. (2002), "Economic growth and human well-being", in MORRIS (2002) (ed.), cap.2, pp.20-43.

GRIGSBY, W. J. (2002), "Subsistence and land tenure in the Sahel", *Agriculture and Human Values*, 19, pp. 151-164.

GROSSMAN, G. M. e HELPMAN, E. (1991). *Innovation and growth in the global economy.* MIT Press, Cambridge, MA.

GUANZIROLI, C., ROMEIRO, A., BUAINAIM, A.M., DI SABBATO, A. e BITTENCOURT, G. (2001), *Agricultura familiar e Reforma Agrária no sec. XXI*, ed. Garamond, Rio de Janeiro, Brasil.

HALLAGAN, W. (1978), "Self-selection by Contractual Choice and the theory of Share-cropping", *Bell Journal of Economics*, Autumn, vol.9, pp. 344-354.

HAMMAR, A. (2002) "The Articulation of Modes of Belonging: Competing Land Claims in Zimbabwe's Northwest" in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp. 211-246.

HAYAMI, Y.; YAMADA, S.; AKINO, M.; NGIEP, L. T.; KAWAGOE, T. e HONMA, M. (1991), *The Agricultural development of Japan: A Century´s Perspective*, University of Tokyo Press: Tokyo.

HAYEK, F. von (1944) [2002], *The road to serfdom*, Routledge and Kegan Paul, Chicago: USA. [Reprinted in Routledge Classics]

HAYEK, F. von (1960) [1993], *The Constitution of Liberty*, Routledge, London,UK.

HAYEK, F. von (1988) [1990], *The fatal conceit: The errors of Socialism*, Routledge, UK.

HENDRY, D. (1995). *Dynamic Econometrics,* Oxford University Press, Oxford

HIRSCHMAN, A. (1961), *Latin American Issues,* New York, USA citado por DORNER(1991, p.15

HOROWITZ, A. (1993), "Time paths of Land Reform: A theoretical model of Reform Dynamics", *American Economic Review*, vol.83, pp. 1003-1010

HUFFMAN, W. (1991), "Agricultural household models: Survey and critique", in M.C. HALBERG, J.L. FINDEIS e D.L.LASS (eds), *Multiple Job-Holding Among Farm Families* (Iowa State University, Ames,IA), pp.79-111.

HUFFMAN, W. (1996), "Farm labor: Key conceptual and measurement issues on the route to better farm cost and return estimates", Staff Paper, no.280, Department of Economics, Iowa State University.

HUFFMAN, W. (2001), "Human capital: education and agriculture" in *Handbook of Agricultural Economics*, vol. 1, ed. North Holland, pp. 333-381

HUIZER, G. (2001), "Peasant Mobilization for Land reform: historical case studies and theoretical considerations", in GHIMIRE (2001, pp 164-198).

IPEA (1993). *Perspectivas da economia brasileira*, Vol. 2, pp. 690-700.

JACOBS, S. (2002), "Land reform: still a goal worth pursuing for rural women", *Journal of International Development*, vol. 14, pp. 887-898.

JAYNES, G. D. (1982), "Economic theory and land tenure", in H. BINSWANGER e M. ROSWEIG (eds.) in *Rural Labor Markets in Asia: Contractual Arrangements, Employment and Wages*, New Haven, Yale University Press.

JONES, C. I. (1995). "R&D-based models of economic growth", *Journal of Political Economy,* 103, pp. 759-784.

JONES, C. I. (1998). *Introduction to Economic Growth.* W. W. Norton & Company, 1st ed. EUA.

JOVANOVIC, B. (1982), "Selection and evolution of industry", *Econometrica*, vol. 50, No.3, May 1982, pp. 649-670.

JUUL, K. e LUND, C. (2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH.

JUUL, K (2002), "Post-Drought Migration and the Quest for recognition: Asserting and Securing the claims among *Fulani* Pastoralists in Northern Senegal" in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp. 185-210

KAGEYAMA, A. e HOFFMANN, R. (2000) "Determinantes da renda e condições de vida das famílias agrícolas no Brasil", *Economia*, vol.1, n.2: Julho/Dezembro, ANPEC, Campinas, SP.

KAWAGOE, T. (1999), "Agricultural land reform in post-war Japan: experience and issues", World Bank Policy Research Working Paper n. 2111, May, Washington D.C, recuperado no site do worldbank em Junho 2002: http://ssrn.com/abstract=636209

KLEIN, M. W. (2001), *Mathematical methods for Economics*, 2nd edition, Addison Wesley, Boston, USA.

