Desempenho de Aeronaves

Aircraft Performance

Introdução ao
Voo Atmosférico e Espacial

Introduction to Flight

Resumo teórico, exercícios resolvidos e aplicações
2022

Professor Doutor Joaquim Guerreiro Marques

Índice

0. Tópicos teóricos abordados

- Grandezas, dimensões e unidades.

- Sistema SI – conversões

- Escalas de Temperatura.

- Unidades de pressão: conversões.

- Densidade. Cálculo de volumes e conversões.

- Gases perfeitos

- Análise dimensional em Termodinâmica e Mecânica de Fluidos.

1. Sínteses teóricas

Sintese do Capítulo

1 Introdução: Definições iniciais

Densidade, volume específico, peso específico e pressão:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$v = \frac{1}{\rho} \Leftrightarrow v = \frac{V}{m}$$

$$\gamma = \rho g$$

$$p = \frac{F_{\text{normal}}}{A}$$

Todos vivemos imersos em fluídos, e nossos principais problemas de engenharia estarão sujeitos a esta condição.

O ar é o fluido onde estamos imersos, que tem uma densidade (ρ) de 1 kg/m^3, que se traduz num peso específico (γ) determinado por: $\gamma = \rho g$

A pressão hidrostática gerada pela coluna de fluido é: $p_{\text{absoluta}} = h\gamma = h\rho g$
onde h é a profundidade de imersão.

A unidade do SI para pressão é o $Pa \equiv N / m^2$
mas esta é uma pressão muito baixa, então admite-se também o uso do
$1bar = 100kPa = 10^5 Pa$

porque é aproximadamente igual a
$1atm = 100,325kPa = 1,01325 \times 10^5 Pa$

Logo se a pressão ao nível do mar é 1 atm, estamos então imersos em uma atmosfera na profundidade de: $\frac{1atm}{\gamma} = 10,33km$

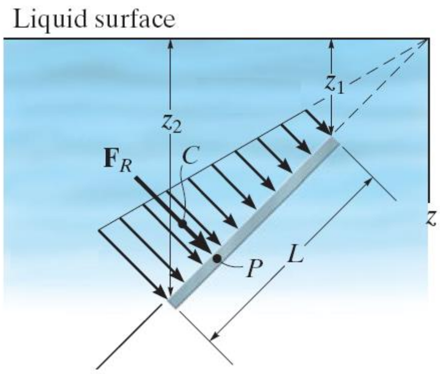
Sintese do Capítulo

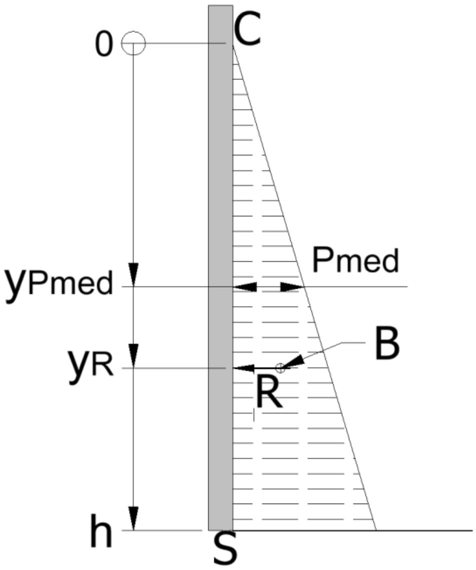
2 PRESSÃO HIDROSTÁTICA

Estática de Fluidos

- pressão à profundidade h: $p(h) = \rho.g.h$

- relação entre pressões com o aumento de profundidade h: $p_2 = p_1 + \rho.g.h \Leftrightarrow p_2 = p_1 + \gamma.h$





A pressão nas superfície submersa da barragem é uma carga distribuída, que varia linearmente de acordo com a profundidade. Considerando que esta barragem oferece uma face vertical de lados verticais paralelos, então podemos prever a carga distribuída por unidade de comprimento. Se considerarmos a pressão média e multiplicarmos pela altura, termos uma força por unidade de comprimento horizontal da barragem.

3 IMPULSÃO

Sintese do Capítulo

Princípio de Arquimedes: *"Todo corpo mergulhado num fluido em repouso sofre, por parte do fluido, uma força vertical para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo."'*

- força de impulsão num corpo total ou parcialmente submerso: $I = \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}}$

- centro de impulsão (C.P.) - centróide do volume submerso
(ponto de aplicação da força de impulsão)

- condição de equilíbrio para um corpo em flutuação:

$$I = W \Leftrightarrow \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}} = m_{\text{corpo}} g \Leftrightarrow \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}} = \rho_{\text{corpo}} V_{\text{corpo}} g$$

Sugestão: Complementos em https://pt.wikipedia.org/wiki/Impuls%C3%A3o

----

- densidade relativa

$$d_{\text{líquido}} = \frac{\rho_{\text{líquido}}}{\rho_{\text{água}}} \Leftrightarrow d_{\text{líquido}} = \frac{\rho_{\text{líquido}}}{1000 kg/m^3} \underset{g=9{,}81 N/kg}{\Leftrightarrow} d_{\text{líquido}} = \frac{\gamma_{\text{fluido}}}{9810 N/m^3}$$

Sintese do Capítulo

4 APLICAÇÕES AERONÁUTICAS

Estática de Fluidos

Engenharia (Aeronáutica) tem sempre hipóteses do modelo

o ar é um fluido compressível, então sua densidade diminui com a queda de pressão, a gravidade reduz com a altitude e com a latitude, a composição também varia, já que nas altitudes mais elevadas a concentração é maior de gases mais leves.

80% da massa de ar está na camada denominada troposfera que varia entre 7 e 17 km de altitude, justamente no valor médio de nossa profundidade calculada pela pressão de 1 atm. Nesta camada voam aviões com propulsão a hélice.

Aviões com propulsão jato têm sustentação na estratosfera e ainda encontram oxigénio suficiente para utilizar com comburente em seus motores a reacção, até uma altitude de 26 km (Lockheed SR-71 Blackbird).

A atmosfera começa a ser sentida mecanicamente pelos veículos que reentram em nossa atmosfera retornando do espaço a 120 km de altitude e se torna intenso a 100 km, no limite conhecido como linha de Kármán.

