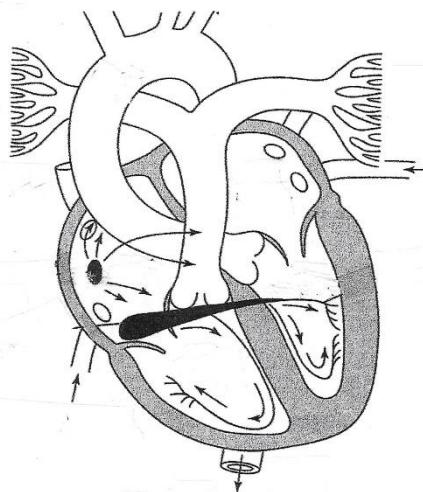




**Biofísica**  
Mestrado Integrado - Medicina Veterinária



David Berry  
*Departamento de Física - Universidade de Évora*

2020

## Programa

1. Mecânica: Movimento de translação. Forças e as leis de Newton. Trabalho, energia cinética e potencial. Movimento angular e a dinâmica rotação. Problemas.
2. Densidade, elasticidade e a mecânica dos fluidos: Densidade. Elasticidade e movimento harmónico simples. Fluidos: pressão num fluido – pressão atmosférica e hidrostática, pressão osmótica; o escoamento de fluidos – a equação de continuidade, a equação de Poiseuille, a viscosidade, o número de Reynolds, a medida da pressão arterial. Modelos para a circulação sanguínea. Problemas.
3. Calor, temperatura e termodinâmica: Temperatura e calor: escalas de temperatura, expansão térmica, calor, hipotermia e temperaturas baixas em medicina, hipertermia. Transferência de calor: condução, convecção e radiação, regulação de calor nos animais. Problemas.
4. O som e a bioacústica: Ondas mecânicas: ondas mecânicas transversais e longitudinais, ressonância e ondas estacionárias, o efeito Doppler. Características fisiológicas do som: intensidade da onda sonora, altura, timbre, os defeitos de audição. Modelos para a produção e descodificação de ondas sonoras: o ouvido – o ouvido externo, o ouvido médio, o ouvido interno; a voz. Ondas ultrassónicas. Problemas.
5. Eletricidade, o impulso elétrico e o fluxo nervoso: As principais variáveis: o campo elétrico, o potencial elétrico, capacidade. Algumas leis relacionadas com o fluxo elétrico: a lei de Ohm e corrente elétrica. Condução nas células nervosas. Problemas.
6. Luz e biofísica da visão: Ondas electromagnéticas; reflexão e refracção da luz; biofísica da visão: fotoreceptor óptico, princípios físicos da fotoreceptividade, o olho humano, defeitos visuais do olho humano: ametropias oculares.
7. Radiações ionizantes e seus aspectos biológicos: As radiações ionizantes. Efeitos biológicos da radiação. Aplicações de radiações ionizantes em medicina. Problemas.

## Bibliografia

- Biofísica para Ciências da Saúde.* Lígia Rebelo Gomes. Edições Universidade Fernando Pessoa, 2012.
- Biofísica:* J.E.R. Durán, Prentice Hall, 2003.
- Biomedical Applications of Introductory Physics:* J.A. Tuszynski & J.M. Dixon, Wiley, 2002.
- Physics in Biology and Medicine:* P. Davidovits, Academic Press, 2008.

## Avaliação

A aprovação nesta disciplina necessita de uma Nota Final (NF) igual ou superior a 10 valores. A Nota Final resulta de uma média ponderada entre as notas das componentes teórica (NT) e prática (NP):

$$NF = (2/3) \times NT + (1/3) \times NP$$

A avaliação teórica (NT) tem uma classificação mínima de 10 valores. Pode ser obtida de duas formas alternativas, à escolha do estudante: realização de duas frequências, ou realização de exame final. Todos os estudantes podem comparecer à primeira frequência (mas não é obrigatória), que será realizada a meio do semestre. A segunda frequência é realizada na data do exame de época normal, podendo o estudante nessa data escolher qual das provas quer realizar - normalmente opta por fazer o exame caso a nota da primeira frequência não lhe seja favorável. No caso da opção por frequências a nota mínima exigida em cada frequência é de 8 valores. A nota NT será a média das duas frequências e terá de ser positiva. Todos os estudantes podem ir a exame de recurso: tanto os que quiserem fazer uma melhoria de nota NT, como os que anteriormente não obtiveram NT positiva.

A avaliação prática (NP) tem uma classificação mínima de 10 valores e baseia-se na avaliação dos relatórios dos trabalhos práticos e participação nas aulas laboratoriais.

Aviso importante: Os alunos não devem faltar às aulas laboratoriais, porque isso prejudicar a avaliação. Os trabalhadores-estudantes que não puderem comparecer às aulas práticas regularmente devem falar com o docente, no início do semestre, sobre a possibilidade de comparecerem noutra horário, para realizarem as experiências.

## Outras informações

Os alunos devem consultar regularmente a plataforma moodle. Ai podem encontrar material de estudo adicional bem como informação sobre as datas e resultados das frequências e exames. Esta plataforma é ainda utilizada para enviar emails aos estudantes com informações relevantes.

De acordo com o artigo 97º do Regulamento Académico, “A frequência de aulas é um direito e um dever do estudante. O estudante deve frequentar pelo menos 75% da totalidade das aulas práticas e teórico-práticas sem prejuízo do disposto no presente regulamento sobre regimes especiais de frequência.”

Regras para as provas de avaliação: Os estudantes devem obrigatoriamente desligar os telemóveis em todas as provas de avaliação. Em nenhuma destas provas é permitido o uso de formulários.

Chama-se ainda a atenção: “A utilização nas aulas de telemóveis, computadores pessoais e outros dispositivos eletrónicos é proibida, a não ser quando contribua positivamente para o processo de ensino e aprendizagem e seja explicitamente autorizada pelo docente.”



## **BIOFÍSICA**

Mestrado Integrado - Medicina Veterinária

## **AULAS TEÓRICAS**

**David Berry**  
*Departamento de Física – Universidade de Évora*

**2020**

## Introdução

**Biofísica** aplica as leis de física na descrição de sistemas vivos. Esta aplicação começou com alguns dos cientistas que estabeleceram a ciência moderna.

Por exemplo:

- Galileu (1564-1642) analisou a estrutura de ossos animais usando princípios físicos.



- Newton (1642-1727) aplicou os conceitos de óptica para compreender percepção de cor.



- Volta (1745-1827) e Cavendish (1731-1810) estudaram electricidade animal.

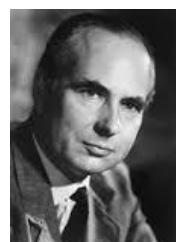


*H. Cavendish*

- Poiseuille (1797-1869) analizou o escoamento do sangue usando os princípios de hidrodinâmica

... etc, etc, etc.

- Hodgkin (1914-1998) e Huxley (1917-1912) (que ganharam o Prémio Nobel) desenvolveram a área eletrofisiológica para compreender o funcionamento do neurónio e



- Crick (1916-2004) e Watson (1928- ) descobriram a estrutura de DNA usando as técnicas de cristalografia raios-X.

Normalmente, os biofísicos usam uma diversidade de técnicas para ajudar nestes estudos incluindo: Espectroscopia de massa, Espectroscopia a Laser, Microscopia de força atómica, Ressonância magnética nuclear, Ultrassonografia, Raios X e cristalografia electrónica.

## 1. Mecânica

Para realizar as suas tarefas quotidianas, frequentemente os seres vivos precisam de se movimentar. Estes movimentos são geralmente bastante simples de ser analisados aplicando-se as leis físicas dos corpos em movimento.

### Movimento de translação

---

Quando um objeto se move com uma aceleração constante ao longo de uma linha reta, o seu deslocamento  $\Delta x = x - x_0$ , a velocidade final,  $v$ , a velocidade inicial  $v_0$ , a aceleração  $a$ , e o tempo decorrido  $t$  são relacionados pelas equações

$$x = \bar{v}t = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$v = v_0 + at$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

assumindo que  $x = x_0$  quando  $t = 0$ .

Em queda livre, um objeto tem aceleração constante devido à gravidade  $g$  direcionada ao centro da Terra e tem magnitude 9.81 m/s<sup>2</sup>.