KUMBHAKAR, S. C. e KNOX LOVELL, C. A. (2000) [2003], *Stochastic frontier Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

KURUP, T.V. (1976), "Price of rural credit: An empirical analysis of Kerala", *Economic and Political Weekly*, XI: 27.

KUZNETS, S. (1955), "Economic growth and income inequality", *American Economic Review*, vol.45, p.1-28

LADEJINSKY, W. (1977), *The selected papers of Wolf Ladejinsky.Agrarian Reform as na Unfinished Business*, Louis J. Walinsky editor, Published for the World Bank by Oxford University Press, USA.

LAPP, N. (2004), *Landing votes. Representation and Land Reform in Latin America*, ed. Palgrave-MacMillan, New York, USA.

LARMOUR, P. (2002), "Policy transfer and reversal: customary land registration from Africa to Melanesia", *Public Administration and Development*, vol.22, pp. 151-161.

LE MEUR, P.-Y. (2002), "Trajectories of the Politicisation of Land Issues: Case studies from Benin" in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp.135-155.

LÉVY-STRAUSS, C. (1955) [2004], *Tristes trópicos*, Edições 70, Lisboa.

LUCAS, R. (1988). "On the Mechanics of Development Planning", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, pp. 3-42.

LUNDBERG, E. (1961), *Produktiviet och rantabiliet*, Stockholm: P. A. Norsted and Soner.

LUND, C. (2002), "Negotiating Property Institutions: On the symbiosis of Property and authority in Africa" in JUUL, K. e LUND, C. (2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp.11-43.

MACEDO, M. J. C. (1982), *Geografia da Reforma Agrária*, Europa América, Lisboa.

MANJI, A. (2003), "Remortaging Women´s Lives: The World Bank´s Land Agenda in Africa", *Feminist Legal Studies*, vol 11: pp.139-163

MANJI, A. (2006), *The politics of Land Reform in Africa. From Communal tenure to free markets*, Zed Books, London e New York, UK e USA.

MASSELI, M. C. (1998), *Extensão rural entre os Sem-Terra*, editora UNIMEP, Universidade Metodista de Piracicaba, Brasil, 166 pp.

MATEUS, A. e MATEUS; M. (2001) *Microeconomia: teoria e aplicações*. 2 vols, Verbo editora, Lisboa.

McPEAK, J. (2005), "Individual and collective rationality in Pastoral Production: Evidence from Northern Kenya", *Human Ecology*, vol. 33, no.1, pp.171-197, April

MICELI, T. (1997), *Economics of the Law. Torts, Contracts, Property and Litigation*, Oxford University Press, New York, USA.

MILANOVIC, B. (2005) [2007], *Worlds apart: Measuring international and global inequality*, Princeton University Press, 2nd edition, Princeton, New Jersey, USA.

MINCER, J. (1974), *Schooling, experience, and earnings*, Columbia University Press, New York.

MONKE, E.; AVILLEZ, F. e FERRO, M. (1991), "Consolidation policies and small-farm agriculture in northwest Portugal", *European Review of Agricultural Economics*, vol. 19, n.1, pp.67-83.

MOOKHERJEE, D. (1997), "Informational Rents and Property Rights in Land," in J. Roemer, ed., Property Rights, Incentives and Welfare, New York: MacMillan Press.

MORRIS, J. (2002) (ed.), *Sustainable development. Promoting progress or perpetuating poverty?*, Profile Books, London, UK.

MOYO, S. (2001), "Building landscapes: village development in Zimbabwe", *Land Degradation and Development*, vol. 12, pp. 217- 224.

MURTEIRA, A. (2004), (org.), *Uma Revolução na Revolução. Reforma Agrária no Sul de Portugal*, edição Campo das Letras, Montemor, Portugal.

NAVARRO, A. M. (1977) [2004], *Memória Alentejana. Resistência e Reforma Agrária no Distrito de Évora*, Avante, Lisboa.

NEUPERT, R. (1999), "Population, Nomadic Pastoralism and the Environment in the Mongolian Plateau", *Population and the Environment: A Journal of Interdisciplinary Studies*, vol.20, n.5, pp.413-441

NEWBERRY, D. e STIGLITZ, J. (1979), "Share-cropping, risk sharing and the importance of imperfect information", in J. ROUMASSET et al. *Risk, Uncertainty and Agricultural development*, New York, Agricultural Council.

NORTH, D. (1988), *Structure and change in economic history*, WW Norton, New York, USA.

NORTH, D. (1990) [2004], *Institutions, institutional change and economic performance*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

O'HEADY, E. (1977), *Análise do Desenvolvimento Agrícola e da Reforma Agrária em Portugal*, Colecção textos actuais, Ministério da Agricultura e das Pescas, Lisboa.