Mesmo assim, se tivermos que projectar a porta de uma câmara de vácuo de vácuo de 1m*1m ela terá de suportar uma reacção de:

$$F = 1\,atm * 1\,m^2 = 101{,}3\,kN$$

Exercício 1. Determine o número de Reynolds para uma aeronave destinada a participar numa competição de estudantes de Engenharia Aeronáutica, sabendo-se que a velocidade da aeronave é $V = 16\ m/s$, para um voo realizado em condições de atmosfera padrão ISA ($\rho =$ 1,225 kg/m³) ao nível médio da água do mar. Considere que a asa tem uma corda $\bar{c} = 35cm$ e para a viscosidade do ar o valor $\mu = 1,7894 \times 10^{-5}\ kg/(ms)$.

Sugestão: Sabemos que o número de Reynolds, para um escoamento exterior sobre uma asa de uma aeronave, é dado por:

$$\mathrm{R_e} = \frac{\rho \cdot V \cdot \bar{c}}{\mu}$$

em que:

$\mathrm{R_e} \equiv$ número de Reynolds do escoamento

$\rho \equiv$ densidade (ou massa específica) do ar (exterior)

$V \equiv$ velocidade da aeronave

$\bar{c} \equiv$ corda média da asa

$\mu \equiv$ viscosidade dinâmica do ar

Exercício 2. Qual as dimensões e as unidades do S.I. do número de Reynolds?

Sugestão para responder: Refaça o cálculo utilizando as unidades dos dados em

$$\mathrm{R_e} = \frac{\rho \cdot V \cdot \bar{c}}{\mu}$$

Exercício 3. A pressão do ar e a densidade em um ponto sobre a asa de um Boeing 747 são 110 kPa e 1,20 kg/m^3, respectivamente. Qual é a temperatura nesse ponto?

Exercício 4. O tanque de armazenamento de ar de alta pressão para um túnel de vento supersónico tem volume de 1000 ft^3. Se o ar é armazenado a uma pressão de 30 atm e temperatura de 530 ºR.

Qual é a massa de gás armazenada no tanque?

Exercício 5. O ar que flui em alta velocidade em um túnel de vento tem pressão e temperatura de 0,3 atm e −100ºC, respectivamente.

a) Qual é a densidade do ar?

b) Qual o volume específico do ar?

Exercício 6 [Conversões] Escreva a massa volúmica da água 1g/cm³.

a) em kg/dm^3 **b)** em *kg* / litro **c)** no SI, i.e. em kg/m^3

Exercício 7. A massa específica da água à pressão normal e à temperatura de 25 °C, é de 1g/cm³. Responda às seguintes questões:

a) 1 kg de água, nestas condições, que volume ocupa?

b) Qual a massa, de 5 litros de água, nestas condições?

c) Comente a afirmação: "*A massa específica do gelo é superior à da água (líquida)*".

Exercício 8. Se $1cm^3$ de ferro tem a massa de 7.8 *g*, determine a densidade relativa do ferro em relação à água.

Exercício 9. A densidade da platina é $\rho = 21{,}45$ g/cm^3. Determine a massa, em gramas, de uma peça cúbica de platina de 2,0 cm de aresta.

Exercício 10 [Conversões] Qual a pressão que um objecto de 800N exerce numa superfície de 10 cm

por 20 cm:

a) em N / cm^2 ; **b)** no S.I., i.e., em Pa ; **c)** em kPa

Definição: A pressão é definida como a força exercida por unidade de área: $p = F / A$.

Exercício 11. Faça a conversão das seguintes temperaturas:

a) 104º F para º C

b) 423 K para º C

c) 10º C para º F

d) 53º C para K

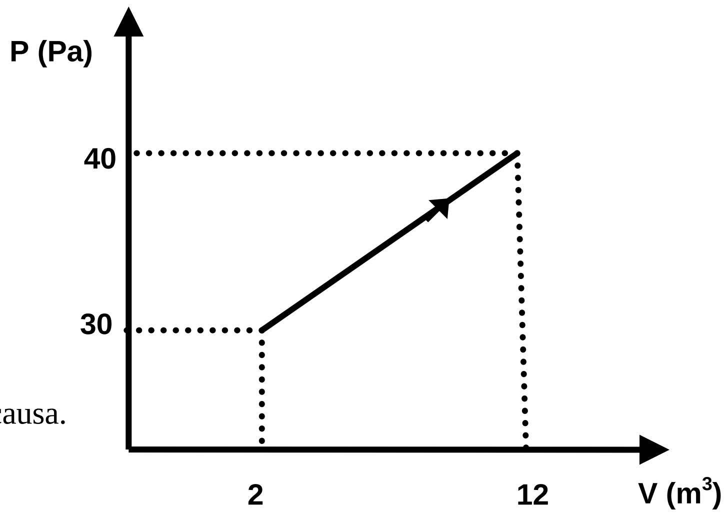
e) 293 K para º C

Exercício 12. Considere a tabela seguinte em que a um dado valor da temperatura (ºC) corresponde um valor de pressão (kPa), durante uma transformação de um gás hipotético:

T (ºC)	10	20	30	40	50
p (kPa)	0.5	1	3	5	7

a) Indique uma estimativa da pressão para este gás a uma temperatura de 25º C.
b) Comente a afirmação: "*A pressão para este gás a uma temperatura de 27º C é menor que 2 kPa*"
c) Indique uma estimativa da pressão para este gás a uma temperatura de 37º C.

Exercício 13. Um gás hipotético sofre a transformação mostrada no diagrama abaixo, Pressão *versus* Volume.



a) Calcule a área sob o gráfico P x V;

b) Atendendo as **dimensões** do resultando da alínea anterior, indique a **grandeza** em causa.

Sugestão: recorde as fórmulas para as áreas das principais figuras no plano.

Exercício 14. Um gás ideal em equilíbrio termodinâmico tem pressão de $1{,}0\times10^{5}$ Pa, volume de $2{,}0\times10^{-3}$ m^3 e temperatura de 300 K. O gás é aquecido lentamente a pressão constante até atingir um volume de $3{,}5\times10^{-3}$ m^3, no qual permanece em equilíbrio termodinâmico. Calcule a temperatura do gás em seu estado final de equilíbrio.