*Exemplo:*

Um jaguar pode atingir velocidades de 100 km/h. O homem mais rápido é capaz de atingir uma velocidade de 35 km/h. Suponha que um homem e um jaguar estão a 0.5 km de distância. Suponha que tanto o homem como o jaguar correm no mesmo sentido a sua velocidade máxima constante. Quanto tempo leva o jaguar a alcançar o homem?

*Solução:*

O homem corre uma distância  $s$  em  $t$  horas, o mesmo tempo que o jaguar demora para correr uma distância  $s + 0.5$ . Aqui,  $a = 0$ .

Para o homem

$$s = 35t$$

e para o jaguar

$$s + 0.5 = 100t$$

Resolvendo,  $t = 0.0077$  h = 27.7 s

Movimento em duas dimensões pode ser descrito em termos do tempo  $t$  e os componentes  $x$  e  $y$  dos três vetores: o deslocamento, a velocidade e a aceleração. O movimento pode ser analisado por tratar os componentes  $x$  e  $y$  dos vetores separadamente.

Vamos considerar o movimento de um projétil:

Um projétil lançado a um ângulo  $\theta$  com uma velocidade inicial  $v_0$  tem um movimento resultante da combinação de um movimento com velocidade uniforme na direção horizontal e um movimento uniformemente acelerado com  $a = -g$  na direção vertical. As equações de movimento são

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$a_x = 0 \quad a_y = -g$$

e

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x x \quad v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y y$$

onde  $x = x_0$ ,  $y = y_0$  e  $\mathbf{v}_0 = (v_{0,x}, v_{0,y})$  no instante  $t = 0$ .

*Exemplo:*

Determine o alcance máximo de um atleta ao saltar.

*Solução:*

Suponha que o saltador é uma partícula projétil na presença de gravidade.

$$\text{Componente } x: \quad R = v_{0x}t \quad \text{Componente-}y: \quad 0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Onde  $v_{0x} = v_0 \cos \theta$  e  $v_{0y} = v_0 \sin \theta$

A partir destas expressões, o afastamento máximo é

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$$

O ângulo ótimo  $\theta = 45^\circ$  para o alcance máximo  $R$ , e assumindo uma velocidade inicial de 10 m/s,

$$R = \frac{10^2}{9.81} \sin 90 \cong 10 \text{ m}$$

(Recorde português 8.36 m, Carlos Calado em 1997)

## Forças e as leis de movimento de Newton

---

A força, em geral, é o agente de mudança. É um empurrar ou puxar que muda a velocidade do corpo. É uma grandeza vectorial – é necessária saber a direção e a sua intensidade e é expressa em newton (N). A força que actua num corpo é causadora da aceleração do corpo na direção dessa força. Isaac Newton propôs três leis que descrevem o comportamento dos corpos em movimento.

Há dois tipos de forças:

1. forças fundamentais: são forças de interação entre corpos macroscópicos e/ou particulares elementares (gravitacionais, electromagnéticas, nucleares fortes, nucleares fracas).
2. forças derivadas: são de origem externa ao corpo onde atuam ou resultantes do efeito de vários componentes do corpo:

- (a) Força elástica:

Ao serem submetidos a certos forças, geralmente os corpos sofrem deformações. O tipo de deformação dependerá da força aplicada.

- (b) Força normal:

É a força num objecto que está a ser suportado por uma superfície.

- (c) Força de atrito:

A força de atrito é uma força tangencial que atua num objecto e que se opõe ao escorregar desse objecto numa superfície adjacente com a qual ele está em contacto.

Quando o corpo está em repouso:

$$F_e = \mu_e N$$

Quando o corpo está em movimento:

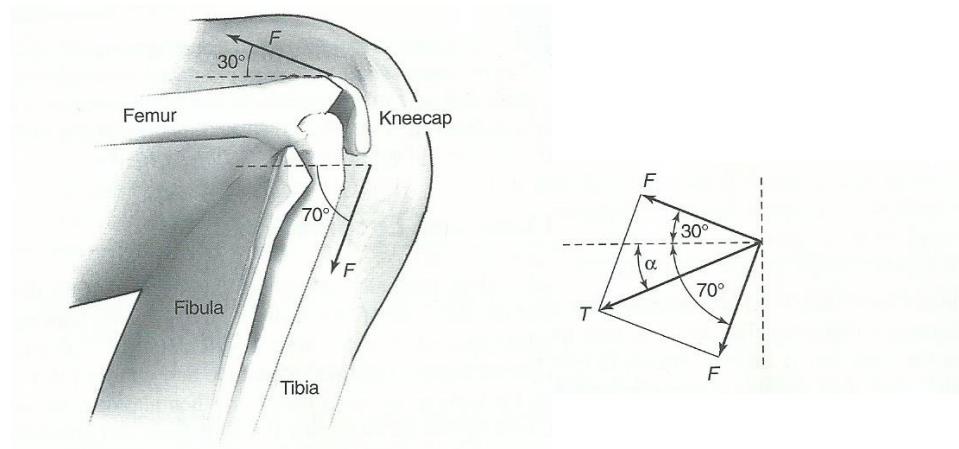
$$F_c = \mu_c N$$

Geralmente

$$\mu_c < \mu_e$$

*Exemplo:*

O tendão do quadríceps femoral passa por cima da rótula e pressiona o fémur. A tensão no tendão é 1500N. Qual é a magnitude e direção da força resultante exercida sobre o fémur na configuração apresentada no diagrama?



*Solução:*

Em equilíbrio

$$F \cos 30 + F \cos 70 = T \cos \alpha$$

e

$$F \sin 30 - F \cos 70 = T \sin \alpha$$

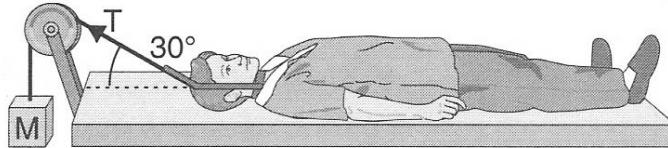
Assim

$$2F^2(1 + \cos 30 \cos 70 - \sin 30 \sin 70) = T^2$$

Substituindo,  $T = 1928$  N e  $\alpha = 20^\circ$ .

*Exemplo:*

Considere um paciente com  $m = 70 \text{ kg}$  submetido a um esforço de tração:



Qual será o valor máximo da massa  $M$  para que o esforço  $T$  produzido não desloque o paciente ao longo da cama? (Considere o coeficiente de atrito estático entre a cama e as roupas do paciente,  $\mu_c = 0.2$ )

*Solução:*

Em equilíbrio

$$Mg = T$$

ou

$$M = \frac{T}{g}$$

Para determinar  $T$ , sabemos que

$$\mu_c N = T \cos 30$$

e também

$$N + T \sin 30 = mg$$

Assim,

$$T = \frac{\mu_c mg}{(\cos 30 + \mu_c \sin 30)}$$

Finalmente,

$$M = \frac{\mu_c m}{(\cos 30 + \mu_c \sin 30)}$$

e substituindo dá  $M = 14.5 \text{ kg}$ .

## Trabalho, energia cinética e potencial

---

Vamos considerar uma força constante agindo sobre um objeto formando um ângulo com a direção do deslocamento. O trabalho feito pela força é

$$W = Fs \cos \theta$$

onde  $s$  é o deslocamento.

A energia cinética  $KE$  do corpo de massa  $m$  e velocidade  $v$  é

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

O teorema trabalho-energia diz que

$$W = KE_f - KE_i$$

A unidade do trabalho e/ou da energia cinética é denominada joule (J) e  $1\text{ J} = 1\text{ N} \times 1\text{ m}$ .

Energia potencial gravitacional  $PE$  é a energia que tem um objeto por causa da sua posição em relação a superfície da Terra, e

$$PE = mgh$$

onde  $h$  é a altura do corpo.

A energia mecânica total  $E$  é

$$E = KE + PE$$

e o princípio da conservação de energia diz que num sistema isolado

$$E_{\text{antes}} = E_{\text{depois}}$$

Agora, a potência média é o trabalho feito por unidade de tempo

$$\bar{P} = \frac{\text{trabalho}}{\text{tempo}}$$

A unidade de potência é denominada watt (W).