OMOTAYO, A. M. (2003), "Ecological implications of fulbe pastoralism in Southwestern Nigeria", *Land Degradation and Development*, vol. 14, pp. 445- 457.

PAGIOLA, S. (1999), "Economic Analysis of rural land development projects", *World Bank*, Environment Department, Washington DC, USA, June, recuperado no site www.worldbank.org em Junho de 2002: ftp://econwpa.wustl.edu/econ-wp/othr/papers/0405/0405009.pdf

PANT, C. (1981), "Tenancy in semi-arid tropical villages of South India: Determinants and Effects on Cropping Patterns and Input Use", *ICRISAT Progress Report*, no. 20, May.

PANT, C. (1983), "Tenancy and Family Resources: a model and some empirical analysis", *Journal of Development Economics*, February, vol. 12, pp. 12-40.

PETERS, P. E. (2002), "The limits of negotiability: security, equity and class formation in Africa´s land systems" in JUUL, K.; LUND, C.(2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp. 45-66.

PIRES, C. (2001), *Cálculo para economistas*, McGraw Hill, Lisboa, Portugal.

PORRO, R. (2005), "Palm, pastures and swidden fields: The grounded political ecology of 'Agro-Extractive/Shifting-cultivator' in Maranhão, Brazil", *Human Ecology*, vol.33, no.1, pp.17-56, February.

PREBISCH, R. (1950), *The economic development of Latin America and its principal problems*, United Nations, New York, citado por DORNER (1991, p.15)

RAO, C. H. (1971), "Uncertainty, Entrepreunership, and sharecropping in India", *Journal of Political Economy*, June, vol. 79, pp. 578-595.

RAO, C. H. (1977), *Technological change and distribution of gains in Indian Agriculture*, Delhi, MacMillan Company of India.

RAUP, P. M. (1975), "Land reform issues in development", Staff Paper nº. P75-27, Department of Agricultural and Applied Economics, University of Minnesota, St Paul, p.1.

RATZINGER, J. (1996), *O Sal da Terra*, editorial Uninova, Lisboa.

RAVALLION, M. e VAN DE VALLE, D. (2001), "Breaking up the collective farm. Welfare outcomes of Vietnam´s massive land privatization ", *World Bank Policy Research Working Paper n. 2710*, November, Washington DC, USA, recolhido no site do WB em Junho de 2002: http://www-wds.worldbank.org/servlet/WDS_IBank_Servlet?pcont=details&eid=000094946_0112110518491

RAVALLION, M. e VAN DE VALLE, D. (2003), "Land allocation´s in Vietnam´s Agrarian Transition", *World Bank Policy Research Working Paper n. 2951*, November, Washington DC, USA, recolhido no site do WB em 30 de Agosto de 2005: http://www-wds.worldbank.org/servlet/WDSContentServer/WDSP/IB/2003/02/07/000094946_03012511204968/Rendered/PDF/multi0page.pdf

RAY, D. (1998), *Development Economics*, Princeton University Press, Princeton: USA.

REID, J. (1976), "Share-cropping and agricultural uncertainty", *Economic Development and Cultural Change*, April, vol. 24, pp. 549-576.

REID, J. (1977), "The theory of share tenancy revisited- Again", *Journal of Political Economy*, pp. 403-407.

REID, J. (1979), "Share-cropping in American History", in J. ROUMASSET et al. (eds) *Risk, Uncertainty and Agricultural Development*, New York: Agricultural Development Center.

RICCI, R. (1999), *Terra de ninguém. Representação sindical rural no Brasil.*, editora UNICAMP, Campinas, Brasil, 229 pp.

ROCHA DE SOUSA, M. (2005), "Land reform with human capital: A new analysis using the theory of economic growth and the theory of the firm", apresentado na *3rd International Conference on European & International Political and Economic Affairs*, 26-28 Maio 2005, organização ATINER, Atenas, Grécia, disponível como *Working Paper* n. 13 / 2005 da Universidade de Évora, Departamento de Economia:http://www.decon.uevora.pt/working_papers.php?id=186 ou na REPEC:http://ideas.repec.org/p/evo/wpecon/13_2005.html , publicado em

ROUFAGALAS, John (ed.) (2006) *Resource Allocation and Institutions: Explorations in Economics, Finance and Law*, ed. ATINER Institute, Greece, capitulo 5, pp. 69-90.

ROCHA de SOUSA, M. (2006), "Rawlsian Land reform with human capital: A social including process for the landless 'underdog'", presented 21-23rd August 2006, *International Symposium on Economic Theory, Policy and Applications*, ATINER organization, Athens, Greece..