Exercício 15. Considere a Equação dos Gases Perfeitos: $\mathbf{P \cdot V = n \cdot R \cdot T}$

a) O que representa nesta equação o V?

b) Re-escreva a equação na forma: $P \cdot v = R_{gás} \cdot T$

O que representa nesta equação o v?

c) Considere que a constante universal dos gases perfeitos é dada por:

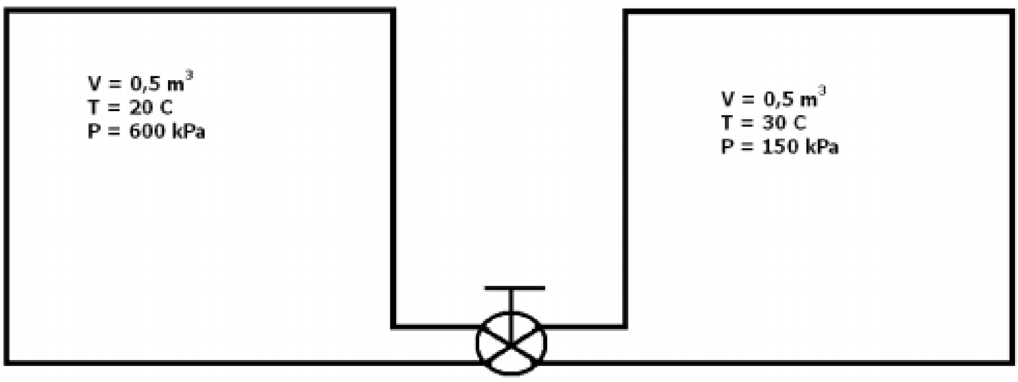
R = 82.05 L.atm/kmol.K = 8.31434 kJ/kmol.K = 1.9858 Btu/lb.mol.R

Determinar a constante para o ar R_{ar} e para o hidrogénio R_{H2}, sabendo que as massas molares, respectivas, são:

M_{ar} = 28.97 kg/kmol

M_{H2}= 2.016 kg/kmol

Exercício 16. Um tanque rígido (tanque A) com 0,5 m^3 contém hidrogénio (R_{H2} = 4.124 kJ/kg.K) à 20º C e 600 kPa esta ligado a outro tanque rígido (tanque B) com 0,5 m^3 também com hidrogénio. A pressão e a temperatura nesse segundo tanque são de 30º C e 150 kPa, respectivamente. A válvula que une os dois tanques é então aberta e o sistema é levado ao equilíbrio térmico com o meio, que se encontra a 15º C.



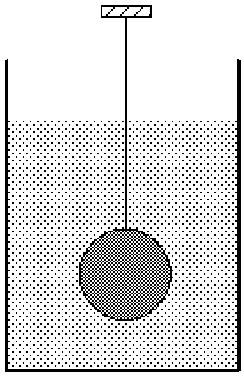
a) Aplicando a lei de estado para os gases perfeitos, calcule as massas dos tanques A e B antes da válvula ser aberta.

b) Determine a pressão final do tanque.

Exercício 17. Um balão, contendo um gás ideal, é usado para levantar cargas subaquáticas. A uma certa profundidade, o gás nele contido está em equilíbrio térmico com a água a uma temperatura absoluta T_0 e a uma pressão P_0. Quando o balão sai da água, depois de levantar a carga, o gás nele contido entra em equilíbrio térmico com o ambiente a uma temperatura absoluta T e a uma pressão P.

Supondo que o gás no interior do balão seja ideal e sabendo que $P_0 / P = 3/2$ e $T_0 / T = 0,93$, calcule a razão V_0 / V entre o volume V_0 do gás quando o balão está submerso e o volume V do mesmo gás quando o balão está fora de água.

Exercício 18. Uma esfera, de raio 3 cm e massa 250 g, está suspensa de um fio ideal e mergulhada em água, de acordo com a figura.



a) Que forças actuam na esfera segundo y ?

b) Determine o módulo da força de impulsão sobre a esfera.

c) Represente o Diagrama de corpo livre e escreva a equação de equilíbrio para a esfera.

d) Calcule a intensidade da força que tracciona o fio.

2. Exercícios Resolvidos

Exercício 1. Determine o número de Reynolds para uma aeronave destinada a participar numa competição de estudantes de Engenharia Aeronáutica, sabendo-se que a velocidade da aeronave é $V = 16\ m/s$, para um voo realizado em condições de atmosfera padrão ISA ($\rho =$ 1,225 kg/m³) ao nível médio da água do mar. Considere que a asa tem uma corda $\bar{c} = 35cm$ e para a viscosidade do ar, o valor $\mu = 1,7894 \times 10^{-5}\ kg/(ms)$.

Resolução:

Os valores dados para a aeronave dada e para o ar estão todos no Sistema Internacional (S.I.) de unidades:

$$\mathrm{R_e} = \frac{\rho \cdot V \cdot \bar{c}}{\mu} \Leftrightarrow \mathrm{R_e} = \frac{1,225\dfrac{kg}{m^3} \times 16\dfrac{m}{s} \times 0.35m}{1,7894 \times 10^{-5}\ \dfrac{kg}{ms}}$$

$$\underset{\text{álgebra com unidades}}{\overset{\text{álgebra com números}}{\Leftrightarrow}} \mathrm{R_e} = \frac{1,225 \times 16 \times 0.35}{1,7894 \times 10^{-5}} \frac{\dfrac{kg}{m^3} \times \dfrac{m}{s} \times m}{\dfrac{kg}{ms}} \Leftrightarrow \mathrm{R_e} = 3,83 \times 10^5\ .1 \Leftrightarrow \mathrm{R_e} \approx 3,8 \times 10^5$$

Sugestão 2: Use a Tabela da ISA do Formulário da UC para **confirmar** a densidade do ar ao nível da água do mar ($\rho =$ 1,225 kg/m³).

Sugestão 3:

Pense no que mudaria no cálculo do número de Reynolds se o voo da aeronave fosse a 1000m, mantendo-se as restantes condições do problema.

Use a Tabela da ISA do Formulário da UC novamente.

Sugestão de leitura: Ler a sessão **2.3 – Número de Reynolds** (pág. 28 e 29) da referência [1].

Exercício 2. Qual as dimensões e as unidades do S.I. do número de Reynolds?

Resolução:

O número de Reynolds é uma grandeza adimensional (i.e. não tem dimensões) e por isso não tem unidades.

Exercício 3. A pressão do ar e a densidade em um ponto sobre a asa de um Boeing 747 são 110 kPa e 1,20 kg/m^3, respectivamente. Qual é a temperatura nesse ponto?