Finalmente, o rendimento de um dispositivo é definido como

$$\eta = \frac{E_{\text{útil}}}{E_{\text{fornecida}}} = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{fornecida}}}$$

*Exemplo:*

Quando um animal voa, geralmente há oxidação completa de 1 g de gordura produzindo uma energia de  $4 \times 10^4$  J. Considerando que, em média, o rendimento muscular destas aves é 25%, determine

- a quantidade de gordura consumida por um beija-flor ao voar durante 1 minuto com uma potência mínima de 0,7W;
- o alcance máximo de um periquito com 60 mg de gordura, se  $P_{cm} = 3,66$  W e  $V_{cm} = 5,5$  m/s; e
- a potência de flutuação de uma gaivota que consome 113 mg de gordura ao ficar pairando durante 1 minuto.

*Solução:*

- Durante 60s, o beija-flor gasta

$$0.7 \times 60 = 42 \text{ J}$$

(energia útil) e então

$$25\% = 100\% \left[ \frac{42}{M(\text{g}) \times 4 \times 10^4} \right]$$

e então a quantidade de gordura é 0.0042 g.

- Durante o vôo, a energia gasta é

$$E = (60 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^4) = 2400 \text{ J}$$

e então

$$25\% = 100\% \left[ \frac{3.66t}{2400} \right]$$

e

$$t = 163.93 \text{ s}$$

Durante  $t$  s, o periquito gasta a quantidade de energia

$$E = P\Delta t = 3.66\Delta t$$

e assim, o alcance é então

$$x = v \times \Delta t = 5.5 \times 163.9 = 901.6 \text{ m}$$

- (c) Durante a flutuação, A potência de flutuação é a energia gasta é

$$E = (0.113) \times (4 \times 10^4) = 4520 \text{ J}$$

e então

$$25\% = 100\% \left[ \frac{P \times 60}{4520} \right]$$

e

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{0.25 \times 4520}{60} = 18.83 \text{ W}$$

*Exemplo:*

Durante a recolha do nectar de uma flor, uma abelha mantém-se a pairar sobre a flor. Assumindo 100 batimentos das asas por segundo, massa da abelha,

$$m = 2.5 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

o comprimento de cada asa,  $L = 0.01 \text{ m}$ , o ângulo varrido por uma asa

$$\theta = 80^\circ (= 1.4 \text{ rad})$$

determine a potência da abelha.

*Solução:*

A força média exercida pelas duas asas durante um único movimento descendente

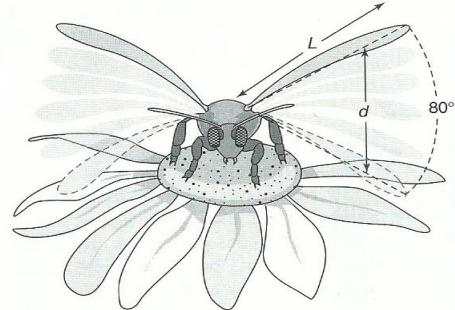
$$F = F_{\text{asa1}} + F_{\text{asa2}} = W + W = 2W$$

Cada movimento descendente envolve movimento da asa através de uma distância vertical

$$\begin{aligned} d &= L\theta \\ &= (0.01)(1.4) \\ &= 0.014 \text{ m} \end{aligned}$$

O trabalho feito pela abelha é

$$\begin{aligned} \text{Work} &= 2mgd = 2(0.25 \times 10^{-3})(9.81)(0.014) \\ &= 0.0686 \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$



A potência é então

$$\text{Potência} = \frac{\text{trabalho}}{\text{time}} = \frac{0.0686 \times 10^{-3}}{0.01} = 6.86 \times 10^{-3} \text{ W}$$

## **Impulso e momento**

---

O impulso de uma força é o produto da força média e o intervalo de tempo em que a força atua

$$\text{Impulso} = \bar{F} \Delta t$$

O momento linear de um corpo é o produto da sua massa pela velocidade

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

- uma grandeza vectorial com unidades kg m/s. Pode ser imaginado como a medida da dificuldade de levar o objeto até o repouso. Por exemplo, um autocarro pesado tem mais momento que um carro leve, embora ambos estejam à mesma velocidade. É necessária maior força para parar o autocarro do que para imobilizar o carro, num certo intervalo de tempo.

A segunda lei de Newton pode escrever-se em termos do momento de um corpo

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$

O teorema impulso-momento diz que um impulso produz uma mudança no momento de um objeto, dada por

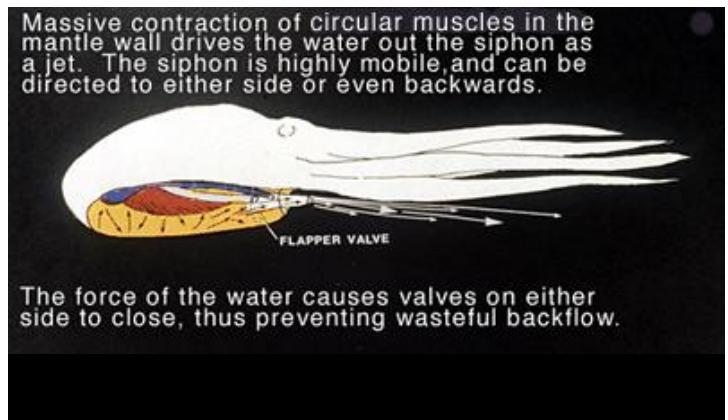
$$\bar{F} \Delta t = m\mathbf{v}_f - m\mathbf{v}_i$$

Onde  $m\mathbf{v}_f$  é o momento final e  $m\mathbf{v}_i$  é o momento inicial.

Finalmente, o centro de massa de um corpo (de massa  $m$ ) é o ponto que se move da mesma maneira que uma massa pontual (de massa  $m$ ) se moveria quando sujeita às mesmas forças externas que atuam sobre o corpo.

*Exemplo:*

Considere o polvo:



Determine a velocidade da água expelida do polvo.

*Solução:*

Usando a conservação de momento,

$$MV = mv_0$$

onde  $V$  é a velocidade do animal após um esguicho de água,  $M$  é a massa do animal com uma cavidade vazia,  $m$  é a massa da água expelida e  $v_0$  é a sua velocidade.

Supondo que  $M = 0.4$  kg,  $m = 0.1$  kg, então

$$v_0 = \frac{MV}{m}$$

Se  $V = 0.8$  m/s,

$$v_0 = \frac{0.4 \times 0.8V}{0.1}$$

$$= 3.2 \text{ m/s}$$

## Movimento angular e a dinâmica de rotação

Em movimento circular uniforme, um objeto de massa  $m$  viaja a uma velocidade constante  $v$  num caminho circular de raio  $r$ . O período  $T$  do movimento é o tempo necessário para fazer uma rotação, e

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

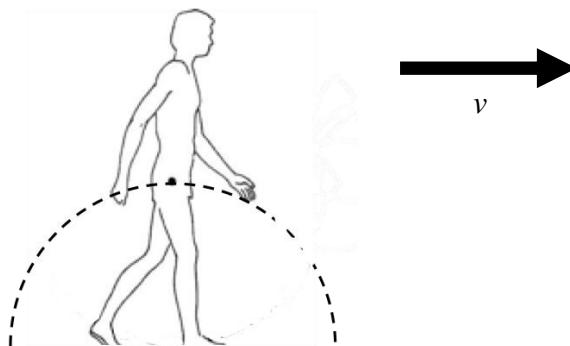
O vector velocidade é tangencial ao movimento circular e assim a sua direção muda-se constantemente. Há uma aceleração - a aceleração centrípeta, é dada por

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

com a sua direção dirigida ao centro do círculo e a força centrípeta é dada por

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

Quando uma pessoa está a andar, os quadris movem-se ao longo de um arco circular, de raio  $R$  (igual ao comprimento da perna):



Assim, a dinâmica deste tipo de movimento é o movimento de uma massa  $M$  (a massa da pessoa) ao longo de um círculo de raio  $R$ .

A força centrípeta deve atuar na massa dada por

$$F_c = \frac{Mv^2}{R}$$

O pé exerce uma força igual ao peso no chão dada por

$$F_p = Mg$$

De acordo com a terceira lei de Newton

$$Mg = \frac{Mv^2}{R}$$

A velocidade máxima é portanto

$$v_m = \sqrt{gR}$$

$\sim 3$  m/s para um adulto ( $L \sim 0.9$  m).

Uma pessoa muda de andar para correr a uma velocidade  $\sim 2.5$  m/s.