ROCHA DE SOUSA, M.; SOUZA FILHO, H. M.; BUAINAIN, A. M.; SILVEIRA, J. M. e MAGALHÃES, M. M. (2004), "Stochastic frontier production evaluation of market assisted land reform in NE Brazil", *Proceedings from the 4th DEA Symposium at Aston University*, Birmingham, 4th-5th September 2004, UK, pp. 361-368.

ROCHA DE SOUSA, M. e HENRIQUES, P. D. S. (2006), "Métodos para medir e estimar eficiência", mimeo, Universidade de Évora, Departamento de Economia, Manual de Apoio à cadeira de Modelos Econométricos do MEA-Mestrado em Economia Agrícola, Évora, Portugal.

ROCHA DE SOUSA, M. e CAETANO, J. (2006), "Foreign Direct Investment and Poverty: What kind of relationship within the Mediterranean and European Area?", Actas dos"10ÉMES RENCONTRES EURO-MEDITERRANÉENNES", 4th - 5th November 2006, University of Cairo, Cairo, Egypt.

ROCHA DE SOUSA, M. e CAETANO, J. (2007), "What kind of relationship is there between Human Development Index and Foreign Direct Investment flows in Asia?", 26th-27th April 2007, mimeo, Universidade de Évora.

ROEMER, J. (1982), *A General Theory of the Exploitation Class*, Cambridge: Harvard University Press, USA

ROMER, P. M. (1986). "Increasing returns and long run growth", *Journal of Political Economy*, 94, pp. 1002-1037.

ROMER, P. M. (1987). "Growth based on increasing returns due to specialization", *American Economic Review, Papers and Procedings*, 77, pp. 56-62.

ROMER, P. M. 1990). "Endogenous technological change", *Journal of Political Economy*, 98, pp. s71-s102.

ROUFAGALAS, J. (ed.) (2006) *Resource Allocation and Institutions: Explorations in Economics, Finance and Law*, ed. ATINER Institute, Greece: Athens.

SABATES-WHEELER, R. (2002), "Consolidation initiatives after Land reform responses to multiple dimensions of land fragmentation in Eastern Europe agriculture", *Journal of International Development*, vol. 14, pp. 1005-1018.

SADOULET, E. e DE JANVRY, A. (1995), *Quantitative Development Policy Analysis*, The John Hopkins University Press: London.

Sen, A. K. (1982). *Choice, welfare and measurement*. Harvard University Press, Cambridge, MA.

SEN, A. K. (1987) [2000], *On ethics and economics*, Basil Blackwell,UK.

SEN, A. K. (1999a), *Pobreza e fomes. Um ensaio sobre direitos e privações*, ed. Terramar, Lisboa.

SEN, A. K. (1999b), *Development as freedom*, Alfred Knopf editor, New York, USA.

SENGUPTA, J. K. (2003), *New Efficiency Theory with Applications of Data Envelopment Analysis*, Springer Verlag, Heidelberg, Germany.

SHABAN, R. A. (1987). "Testing Between Competing Models of Sharecropping", Journal of Political Economy, 95(5), 893-920.

SHARIF, N. R. e DAR, A. A. (1996), "An empirical study of the patterns and sources of technical inefficiency in traditional HYV rice cultivation in Bangladesh", *Journal of Development Studies*, 32, 612-619.

SINGH, I.; SQUIRE, L. e STRAUSS, J. (eds) (1986), *Agricultural household models. Extensions, Applications and Policy*, The John Hopkins University: London.

SMITH, A. [1776] (1981), *Inquérito sobre a natureza e as causas da riqueza das nações*, Fundação Calouste Gulbenkian, 3ª edição, Lisboa. Edição original em Inglês de 1776.

SOLOW, R. (1987), "Growth theory and after", Nobel Lecture, 8Th December, reprinted in SOLOW(2000), pp.ix-xxvi.

SOLOW, R. (1997), *Learning from 'Learn by doing'. Lessons for economic growth.*, Stanford University Press, Stanford, USA (The Kenneth Arrow Lectures)

SOLOW, R. (2000), *Growth theory. An exposition*, Oxford University Press, 2nd edition, Oxford, UK.

STAVENHAGEN, R. (1981). *Between underdevelopment and revolution*. Abhinav Publications, New Deli.

STEVENSON, R. E. (1980), "Likelihood function for generalized stochastic frontier estimation", *Journal of Econometrics*, 13, 57-66.

STIGLITZ, J. e WEISS, A. (1981), "Credit rationing in markets with imperfect information", *American Economic Review*, vol.71, n.3, pp. 393-410.