Sugestão

	Sistema de Engenharia Inglês	SI
p	lb/ft^2	N/m^2
ρ	slugs/ft^3	kg/m^3
T	°R	K
R (para ar)	1716 ft · lb/(slug)(°R)	287 J/(kg)(K)

Nota: O **slug** é a unidade de massa do Sistema Inglês. É a massa acelerada por 1 ft/s² quando uma força de 1 lbf é exercida sobre ela. Então, o slug tem uma massa de cerca de 32,17405 lb ou 14,5939 kg.

$$1\ \text{slug} = 1\ \frac{\text{lbf.s}^2}{\text{ft}}$$

Resolução:

Considerando a equação dos gases perfeitos na forma:

$$p = \rho R T$$

podemos escrever:

$$\frac{p}{\rho R} = T$$

que substituindo os dados do problema conduz a:

$$T = \frac{p}{\rho R} \Leftrightarrow T = \frac{1.10 \times 10^5\ \text{N/m}^2}{\left(1.20\text{kg/m}^3\right) \times \left(287\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}\right)} \Leftrightarrow T = 319\text{K}$$

Exercício 4. O tanque de armazenamento de ar de alta pressão para um túnel de vento supersónico tem volume de 1000 ft^3. Se o ar é armazenado a uma pressão de 30 atm e temperatura de 530ºR, qual é a massa de gás armazenada no tanque, em slugs?

Nota: O **Número de Mach** (**Ma**) é uma medida adimensional de velocidade. É definida como a razão entre a velocidade do objeto que se desloca em um meio fluido e a velocidade das ondas sonoras nesse meio:

Divisões usuais dos níveis de velocidade:

Subsónica: Ma < 1

Transónica: 0.8 < Ma <1.2

Sónica**: Ma = 1**

Supersónica: Entre 1.2 Ma e 5 Ma

Hipersónica: Ma > 5

Considerando estes factores de conversão:

$1\ \text{atm} = 2116\ \text{lb/ft}^2$

$1\ \text{atm} = 1.013\times10^5\ \text{N/m}^2 \Leftrightarrow 1\ \text{atm} = 1.013\times10^5\ \text{Pa} \Leftrightarrow 1\ \text{atm} = 1013\ \text{hPa}$

Resolução: A unidade de pressão do sistema inglês é: lb/ft^2

pelo que é necessário usar o factor de conversão : $1\ \text{atm} = 2116\ \text{lb/ft}^2$

para converter a pressão dada:

$p = 30\ \times 2116\ \text{lb/ft}^2 = 6.348\times10^4\,\text{lb/ft}^2$

Substituindo os dados, todos no sistema inglês, na relação:

$$p = \rho RT \Leftrightarrow \rho = \frac{p}{RT} \Leftrightarrow \rho = \frac{6.348\times10^4\,\text{lb/ft}^2}{\left(1716\ \text{ft.lb/(slug.ºR)}\right)\times\left(520^\circ\,\text{R}\right)} \Leftrightarrow \rho = 6.98\times10^{-2}\,\text{slug/ft}^3$$

Sendo a massa especifica, a massa por unidade de volume, obtemos para a massa total M, correspondente ao volume V o valor:

$M = \rho.V = 6.98\times10^{-2}\,\text{slug/ft}^3 \times 1000\ \text{ft}^3 = 69.8\ \text{slug}$

Sugestão de leitura: https://pt.wikipedia.org/wiki/Velocidade_supersónica

Número de Mach: https://pt.wikipedia.org/wiki/Número_de_Mach

Exercício 5. O ar que flui em alta velocidade em um túnel de vento tem pressão e temperatura de 0,3 atm e −100ºC, respectivamente. Qual é a densidade do ar? Qual o volume específico?

Resolução:

A unidade de pressão do sistema inglês é: lb/ft^2

pelo que é necessário usar o factor de conversão : $\Leftrightarrow 1\text{ atm} = 1.01 \times 10^5\,\text{Pa}$

para converter a pressão dada:

$p = 0.3 \times 1.01 \times 10^5\,\text{Pa} = 3{,}03 \times 10^4\,\text{Pa}$

A temperatura dada não é uma temperatura absoluta pelo que:

$T = -100 + 273 = 173\text{ K}$

Substituído os dados na equação do gás perfeito:

$$p = \rho RT \Leftrightarrow \rho = \frac{p}{RT} \Leftrightarrow \rho = \frac{3{,}03 \times 10^4\,\text{Pa}}{\left(287\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}\right) \times \left(173\text{K}\right)} \Leftrightarrow \rho = 0.610\text{ kg/m}^3$$

Pelo que o volume especifica é dado por:

$$v = \frac{1}{\rho} \Leftrightarrow v = \frac{1}{0.610\text{ kg/m}^3} \Leftrightarrow v = 1.64\text{ m}^3/\text{kg}$$

Exercício 6. Escreva a massa volúmica da água 1g/cm³.

a) em *kg/dm*^{3} **b)** em *kg* / litro **c)** no SI, i.e. em *kg/m*^{3}

Comentário inicial: A massa específica $\rho = \frac{m}{V}$ é definida como a razão entre a massa e o volume que ocupa.

Resolução:

a) $\rho = 1g / cm^3 \Leftrightarrow \rho = \frac{1g}{1cm^3} \Leftrightarrow \rho = \frac{1kg}{1dm^3} \Leftrightarrow \rho = 1kg / dm^3$

----

b) $\rho = 1kg / dm^3 \Leftrightarrow \rho = 1kg / L$

----

c) $\rho = 1kg / dm^3 \Leftrightarrow \rho = \frac{1kg}{dm^3} \Leftrightarrow \rho = \frac{10^3 \times 1kg}{10^3 \times dm^3} \Leftrightarrow \rho = \frac{10^3 \times 1kg}{m^3} \Leftrightarrow \rho = 1000kg / m^3$

Exercício 7. A massa específica da água à pressão normal e à temperatura de 25 °C, é de 1g/cm³. Responda às seguintes questões:

a) 1 kg de água, nestas condições, que volume ocupa?

b) Qual a massa, de 5 litros de água, nestas condições?

c) Comente a afirmação: "*A massa específica do gelo é superior à da água (líquida)*".

Nota: Factores de conversão a saber: $1 \text{ litro} = 1dm^3 = 10^3 cm^3$

Resolução:

a) $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1kg}{1g/cm^3} = 1000cm^3$

----

b) $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho V = 1g/cm^3 \times 5dm^3 = 1g/cm^3 \times 5000cm^3 = 5kg$

----

c) Sabemos que quando colocamos uma garrafa de água do congelador cheia, ela "rebenta". Isso acontece porque o volume aumenta, como a massa se mantém, a massa específica do gelo é inferior. A afirmação é falsa.