Podemos definir o número de Froude, Fr, de um animal por

$$Fr = \frac{v^2}{gL}$$

Quando  $Fr \sim 1$ , o animal deve mudar de andar para correr.

Então, dois animais que têm pernas de comprimento  $L$  e  $9L$ , o animal maior mudará de andar para correr a uma velocidade 3 vezes da velocidade do animal pequeno. Por exemplo, gatos  $\sim 1$  m/s, camelos  $v \sim 2.9$  m/s.

Quando um objeto rígido roda à volta de um eixo fixo, com uma aceleração angular constante, o deslocamento angular de uma linha que passa por um ponto no objeto e que intersecta perpendicularmente o eixo de rotação,

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0$$

a velocidade angular final,  $\omega$ , a velocidade angular inicial,  $\omega_0$ , a aceleração angular,  $\alpha$ , e o tempo decorrido  $t$  são relacionados pelas equações

$$\theta = \bar{\omega}t = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\Delta\theta$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

assumindo que  $\theta = \theta_0$  quando  $t = 0$ .

Também quando o objeto roda de um ângulo  $\theta$  à volta de um eixo fixo, um ponto no objeto é descrito em termos da distância  $l$  que se moveu, da sua velocidade tangencial  $v$ , e da sua aceleração tangencial  $a_T$  e

$$l = r\theta$$

$$v = r\omega$$

$$a_T = r\alpha$$

*Exemplo:*

Um disco gira com a aceleração angular constante  $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$ .

Se o disco parte do repouso, quantas voltas faz em 10 s? Qual é a velocidade angular do disco no final do intervalo de 10 s?

*Solução:*

O deslocamento angular é

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ rad}$$

O número de voltas é então

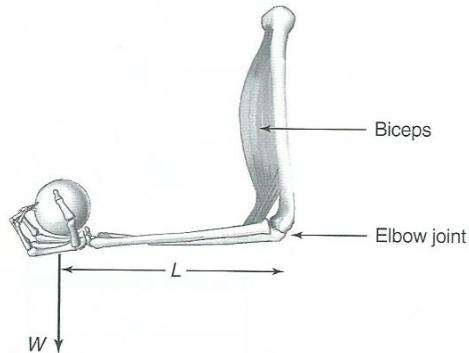
$$100 \text{ rad} \times \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} = 15.9 \text{ rev}$$

A velocidade angular é:

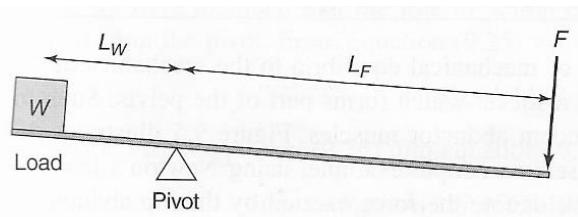
$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 2 \times 10 = 20 \text{ rad/s}$$

Finalmente, as alavancas têm um papel importante a desempenhar na biomecânica:

A força que o músculo bíceps exerce para manter a bola parada é afetada não só pelo peso da bola, mas também pela extensão,  $L$ .



Considere a alavanca:



A força mínima para levantar o peso é

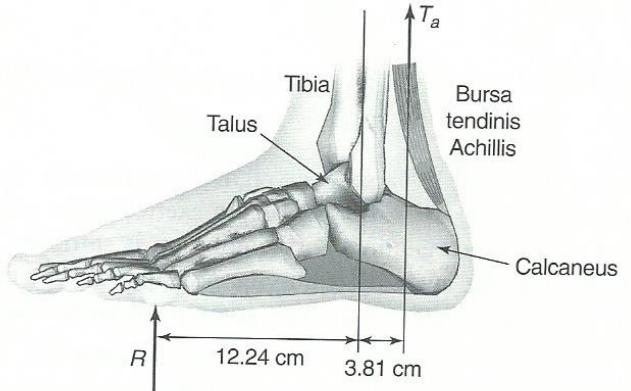
$$F_{\min} = W \frac{L_W}{L_F}$$

(equivalente a balançar os torques)

*Exemplo:*

Determine a força no tendão de Aquiles no pé de um homem durante uma caminhada.

*Solução:*



A articulação entre a tíbia e o tálus pode ser considerada como um pivô.

No equilíbrio

$$T_a(0.0381) = R(0.1224)$$

Durante a caminhada, a força de reação varia entre

$$R = \frac{1}{2}W = 400 \text{ N}$$

e 800 N, e assim  $T_a$  varia entre 1285 N e 2570 N

## 2. Densidade, elasticidade e a mecânica dos fluidos

### Densidade

---

Na natureza, a matéria apresenta-se nos estados:

- sólido

fluidos (não têm forma definida):

- líquido  
- gasoso

e nestes estados, a matéria apresenta densidades diferentes.

A **densidade (massa volúmica ou massa volumétrica)** de um corpo define-se como o quociente entre a massa e o volume desse corpo.

$$\rho = \frac{\text{Massa (kg)}}{\text{Volume (m}^3\text{)}}$$

Desta forma pode-se dizer que a densidade mede o grau de concentração de massa em determinado volume.

	Estado líquido	Estado gasoso
Água pura	$1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (0°C)	$0.596 \text{ kg/m}^3$ (100°C)
Ar	$1.14 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (-183°C)	$1.3 \text{ kg/m}^3$ (0°C)
Sangue	$1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ (37°C)	

Em geral, para um fluido, a densidade é uma função da pressão e da temperatura do fluido.

### Elasticidade e movimento harmônico simples

---

A elasticidade é a propriedade pela qual um corpo volta ao seu tamanho e forma inicial quando as forças que o deformaram são removidas.

Pode ser caracterizada por dois parâmetros físicos:

1. tensão que é a força por unidade de área ou

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

e a sua unidade no SI é N/m<sup>2</sup>.

2. a deformação que é a extensão por unidade de comprimento ou

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

A lei de Hooke diz que, para qualquer material, há uma relação linear entre tensão e deformação

$$\text{Módulo de elasticidade} = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}}$$

e para deformações lineares, o módulo de elasticidade chama-se o módulo de Young.

**TABLE 10.1 Young and Shear Moduli for Selected Materials**

Material	Young's modulus $Y$ (N/m <sup>2</sup> )
Aluminum	$6.9 \times 10^{10}$
Bone	
Compression	$9.4 \times 10^9$
Tension	$1.6 \times 10^{10}$
Brass	$9.0 \times 10^{10}$
Brick	$1.4 \times 10^{10}$
Copper	$1.1 \times 10^{11}$
Nylon	$3.7 \times 10^9$
Pyrex glass	$6.2 \times 10^{10}$
Steel	$2.0 \times 10^{11}$
Teflon	$3.7 \times 10^8$
Tungsten	$3.6 \times 10^{11}$
Tendon	$2.0 \times 10^7$
Rib cartilage	$1.2 \times 10^7$
Blood vessels	$2 \times 10^5$
Sapphire	$4.2 \times 10^{11}$
Diamond	$1.20 \times 10^{12}$
Jellyfish	$10^3$
Elastin, rubber	$10^6$
Collagen	$0.2 \times 10^{10}$
Wood	$1.0 \times 10^{10}$

**TABLE 10.2 Fracture Stress for Selected Materials**

Material	Fracture stress ( $\times 10^6$ Pa)
Silk	2000
Iron	400
Bone	200
Wood	100
Collagen	100
Humerus	5
Arterial wall	2

*Exemplo:*

Considere as forças elásticas exercidas sobre um osso humano.

- (a) Qual é a compressão sobre a tíbia de comprimento  $l = 30$  cm de uma pessoa de massa  $m = 80$  kg quando em pé? O osso é considerado como um tubo circular oco de diâmetro interno  $d_i = 2.4$  cm e diâmetro externo  $d_e = 3.5$  cm e o módulo de Young segundo a direção do eixo é  $Y = 2 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>.
- (b) Calcule a deformação e a compressão no ponto de fratura. A tensão máxima suportada é  $\sigma_f = 1.4 \times 10^8$  N / m<sup>2</sup>.