SWINNEN, J. e HEINEGG, A. (2002), "On the political economy of land reforms in the former Soviet Union", *Journal of International Development*, vol. 14, pp. 1019-1031

TADDESE, G. (2001), "Land degradation: A challenge to Ethiopia", *Environmental Management*, vol. 27, no.6, pp. 815-824.

THANASSOULIS, E. (2001) [2003], *Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis. A foundation text with integrated software*, Kluwer Academic Press, 2nd printing, Dordrecht, Netherlands.

THÉBAUD, B (2002), "The Management of Pastoral Resources in the West African Sahel: Negotiating Water and Pastures in Eastern Niger and Northern Burkina Faso" in JUUL, K. e LUND, C. (2002), *Negotiating property in Africa*, ed Heineman, Porthsmouth, NH, pp.157-184.

THIESENHUSEN, W. (1966) *Chile´s experiment in Agrarian Reform*, The University of Wisconsin Press, Wisconsin, USA.

UDRY, C. (1996). "Gender, agriculture production and the theory of household", *Journal of Political Economy,* 104 (5), pp. 1010-1046.

UNRUH, J. D. (1998), "Land tenure and identity change in Postwar Mozambique", *GeoJournal*, vol. 46, pp.89-99.

UPTON, M. (1996), *The economics of tropical farming systems,* WYE Sudies in Agricultural and Rural Development, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

VAN BATH, B. H. S. (1960) (1984), *História Agrária da Europa Ocidental (500-1850),* editorial Presença, 3ª edição, Lisboa.

VARIAN, H. (1992), *Microeconomic Analysis,* 3rd edition, Norton, New York, USA.

VEERDORN, P. J. (1956), "Complementarity in long-range projections", *Econometrica*, 24, pp. 429-450.

VIRTANNEN, P. (2004), "The politics of Law in Mozambique: Customary authority and changing premises of legal reform", *International Journal for the Semiotics of Law*, vol.17, pp. 53-75.

VON MISES, L. (1962) [2002], *Liberalism*, recolhido em 30 de Junho de 2005 no site do Instituto Von Mises (http://www.mises.org/liberal.asp): http://www.mises.org/liberal/liberalism-portrait.pdf

VON NEUMAN, J. e MORGENSTERN, O. (1944) [2004], *The theory of games and economic behaviour*, Princeton University Press, Princeton, USA.

WANG, J.; CRAMER J. L. e WAILES, E.J. (1996), "Production efficiency of Chinese agriculture: evidence from rural household survey data", *Agricultural Economics*, 15, 17-28.

WANITZEK, U. e SIPPEL, H. (1998), "Land rights in conservation areas in Tanzania", *GeoJournal*, vol. 46, pp. 113-128

WETTE, H. (1983), "Collateral and Credit rationing in markets with imperfect information: Note", *American Economic Review*, vol. 73, n.3, pp.442-445.

WIGHTMAN, A. (1999), "Land Reform: Politics, Power and the Public Interest", *the 1999 McEwen Lecture on Land Tenure in Scotland*, Published by the Friends of John McEwen, Post Office Theatre, Edinburgh International Book Festival, 27th August 1999, Scotland, 34 páginas.

WILLIAMS, G; HAMMAN, J. e EWERT, J. (1996), "Land Reform in the Western Cape. What is it for? How will it happen?", *Occasional Paper n.1, Department of Sociology*, August, Stellenbosch University, Western Cape, South Africa

WILLIS, R. (1986), "Wage determination: a survey and reinterpretation of human capital earnings functions", in: O. Ashenfelter e Layard, R. (eds.). *Handbook of labour economics* vol. 1, North Holland, New York, pp. 525-602.

WRIGHT, T. P. (1936), "Factors affecting the cost of airplanes", *Journal of the Aeronautical Sciences*, 3, pp. 122-128.

WRIGHT, A. e WOLFORD, W. (2003), *To inherit the earth. The landless movement and the struggle for a new Brazil*, Food First Book, Oakland, California: USA.

YUNUS, M. (2002), *O Banqueiro dos pobres*, Difel, Lisboa.

ZAKARIA, F. (2004), *O futuro da liberdade. Democracia iliberal nos Estados Unidos e no Mundo*, Gradiva, Lisboa: 1ª edição, Julho, edição original inglesa de 2003.

ZHOU, J.-M. (2001), *Sustainable Development In Asia, America And Europe With Global Applications.A New Approach to Land Ownership*, Edward Elgar, UK.

ZYL, J.; VINK, N.; KIRSTEN, J. e PUONYTH, D. (2001), "South African Agriculture in the transition: the 1990's", *Journal of International Development*, vol. 13, pp. 725-739.