Exercício 8. Se $1cm^3$ de ferro tem a massa de 7.8 g, determine a densidade relativa do ferro em relação à água.

Resolução:

$$d_{Fe} = \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{água\,4°C}} \Leftrightarrow d_{Fe} = \frac{\frac{7.8kg}{1dm^3}}{10^3 kg/m^3} \Leftrightarrow d_{Fe} = \frac{\frac{7.8kg}{dm^3}}{kg/dm^3} \Leftrightarrow d_{Fe} = 7.8$$

Exercício 9. A densidade da platina é 21,45 g/cm^3. Determine a massa, em gramas, de uma peça cúbica de platina de 2,0 cm de aresta.

Resolução:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho V = 21,45 g / cm^3 \times 8 cm^3 = 171,6\ g$$

Exercício 10 [Conversões] Qual a pressão que um objecto de 800N exerce numa superfície de 10 cm
por 20 cm: **a)** em N / cm^2 ; **b)** no S.I., i.e., em Pa ; **c)** em kPa

----

Definição: A pressão é definida como a força exercida por unidade de área: $p = F / A$.

Resolução: Temos para a área que $A = 10cm \times 20cm = 200cm^2$ pelo que

a) $p = \dfrac{800N}{200cm^2} = 4N / cm^2$

b) $p = 4N / cm^2 = 4 \times 10^4 N / m^2 = 40000 Pa$

c) $p = 4 \times 10^4 N / m^2 = 40 kPa$ em kPa

Exercício 11. Faça a conversão das seguintes temperaturas:

a) 104º F para º C **b)** 423 K para º C **c)** 10º C para º F

d) 53º C para K **e)** 293 K para º C

Comentário inicial: Vamos usar as seguintes conversões:

- °C = (°F-32)/1,8
- °F = 1,8°C+32
- K = °C+273,15
- °R = °F+459,67
- °R = 1,8 K

Resolução:

a) 104º F = (104-32)/1,8 °C = 40º C

b) 423 K = (423 – 273) º C = 150 º C

c) 10º C = (1,8 x 10 + 32) º F = 50º F

d) 53º C = (53+ 273) K = 326 K

e) 293 K = (293 – 273) º C = 20 º C

Exercício 12. Considere a tabela seguinte em que a um dado valor da temperatura (ºC) corresponde um valor de pressão (kPa), durante uma transformação de um gás hipotético:

T (ºC)	10	20	30	40	50
p (kPa)	0.5	1	3	5	7

a) Indique uma estimativa da pressão para este gás a uma temperatura de 25º C.

b) Comente a afirmação: "*A pressão para este gás a uma temperatura de 27º C é menor que 2 kPa*"

c) Indique uma estimativa da pressão para este gás a uma temperatura de 37º C.

Comentário inicial 1: Fórmula da interpolação linear (faça um esquema):

Dados os pontos: (x_1, y_1) e (x_2, y_2), pretende-se calcular o y correspondente a um dado x, usando a expressão geral: $y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \times (x - x_1)$

Comentário inicial 2: Fórmula da interpolação linear: considere a hipótese de programar uma forma de fazer interpolações de forma rápida e correcta.

Resolução:

a) 25º C é o ponto médio, entre 20º C e 30ºC, pelo que p (25º C) = 2 kPa.

----

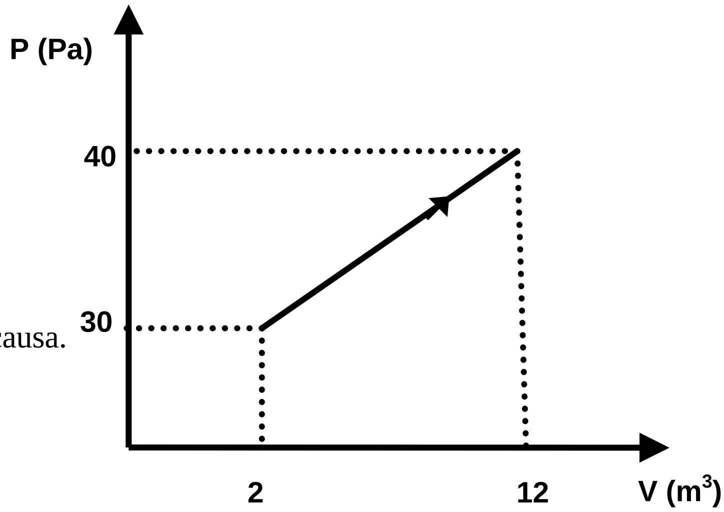
b) O 27º C está mais próximo do 30º C pelo que a pressão correspondente a 27º C é maior que 2 kPa, logo a afirmação é Falsa.

----

c) Usando a expressão geral temos:

$$y = 3 + \frac{1-3}{20-30} \times (37 - 30) \Leftrightarrow y \approx 4,4 kPa$$

Exercício 13. Um gás hipotético sofre a transformação mostrada no diagrama abaixo, Pressão *versus* Volume.



a) Calcule a área sob o gráfico P x V;

b) Atendendo as **dimensões** do resultando da alínea anterior, indique a **grandeza** em causa.

Resolução: a) A área sob o gráfico P x V, no caso, um trapézio, pode ser determinada por:

$$A_{Trap} = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(40+30)(12-2)}{2} = 350\ Pa.m^3$$

----

b) Atendendo as **dimensões** do resultando da alínea anterior, a **grandeza** em causa é uma ENERGIA, pois

Pa x m^3 = N/ m^2 x m^3 = N. m = J

Comentário final: O cálculo efectuado é o trabalho realizado pelo gás durante sua expansão.

Exercício 14. Um gás ideal em equilíbrio termodinâmico tem pressão de $1{,}0\times10^5$ Pa, volume de $2{,}0\times10^{-3}$ m^3 e temperatura de 300 K. O gás é aquecido lentamente a pressão constante até atingir um volume de $3{,}5\times10^{-3}$ m^3, no qual permanece em equilíbrio termodinâmico. Calcule a temperatura do gás em seu estado final de equilíbrio.