Solução:

- (a) O peso no osso é

$$F = \frac{1}{2}mg = 392 \text{ N}$$

A área de seção reta da tíbia é

$$A = \pi(r_e^2 - r_i^2) = 5.09 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Agora, a partir da lei de Hooke

$$\Delta L = L_0 \frac{1}{E} \frac{F}{A} = 1.15 \times 10^{-5} \text{ m}$$

- (b) Assumindo que o osso fica elástico sob compressão até o ponto de fratura

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{A} = 0.007$$

A compressão no ponto de fratura é

$$\Delta L = 0.007L_0 = 0.0021 \text{ m}$$

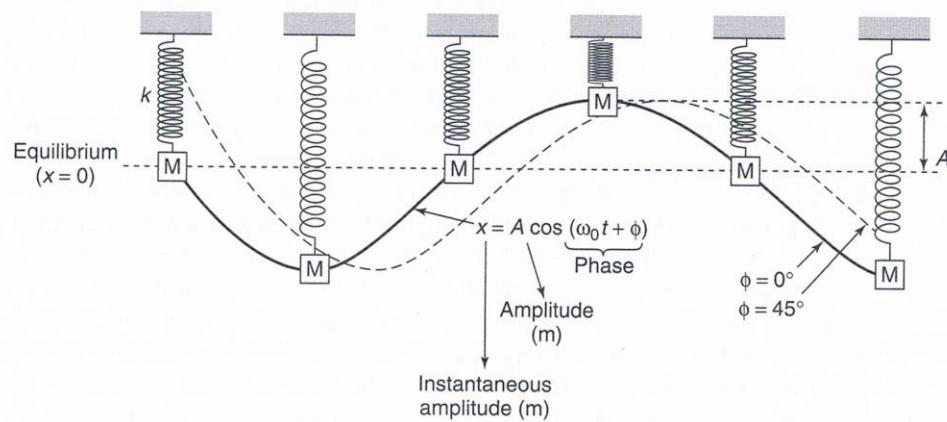
Agora, um sistema de Hooke é aquele que restaura a sua configuração original depois de ser deformado e largado.

Quando um sistema destes é esticado uma distância  $x$ , a força restauradora exercida pelo sistema é

$$F = -kx$$

$k$  é uma medida da rigidez do sistema.

O movimento harmónico simples (MHS) é o movimento vibratório que ocorre quando uma força restauradora actua num objecto:



O período  $T$  é o tempo necessário para completar um ciclo do movimento enquanto a frequência  $f$  é o número de ciclos por segundo e

$$f = \frac{1}{T}$$

e a frequência angular é

$$\omega = 2\pi f$$

O deslocamento do objecto em movimento oscilatório do seu ponto de equilíbrio é

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

onde  $\phi$  é o ângulo de fase. Para o objecto de massa  $m$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

## Fluidos

---

### Pressão num fluido

*Pressão hidrostática:*

Fluidos são materiais que podem escoar e na presença de gravidade, as camadas superiores de um fluido empurram para baixo as camadas inferiores e para um fluido incompressível

$$P_2 = P_1 + \rho gh$$

unidades: SI é N/m<sup>2</sup> ou Pa.

Outras unidades:

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| - Bar:                         | 1 bar = $10^5$ Pa                            |
| - Torricelli:                  | 1 torr = 133.3 Pa                            |
| - Libra por polegada quadrada: | 1lb/pol <sup>2</sup> = $6.89 \times 10^3$ Pa |
| - Centímetros de água:         | 1 cm de H <sub>2</sub> O = 98 Pa             |
| - Milímetros de mercúrio:      | 1 mm de Hg = 133.3 Pa.                       |

**Table 11.4 Typical Fluid Pressures in Human Organs**

Organ	<i>P</i> (mm Hg)
Arterial blood pressures	
Maximum (systolic)	
Adult	100–140
Infant	60–70
Minimum (diastolic)	
Adult	60–90
Infant	30–40
Venous blood pressure	
Venules	8–15
Veins	4–8
Major veins (central venous pressure)	4
Capillary blood pressure	
Arteriole end	35
Venule end	15
Bladder	
Average	0–25
During micturition	110
Brain, lying down (cerebrospinal fluid)	5–12
Eye, aqueous humor	12–24
Gastrointestinal	10–20
Intrathoracic	–4 to –8
Middle ear	<1

*Exemplo:*

O plasma flui de uma bolsa através de um tubo até à veia de um paciente. A bolsa encontra-se 1.5 m acima do braço do paciente.

- Qual é a pressão do plasma ao entrar na veia?
- Se a pressão sanguínea na veia for 12 mmHg, qual é a altura mínima a que a bolsa deve ser suspensa para que o plasma flua para dentro da veia?
- Supondo que um astronauta precise fazer uma transfusão sanguínea na Lua, qual deve ser a altura mínima da bolsa nesse caso? ( $\rho_{\text{plasma}} = 1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  e  $g_{\text{Lua}} = 1,63 \text{ m/s}^2$ ).

*Solução:*

- A pressão exercida pelo plasma ao entrar na veia será a pressão manométrica

$$\rho_{\text{plasma}}gh = 1.05 \times 10^3 \times 9.8 \times 1.5 = 1.54 \times 10^4 \text{ Pa}$$

- Se a pressão na veia for  $1.6 \times 10^3 \text{ Pa}$ , a altura mínima em relação ao braço a que deve ser suspensa a bolsa com plasma satisfaz a relação

$$h_{\text{min}} = 1.6 \times 10^3 / \rho_{\text{plasma}}g = 0.0155 \text{ m}$$

- No caso de o paciente se encontrar na Lua,

$$h_{\text{min}} = \frac{1.6 \times 10^3}{\rho_{\text{plasma}}g_{\text{Lua}}} = 0.935 \text{ m}$$

No coração do homem, durante a

- contração (sístole), a pressão máxima é  $\sim 120$  mm de Hg e
- relaxamento (diástole), é  $\sim 80$  mm de Hg.

Na contração, o sangue sai do ventrículo esquerdo com pressão máxima e, depois de percorrer o corpo, ele retorna ao átrio (aurícula) direito com uma pressão quase nula.

O sangue circula através de artérias ou veias.

Numa mesma parte do corpo humano, as pressões arterial e venosa apresentam valores cuja diferença é  $\sim 100$  mm de Hg.

Numa parte do corpo que se encontra a uma distância  $h$  do centro do corpo, a pressão arterial é dada por

$$P = P_{\text{cor}} - \rho_s gh$$

onde

$$\rho_s = 1.055 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

e

$$P_{\text{cor}} = 1.33 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

Na cabeça,  $h = 0.6$  m, e

$$P_{\text{cab}} = 7.1 \times 10^3 \text{ Pa} = 53.2 \text{ mmHg}$$

*Exemplo:*

Qual é a pressão arterial na cabeça de uma girafa? A cabeça está 2.5 m acima do coração e a pressão no coração é 253.3 mm de Hg.

*Solução:*

Considerando

$$P_{\text{cor - girafa}} = 133.3 \times 253.3 = 3.376 \times 10^4 \text{ Pa}$$

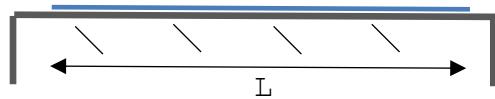
então

$$\begin{aligned} P_{\text{cab}} &= 3.376 \times 10^4 - 1.055 \times 10^3 \times 9.8 \times 2.5 \\ &= 7.91 \times 10^3 \text{ Pa} \\ &= 59.4 \text{ mmHg} \end{aligned}$$

## Tensão superficial e capilaridade

Vamos considerar uma agulha flutuando sobre a superfície da água:

Agulha, massa  $m$



As forças que suportam a agulha são forças devidas à tensão superficial.

Para a agulha, as moléculas superficiais estão ligeiramente deslocadas para baixo, e as moléculas adjacentes exercem uma força restauradora para cima – o que suportam a agulha.

A tensão superficial é dada como a força por unidade de comprimento:

$$\gamma = \frac{F}{L}$$

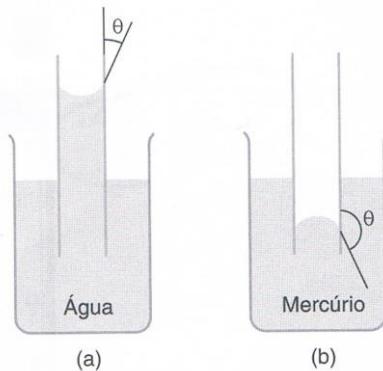
onde  $g$  é o coeficiente de tensão superficial.