Resolução: $P_0\,V_0\,/\,T_0 = P_i\,V_i\,/\,T_i \rightarrow P_0\times2{,}0\times10^{-3}/300 = P_0\times3{,}5\times10^{-3}/T_i \rightarrow$

$T_i = (300\text{x}3{,}5\times10^{-3})/(2{,}0\times10^{-3}) = 525$ K

Exercício 15. Considere a Equação dos Gases Perfeitos: $\mathbf{P\cdot V = n\cdot R\cdot T}$

a) O que representa nesta equação o V?

b) Re-escreva a equação na forma: $P\cdot v = R_{gás}\cdot T$

O que representa nesta equação o v?

c) Considere que a constante universal dos gases perfeitos é dada por:
R = 82.05 L.atm/kmol.K = 8.31434 kJ/kmol.K = 1.9858 Btu/lb.mol.R

Determinar a constante para o ar R_{ar} e para o hidrogénio R_{H2}, sabendo que as massas molares, respectivas, são:
M_{ar} = 28.97 kg/kmol
M_{H2}= 2.016 kg/kmol

Resolução:

a) V representa o volume ocupado pelo gás.

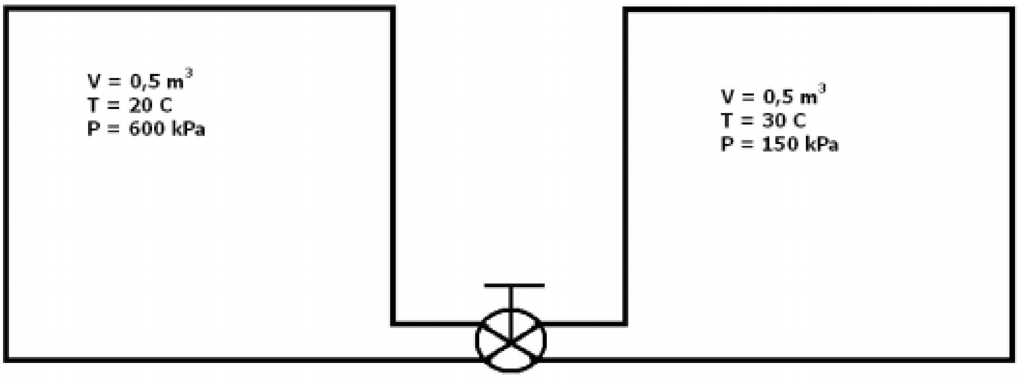
b) v representa o volume especifico do gás: $v = \dfrac{1}{\rho} \Leftrightarrow v = \dfrac{V}{m}$

c) Como são dadas as massas molares nas unidades kg/kmol, vamos usar a constante universal dos gases perfeitos na forma:
R = 8.31434 kJ/kmol.K

R_{ar}= R/M_{ar} = 8.31434 kJ/lmol.K/ 28.97 kg/kmol = 0.287 kJ/kg.K = 287 J/kg.K

R_{H2}= R/M_{He}= 8.31434 kJ/lmol.K/ 2.016 kg/kmol = 4.124 kJ/kg.K = 4124 J/kg.K

Exercício 16 Um tanque rígido (tanque A) com 0,5 m^3 contém hidrogénio (R_{H2} = 4.12412 kJ/kg.K) à 20º C e 600 kPa esta ligado a outro tanque rígido (tanque B) com 0,5 m^3 também com hidrogénio. A pressão e a temperatura nesse segundo tanque são de 30º C e 150 kPa, respectivamente. A válvula que une os dois tanques é então aberta e o sistema é levado ao equilíbrio térmico com o meio, que se encontra a 15º C.



a) Aplicando a lei de estado para os gases perfeitos, calcule as massas dos tanques A e B, antes da válvula ser aberta.

b) Determine a pressão final do tanque.

Resolução:

a) Aplicando a lei de estado para os gases perfeitos, pode-se calcular as massas dos tanques A e B antes da válvula ser aberta como:

$$m_A = \frac{p_A . V_A}{R_{H_2} T_A} \Leftrightarrow m_A = \frac{600 \times 10^3 \times 0,5}{4,12412 \times 10^3 \left(20 + 273,15\right)} \Leftrightarrow m_A = 0,248 kg$$

$$m_B = \frac{p_B . V_B}{R_{H_2} T_B} \Leftrightarrow m_B = \frac{150 \times 10^3 \times 0,5}{4,12412 \times 10^3 \left(30 + 273,15\right)} \Leftrightarrow m_B = 0,06 kg$$

----

b) Depois da válvula ser aberta, a massa total do tanque será a soma das massas iniciais:

$$m_{total} = m_A + m_B \Leftrightarrow m_{total} = 0,248 kg + 0,06 kg \Leftrightarrow m_{total} = 0,3081 kg$$

No estado final, os dois tanques estarão à mesma temperatura que o ambiente em que estão inseridos (15 ºC) e a pressão poderá ser determinada usando novamente a equação de estado de gás perfeito:

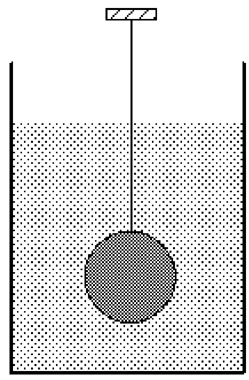
$$p_{final} = \frac{m_{total} R_{H_2} T_{final}}{V_{final}} \Leftrightarrow p_{final} = \frac{0,3081 \times 4,12412 \times 10^3 \times \left(15 + 273,15\right)}{1} \Leftrightarrow p_{final} = 366 kPa$$

Exercício 17 Um balão, contendo um gás ideal, é usado para levantar cargas subaquáticas. A uma certa profundidade, o gás nele contido está em equilíbrio térmico com a água a uma temperatura absoluta T_0 e a uma pressão P_0 . Quando o balão sai da água, depois de levantar a carga, o gás nele contido entra em equilíbrio térmico com o ambiente a uma temperatura absoluta T e a uma pressão P.

Supondo que o gás no interior do balão seja ideal e sabendo que $P_0 / P = 3/2$ e $T_0 / T = 0{,}93$, calcule a razão V_0 / V entre o volume V_0 do gás quando o balão está submerso e o volume V do mesmo gás quando o balão está fora de água.

Resolução: $PV/T = P_0V_0/T_0 \rightarrow V_0/V = (P/P_0)x(T_0/T) = (2/3)x(0{,}93) = 0{,}62$

Exercício 18 Uma esfera, de raio 3 cm e massa 250 g, está suspensa de um fio ideal e mergulhada em água, de acordo com a figura.



a) Que forças actuam na esfera segundo y ?

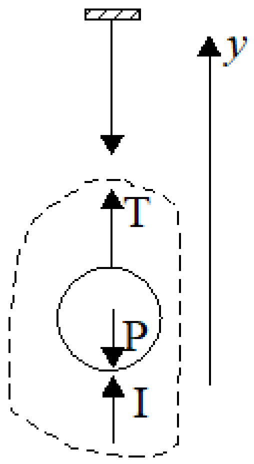
b) Determine o módulo da força de impulsão sobre a esfera.

c) Represente o Diagrama de corpo livre e escreva a equação de equilíbrio para a esfera.

d) Calcule a intensidade da força que tracciona o fio.

Resolução:

a) O peso (P), a tracção no fio (T) e a impulsão(I).



----

b) A impulsão I calcula-se com a lei de Arquimedes:

$$I = V_{esfera} \times \gamma_{água} = \frac{4}{3} \times \pi \times (0{,}03m)^3 \times 9810 =$$

$$= 0{,}113 \text{ x } 9{,}81 \text{ N}$$

----

c) A partir do diagrama de corpo livre escreve-se a equação de equilíbrio:

$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow T - P + I = 0 \Leftrightarrow T = P - I$

----

d) Pelo que a equação de equilíbrio:

$T = (0{,}25 - 0{,}113) \text{ x } 9{,}81 \text{ N} = 0{,}137 \text{ x } 9{,}81 \text{ N}$

Resposta: A tracção no fio é aproximadamente 1,1 N

----

3. Exercícios Propostos

EP1 Um balão de ar quente deve ser projectado para suportar o cesto, as cordas e uma pessoa, totalizando um peso de 1 300 N. O material do balão tem uma massa de 60 g/m^2. O ar ambiente está a 25º C e 1 atm. O ar quente dentro do balão está a 70º C e 1 atm. Admita que R_{ar} = 287 J/kg.K.

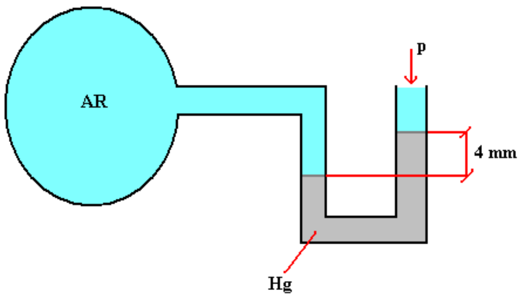
a) Determine a densidade do ar no interior e no exterior do balão.

b) Qual o diâmetro mínimo de um balão esférico que suportará exactamente o peso total?

c) Determine o peso do balão obtido. Comente.

EP2 O pequeno dirigível Columbia da Goodyear, viaja lentamente a baixa altitude, cheio de hélio (He). O volume do balão é de 5000 m^3. Qual é a quantidade de carga a mais que o Columbia poderia suportar se substituíssemos o hélio por hidrogénio? A densidade do gás hélio é 0,18 kg/m^3 e a do hidrogénio 0,090 kg/m^3.

EP3 Considere uma conduta onde circula ar, acoplada a um manómetro de mércurio (ρ_{hg} = 13600 kg/m^3) como representado na figura. Admita que que a pressão atmosférica local é a pressão atmosférica ao nível médio da água do mar da Atmosfera Padrão (ISA = *International Standard Atmosphere*) , i.e., $p_0 = 101\ 325\ Pa$.

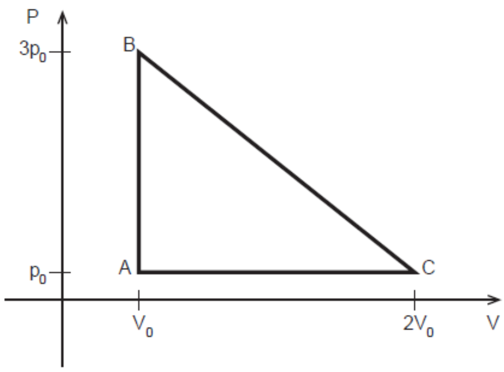


Considere a aceleração da gravidade como g = 9,81 m/s^2. Para a situação representada:

a) Qual a pressão manométrica dentro da conduta onde circula o ar?

b) Determine a pressão absoluta dentro da conduta onde circula o ar.

EP4 Um motor contendo 0,5 mol de um gás ideal com p_0 = 150 kPa e V_0 = 8,3 litros funciona de acordo com o ciclo mostrado na figura abaixo. O percurso de A a B é isocórico. Entre os pontos B e C a pressão diminui linearmente com o volume. Entre C e A o percurso é isobárico. Considerando que a constante dos gases R = 8,3 J/mol K. Determine:



a) o trabalho realizado pelo motor durante a etapa AB do processo;

b) as temperaturas nos pontos A, B e C.

Bibliografia

[1] Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: Aerodinâmica e Desempenho – Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues, 2020.

[2] Anderson, J.D. Introduction to Flight, McGraw-Hill, 2018.

[3] Termodinâmica, Cengel, Y. A., Boles, M. A., McGraw-Hill, 2001.

[4] Wark, Kenneth and Richards, Donald E., Thermodynamics, 6th Ed., McGraw-Hill, 1999.

[5] Mecânica dos Fluidos, Luís Adriano Oliveira, A. G. Lopes, LIDEL, 2018.

[6] https://pt.wikihow.com/Interpolar

[7] Glossário da Aviação Civil, ANAC – Autoridade Nacional da Aviação Civil, 2015.
https://www.anac.pt/SiteCollectionDocuments/Publicacoes/estudos/glossario_da_aviacao_civil.pdf

Bibliografia Complementar

[8] Pelegrin, W., & Hollister, M. (1993). Concise encyclopedia of aeronautics and space systems, Pergamon Press, Oxford.

[9] Brandt, S. A., Stiles, R. J., Bertin, J. J., & Whitford, R. (2015). Introduction to Aeronautics: A Design Perspective (3rd edition), AIAA Education Series.

[10] Anderson, J. D., & Eberhardt, S. (2010). Understanding Flight (2nd ed.), McGraw-Hill.

[11] Shevell, R. S. (1989). Fundamentals of flight. Prentice Hall, New Jersey.

[12] Jane's Information Group. (2021). Jane’s All the World’s Aircraft, London.

[13] Eden, P. E., & Moeng, S. (2018). Aircraft anatomy: A technical guide to military aircraft from World War II to the modern day, Amber Books, London.

[14] The aircraft book: The definitive visual history. (2013). Dorling Kindersley, London.

[15] Schimel, J. (2012). Writing Science, Oxford University Press, Oxford.

[16] Green, W., & Punnett, D. (1981). The observer's book of aircraft, London.