Água (20°C)	$g = 0.072 \text{ N/m}$
Mercúrio (20°C)	$g = 0.486 \text{ N/m}$
Sangue (37°C)	$g = 0.058 \text{ N/m}$

Toda informação sobre a intensidade das forças inter-moleculares está contida na constante  $g$ .

A tensão superficial dos líquidos tem um papel importante no funcionamento dos pulmões e da traqueia dos insectos e permite explicar o movimento e a corrida de seres vivos sobre água (ver exemplo).

Para o líquido num tubo capilar



**Quando** as forças adesivas (as forças entre uma molécula do líquido e as moléculas de uma outra substância – neste caso as da parede)

> as forças coesivas (as forças atrativas entre as moléculas do líquido)

o líquido molha a superfície da outra substância (exemplo: água e vidro) e

$$\theta < 90^\circ \quad \text{- a superfície é côncava para cima}$$

Para água e vidro,  $\theta = 0^\circ$

**Quando** as forças adesivas < as forças coesivas

o líquido não molha a superfície da outra substância (exemplo: mercúrio e vidro) e

$$\theta > 90^\circ \quad \text{- a superfície é convexa para cima}$$

Para mercúrio e vidro,  $\theta = 140^\circ$

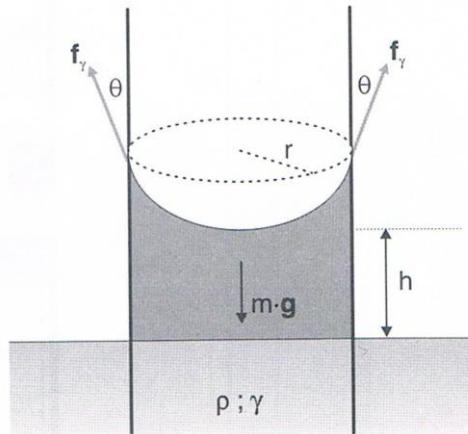
Agora, para  $\theta < 90^\circ$

No equilíbrio

$$\gamma 2\pi r \cos\theta = \rho(\pi r^2 h)g$$

ou

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g}$$



*Exemplo*

A que altura haverá a ascensão da água / mercúrio num tubo de raio 0.1 mm?

*Solução*

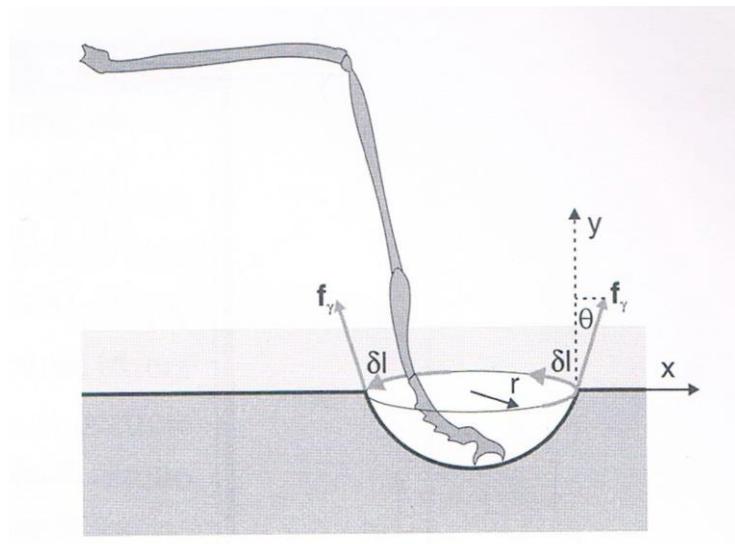
0.149 m / -1.78x10<sup>-3</sup> m.

*Exemplo:*

Um inseto encontra-se em pé sobre a água de uma lagoa, e a sua pata produz uma depressão com 2 mm de raio e ângulo  $\theta = 40^\circ$ .

Calcule

- a fração de peso do insecto que essa depressão está a suportar;
- a massa do inseto, admitindo que cada uma das suas seis patas suporta pesos aproximadamente iguais.



*Solução:*

- A força resultante

$$(1/6) \times 100 = 16.7\%$$

- Agora

$$T_\gamma = 2\pi r \gamma \cos \theta = 7 \times 10^{-4} \text{ N}$$

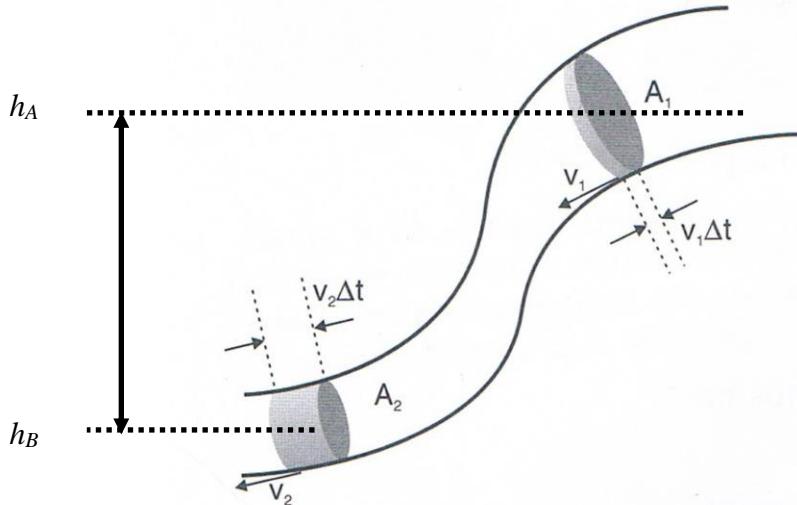
O peso total do insecto é então

$$W = 6 \times 7 \times 10^{-4} \text{ N}$$

e a sua massa será  $m = 0.43 \text{ g}$ .

## O escoamento de fluidos

O escoamento de fluidos analisa a dinâmica dos fluidos em movimento.



Se num fluido que está em movimento a densidade não variar, o fluido é considerado incompressível.

O fluxo  $Q$ , ou a taxa de escoamento de um fluido (o débito) é definido como o volume do fluido que escoa através de uma secção por unidade de tempo. O fluxo através de  $A_1$  deve ser igual ao fluxo através de  $A_2$  ou

$$Q = \frac{A_1 v_1 \Delta t}{\Delta t} \\ = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- a equação de continuidade.

*Exemplo:*

A potência do coração corresponde ao trabalho realizado por segundo para bombear sangue ao organismo. Para um adulto que está a realizar atividades normais, a velocidade média de sangue através de uma aorta com 9 mm de raio é 0.33 m/s.

Calcule

- a potência do coração, se a pressão média do sangue na aorta for 100 mmHg;
- o consumo de oxigénio, se a taxa metabólica desse adulto for aproximadamente 100 vezes a potência do seu coração e se cada litro consumido liberar uma energia de 4.78 kcal.

*Solução:*

(a) Agora

$$Q = Av = \pi(9 \times 10^{-3})^2 \times 0.33 = 8.4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

e a pressão do sangue na aorta é

$$p_{\text{aorta}} = 100 \times 133.3 = 1.33 \times 10^4 \text{ Pa}$$

A potência será então

$$P = P_{\text{aorta}} \times Q = 1.33 \times 10^4 \times 8.4 \times 10^{-5} = 1.12 \text{ W}$$

(b) A taxa metabólica

$$TM = 112 \text{ J/s} = 112/4.186 \text{ cal/s} = 26.76 \text{ cal/s.}$$

Então, a taxa de consumo de  $O_2$  é

$$26.76/4780 = 5.6 \times 10^{-3} \text{ l/s.}$$

### A lei de Bernouille

As forças aplicadas para que um líquido se desloque são de duas categorias:

- força devida à gravidade, cujo trabalho é

$$\Delta W_1 = -g\Delta m(h_B - h_A)$$

- força devida à pressão, cujo trabalho é

$$\Delta W_2 = (S_A p_A v_A - S_B p_B v_B) \Delta t$$

Como a variação da energia cinética,  $\Delta E_C$ , corresponde ao somatório de  $\Delta W_1$  e  $\Delta W_2$

$$\Delta E_c = \Delta W_1 + \Delta W_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

então

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = -g\Delta m(h_B - h_A) + (S_A p_A v_A - S_B p_B v_B) \Delta t$$

e, simplificando

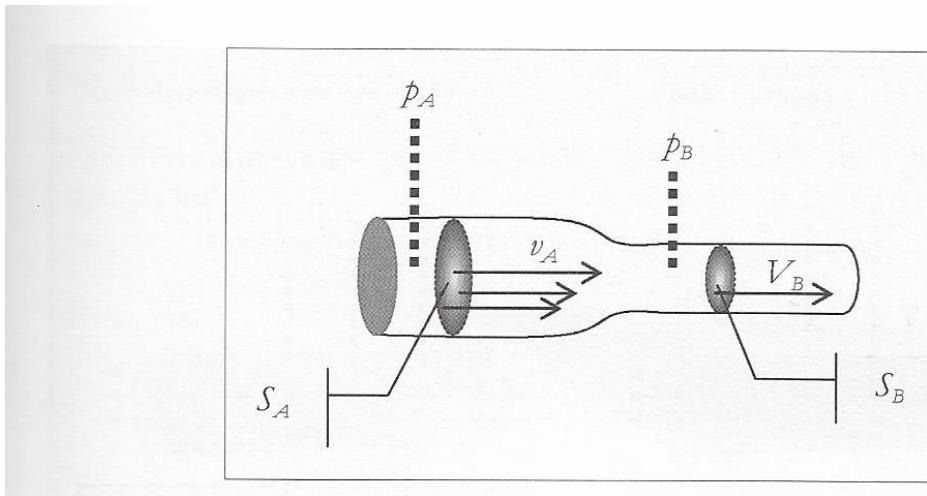
$$p_A + \rho gh_A + \rho \frac{v_A^2}{2} = p_B + \rho gh_B + \rho \frac{v_B^2}{2}$$

ou seja

$$p + \rho gh + \rho \frac{v^2}{2} = \text{constante}$$

- a lei de conservação de energia mecânica ou a Lei de Bernoulli.

Agora, durante o escoamento de um fluido, a pressão num dado ponto diminuirá se a velocidade do fluido nesse ponto aumentar - o efeito de Venturi:

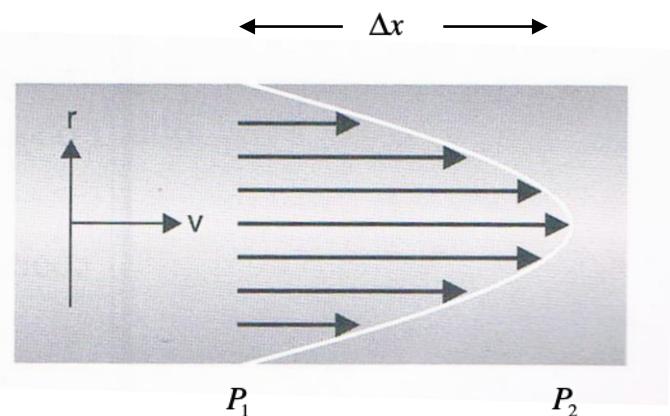


### Escoamento laminar e turbulento

No **escoamento laminar** de um fluido ao longo de um tubo com raio  $a$ , a sua velocidade através de uma secção transversal do tubo é

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{4\eta} \frac{(p_1 - p_2)}{\Delta x} (a^2 - r^2) \\ &= \frac{a^2}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \end{aligned}$$

onde  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do fluido.



A viscosidade caracteriza a resistência de um fluido ao escoamento, a uma dada temperatura:

Fluido		$\eta$ (Pas)
Água	(20°C)	$1.00 \times 10^{-3}$
Plasma de sangue	(37°C)	$1.50 \times 10^{-3}$
Sangue	(37°C)	$4.00 \times 10^{-3}$
Óleo lubrificante	(30°C)	$200.00 \times 10^{-3}$
Álcool	(20°C)	$1.20 \times 10^{-3}$
Ár	(20°C)	$0.018 \times 10^{-3}$

O fluxo total  $Q$  através do tubo é

$$Q = A\bar{v} = \pi a^2 \frac{v_{\max}}{2} = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

- a equação de Poisseuille.

Poisseuille determinou experimentalmente esta equação ao fazer estudos sobre o fluxo sanguíneo através dos capilares.

Por exemplo:

- quando um homem está em repouso, o seu fluxo sanguíneo através da artéria aorta é  $Q = 80 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Como o raio da aorta é  $\approx 1 \text{ cm}$ , de acordo com a lei de Poisseuille, o gradiente de pressão será  $\approx 80 \text{ Pa/m}$ .

*Exemplo:*

A vazão máxima do sangue ao sair do coração é  $500 \text{ ml/s}$ . Considerando que a aorta tem um diâmetro de  $2.5 \text{ cm}$

Calcule

- a velocidade do sangue no centro da aorta;
- calcule o gradiente de pressão ao longo da aorta;
- faça o gráfico da velocidade do sangue em função da distância medida a partir do centro da aorta

*Solução:*

- a velocidade do sangue:

$$v(0) = \frac{a^2}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{a^2}{4\eta} \frac{8\eta}{\pi a^4} Q = 203.7 \text{ cm/s}$$

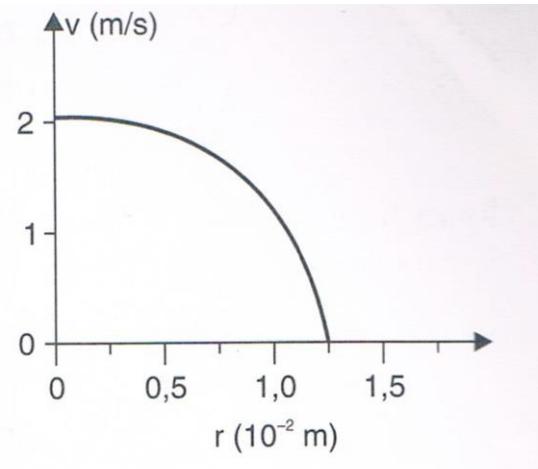
- (b)

- (b) a gradiente de pressão

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{8Q\eta}{\pi a^4} = 208.6 \text{ Pa/m}$$

- (c) Para qualquer distância a partir do centro da aorta

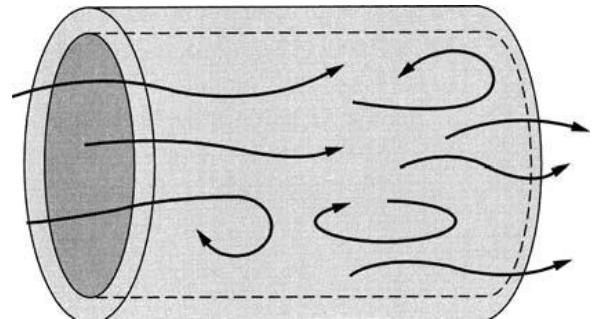
$$v(r) = 2.04 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \text{ m/s}$$



Agora, o escoamento de fluidos mais simples é laminar mas quando a velocidade do fluido atinge um certo valor crítico, o escoamento torna-se irregular e há

- correntes circulares aleatórias
- aumento na resistência ao fluxo

e o escoamento chama-se **escoamento turbulento**:



Em geral com o **número de Reynolds**,  $R$ :

$$R = \frac{\rho d v}{\eta} < 2000 \text{ - escoamento laminar}$$

$> 2000 \text{ - escoamento turbulent}$

onde  $v$  é a velocidade média do fluido e  $d$  é uma dimensão típica do sistema.

*Exemplo:*

Num adulto em repouso o fluxo de sangue através da aorta é  $80 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Se o raio da aorta for  $1 \text{ cm}$ , calcule o número de Reynolds para o sangue que flui.

*Solução:*

A velocidade média do sangue através da aorta será

$$\bar{v} = \frac{Q}{\pi r^2} = 0.25 \text{ m/s}$$

Então

$$R = \frac{1.05 \times 10^3 \times 0.02 \times 0.25}{4 \times 10^{-3}} = 1335 \text{ - escoamento laminar}$$

## Medição da pressão arterial

A pressão arterial é um indicador da saúde de um indivíduo:

- pressões arteriais anormalmente altas ou anormalmente baixas indicam uma situação anormal que necessita atenção médica.

Uma pressão alta, normalmente devida a alterações no sistema circulatório, implica que o coração esteja a trabalhar acima do seu normal e daí podem resultar danos cardíacos mais ou menos graves.

Podemos medir a pressão usando um esfigmomanômetro.



Processo:

1. Uma braçadeira que contém um balão insuflável é colocada apertadamente à volta do braço. O balão é insuflado com uma bomba manual, e a pressão no balão é monitorizada por um medidor de pressão. A pressão inicial no balão é maior do que a pressão arterial sistólica e o fluxo de sangue através da artéria é consequentemente cortado.