Formulário 1.1: Introdução

$P_c = 2\pi r$;	$A_r = a \times b$;	$A_t = b \times h/2$;	$A_c = \pi r^2$;
$S_e = 4\pi r^2$;	$V_e = 4/3.\pi r^3$;	$V_p = A_{base} \times h$	$\pi \equiv 3.1415...$
$\rho = \dfrac{m}{V}$;	$p = \dfrac{F}{A}$;	$F = ma$;	$W_F = F.r.\cos\left(\theta_F\right)$

Em termos de geometria no plano e no espaço temos:

$P_c = 2\pi r$ - perímetro de uma circunferência de raio r

$A_r = a \times b$ - área de um rectângulo de lados *a* e *b* (para $a = b = L$ temos um quadrado)

$A_t = b \times h/2$ - área de um triângulo de base *b* e altura *h*.

$A_c = \pi r^2$- área de um círculo de raio r

$S_e = 4\pi r^2$ - área da superfície (tridimensional) esférica

$V_e = 4/3.\pi r^3$- volume de uma esfera.

$V_p = A_{base} \times h$- volume de um prisma.

$\pi \approx 3.1415$ - Pi - Constante matemática

$\rho = \dfrac{m}{V}$;	$p = \dfrac{F}{A}$;	$F = ma$;	$W_F = F.r.\cos\left(\theta_F\right)$

$\rho = \dfrac{m}{V}$ - Massa específica definida como a razão entre a massa e o volume que ocupa.

$p = \dfrac{F}{A}$ - Pressão definida como a razão entre a força e a superfície onde está aplicada.

$F = ma$ - Força igual à massa vezes aceleração (2ª Lei de Newton)

$W_F = F.r.\cos\left(\theta_F\right)$ - trabalho de uma força – energia transferida.

Densidade vs. **Densidade relativa**

Definição: A massa específica de um corpo define-se como o quociente entre a massa (m) e o volume (V) desse corpo. O símbolo para a massa específica é ρ. Logo $\rho = m/V$.

$$d_{liquido} = \frac{\rho_{liquido}}{\rho_{água\,4°C}} \Leftrightarrow d_{liquido} = \frac{\rho_{liquido}}{10^3\,kg/m^3}$$

A densidade relativa de uma substância em relação à água é definida como a razão entre a massa de um certo volume dessa substância e a massa de igual volume de água a : 4ºC

$$d_{gás} = \frac{\rho_{gás}}{\rho_{ar}} \Leftrightarrow d_{liquido} = \frac{\rho_{gás}}{1,2kg/m^3}$$

Conversão de Temperaturas

- °C = (°F-32)/1,8
- °F = 1,8°C+32
- K = °C+273,15
- °R = °F+459,67
- °R = 1,8 K

Factores de conversão a saber: $1 \text{ litro} = 1dm^3 = 10^3 cm^3$

Múltiplos e Submúltiplos:

Fator pelo qual a unidade é multiplicada	Prefixo	Símbolo
$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	tera	T
$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	giga	G
$1\,000\,000 = 10^{6}$	mega	M
$1\,000 = 10^{3}$	quilo	k
$100 = 10^{2}$	hecto	h
$10 = 10^{1}$	deca	da
$0{,}1 = 10^{-1}$	deci	d
$0{,}01 = 10^{-2}$	centi	c
$0{,}001 = 10^{-3}$	mili	m
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$	micro	µ
$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$	nano	n
$0{,}000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	pico	p

Anexo 1.A - Alfabeto Grego

Α	α	Alpha
Β	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
Ε	ε	Épsilon
Ζ	ζ	Dzeta
Η	η	Eta
Θ	θ	Théta

Ι	ι	Iota
Κ	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
Μ	µ	Mu
Ν	ν	Nu
Ξ	ξ	Ksi
Ο	ο	Ômicron
Π	π	Pi

Ρ	ρ	Rhô
Σ	σ	Sigma
Τ	τ	Tau
Υ	υ	Upsilon
Φ	φ,ϕ	Phi
Χ	χ	Qui
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Ômega

Formulário 1.2: Introdução – gases perfeitos e propriedades de fluidos

Equação dos Gases Perfeitos, também conhecida como equação de *Clayperon*:

P ·V = n·R·T

P = pressão, V = volume, T = temperatura,
n = quantidade de matéria, em moles,
R = constante universal dos gases perfeitos.

sempre: *n* em moles e *T* em Kelvin
P em N/m^2 e V em m^3 então: R = 8,3145 J / (mol·K)

Determinar a constante para o ar e para o hidrogénio
R_{ar}= R/M_{ar} = 8.1417 kJ/lmol.K/28.97 kg/kmol = 0.287 kJ/kg.K
R_{He}= R/M_{He}= 8.1417 kJ/lmol.K/2.016 kg/kmol = 4.124 kJ/kg.K

Mole: Uma mole de qualquer substância tem sempre $6,023 \times 10^{23}$ átomos/moléculas.
Este número é conhecido como Número de Avogadro (N_A).

Equação Geral dos Gases Perfeitos: $P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2$

Casos especiais da Equação Geral dos Gases Perfeitos:
- **Transformação Isobárica:** Quando a pressão é constante: $P_1 = P_2$
- **Transformação Isocórica:** Quando o volume é constante: $V_1 = V_2$
- **Transformação Isotérmica:** Quando a temperatura é constante: $T_1 = T_2$

Factores de conversão entre unidades de pressão usuais:
1 atm = $1,01325 \times 10^5$ Pa (Pascal)
1 atm = 1013,25 hPa (Hectopascal)
1 atm = 1,033 kgf/cm² (Quilograma-força por centímetro quadrado)
1 atm = 1,01325 bar
1 atm = 14,6959487755 psi (libra por polegada quadrada)
1 atm = 760 mmHg (milímetro de mercúrio)
1 atm = 29,92126 polHg (polegada de mercúrio)
1 atm = 10,1797339656 mca (metro de coluna de água - mH_20)

Princípio de Arquimedes: *"Todo corpo mergulhado num fluido em repouso sofre, por parte do fluido, uma força vertical para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo."'*

- força de impulsão num corpo total ou parcialmente submerso: $I = \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}}$

- centro de impulsão (C.P.) - centróide do volume submerso
(ponto de aplicação da força de impulsão)

- condição de equilíbrio para um corpo em flutuação:

$$I = W \Leftrightarrow \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}} = m_{\text{corpo}} g \Leftrightarrow \rho_{\text{fluido}} g V_{\text{submerso}} = \rho_{\text{corpo}} V_{\text{corpo}} g$$