2. O observador permite, então, que a pressão no balão caia lentamente, libertando parte do ar. À medida que a pressão diminui, o observador escuta com um estetoscópio colocado sobre a artéria ao lado da braçadeira, o som correspondente ao fluxo do sangue no sentido descendente do braço. Nenhum som é ouvido até a pressão no balão diminuir até à pressão arterial sistólica. Logo abaixo deste ponto, o sangue começa a fluir através da artéria, no entanto, a artéria está ainda parcialmente contraída, pelo que o fluxo é turbulento e é acompanhado por um som característico. A pressão registada no início do som é a pressão arterial sistólica.

3. Quando a pressão no balão diminui ainda mais, a artéria expande-se até atingir o seu diâmetro normal, o fluxo torna-se laminar, e o ruído desaparece. A pressão a que o som começa a desaparecer é tida como a pressão arterial diastólica.

### 3. Calor, temperatura e termodinâmica

#### Temperatura e calor

##### Escalas de temperatura

A energia térmica é consequência do movimento das moléculas na matéria e manifesta-se na forma de calor.

A matéria é aquecida quando recebe calor e é arrefecida quando perde calor e consequentemente dá-se uma alteração da temperatura da matéria.

A temperatura

- aumentará se as moléculas da matéria intensificarem a sua movimentação
- diminuirá se as moléculas reduzirem a movimentação.

Assim, podemos dizer que a temperatura equivale à energia cinética gerada pelo movimento das moléculas da matéria.

Há duas escalas de temperatura importantes:

- a escala de temperatura Célsius, que se constrói definindo a temperatura do ponto de gelo como o zero da escala Célsius ( $0^{\circ}\text{C}$ ) e a temperatura do ponto de vapor como o cem da escala ( $100^{\circ}\text{C}$ ).

- a escala de temperatura Kelvin. Para converter graus Célsius a kelvins, basta somar 273.15 que significa que a temperatura do zero absoluto é  $\sim 273^{\circ}\text{C}$ .

##### Expansão térmica

Quando a temperatura de um corpo se eleva, o corpo usualmente expande-se. Considerando uma barra comprida, de comprimento  $L$ , à temperatura  $T$ .

Quando a temperatura se altera de  $\Delta T$ , a variação do comprimento  $\Delta L$  é proporcional a  $\Delta T$  e ao comprimento original  $L$

$$\Delta L = \alpha L \Delta T$$

Material	$\alpha, \text{K}^{-1}$
Aço	$11 \times 10^{-6}$
Cobre	$17 \times 10^{-6}$
Gelo	$51 \times 10^{-6}$
Vidro	
- Ordinário	$9 \times 10^{-6}$
- Pyrex	$3.2 \times 10^{-6}$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão linear.

Por exemplo, uma ponte de aço que tem 1000 m de comprimento, a sua expansão quando a temperatura sobe de 0 até  $30^{\circ}\text{C}$  é

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = (11 \times 10^{-6})(1000)(30) = 0.33 \text{ m}$$

## Calor

A quantidade de calor requerida para elevar a temperatura de um corpo com massa  $m$ , à temperatura de  $\Delta T$  é

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T$$

onde  $C$  é a capacidade calorífica e  $c$  é a capacidade calorífica por unidade de massa.

Material	c, kJ/kg K
Alumínio	0.9
Cobre	0.386
Gelo (-10°C)	2.05
Água	4.18

Por exemplo, a quantidade de calor necessária para elevar de 20 °C a temperatura de um bloco de 3 kg de cobre ( $c = 386,0 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ) é

$$Q = mc\Delta T = 3 \times 386,0 \times 20 = 23200 \text{ J}$$

O calor de transformação  $L$  é semelhante à capacidade calorífica mas está ligado à mudança de estado da matéria.

- A quantidade de calor requerida para derreter 1 kg de um sólido é o calor de fusão,  $L_f$ . Para água a 0°C,  $L_f = 334,0 \text{ " "kJ" "/kg"}$ .

- A quantidade de calor requerida para vaporizar 1 kg de um líquido é o calor de vaporização,  $L_v$ . Para água a 100°C,  $L_v = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$ .

*Exemplo:*

Em repouso, uma pessoa tem uma taxa metabólica de  $4 \times 10^5 \text{ J/h}$ . A pessoa é submersa numa banheira com 1000 kg de água a 28°C. Se o calor da pessoa for usado unicamente para aquecer a água, determine a temperatura da água ao fim de 30 minutos.

*Solução:*

Sabendo que

$$Q = mc\Delta T = mc(T_f - T_i)$$

temos

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{Q}{mc} + T_i \\ &= \frac{0.5 \times (4 \times 10^5)}{1000 \times (4.18 \times 10^3)} + 28 \\ &= 28.05 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

*Exemplo:*

Suponha que a temperatura do ar é 34°C – a mesma temperatura da pele, e que uma pessoa anda de bicicleta a uma velocidade de 15 km/h.

- (a) Quantas gramas de água deve este ciclista evaporar por minuto para eliminar o calor gerado pelo corpo durante esta atividade? (A potência consumida enquanto anda de bicicleta é 400 W e o rendimento do ciclismo é 20%);
- (b) Quanto aumenta a temperatura do ciclista numa hora se nenhum calor gerado for perdido para o ambiente. Assuma que a massa do ciclista é 76 kg e o calor específico do corpo é 3472,7 J/kg°C.

*Solução:*

- (a) Todo o calor deve ser transferido do corpo por evaporação, então o calor gerado por segundo é

$$P_{\text{calor}} = P_{\text{consumida}} - P_{\text{trabalho útil}} = 400 - 0.2 \times 400 = 320 \text{ W}$$

Por definição,

$$P_{\text{calor}} = Q/t$$

e então

$$Q = P_{\text{calor}} t = 320 \times 60 = 19200 \text{ J}$$

Agora, a energia necessária para provocar uma mudança na fase é

$$Q = mL_v$$

e então

$$m = Q/L_v = 19200 / 2.26 \times 10^6 = 0.0085 \text{ J}$$

- (b) Agora,

$$Q = mc\Delta T$$

então

$$\Delta T = Q/cm = 19200 \times 60 / 3472.7 \times 76 = 4.36^\circ\text{C}$$

## Hipotermia e Hipertermia

A temperatura do corpo humano (na boca) é 37°C.

Quando a temperatura ambiente é mais baixa do que a temperatura do corpo:

- há perda de calor do corpo.

Se o corpo perde calor a mais,

- são ativados mecanismos circulatórios que provocam uma redução da circulação sanguínea até à pele;

- a resposta fisiológica ao frio (tremores) resulta num aumento da produção de calor, usando a reserva de carbohidratos, até estes serem esgotados. Depois dos carbohidratos esgotados,

- há um abaixamento da temperatura do corpo, e, se a temperatura baixar abaixo de 33°C, é necessário fornecer ao corpo calor proveniente de uma fonte externa, senão surgem severas lesões térmicas - **hipotermia**.

Quando o corpo arrefece abaixo da sua temperatura normal, há um abrandamento do metabolismo do tecido celular.

Os processos metabólicos normais dependem de reações mediadas por enzimas e como a ação enzimática é dependente da temperatura, por exemplo alguns enzimas funcionam com mais eficácia a 25°C do que a 38°C, o arrefecimento

- perturba o balanço metabólico,
- provoca distúrbios biológicos, e
- modifica a função das células.

Os animais endotérmicos têm uma temperatura do corpo constante e normalmente mais alta do que a temperatura ambiente e não podem sobreviver com o abaixamento da temperatura do corpo de 10-20°C.

Se o corpo é sujeito a temperaturas quentes durante um período extenso, o corpo fica sobreaquecido, a temperatura do corpo começa a aumentar e temos a condição médica chamada hipertermia (febre) ( $>40^{\circ}\text{C}$ ).

As consequências são:

- cessa o crescimento celular a  $41^{\circ}\text{C}$
- danos químicos irreversíveis nos órgãos (rins e cérebro) a  $42^{\circ}\text{C}$ .

## Transferência de calor

---

Há três mecanismos de transferência de calor e todas são importantes para o controlo da temperatura do corpo humano:

1. **Convecção** é o processo em que o calor é transferido pelo movimento de um fluido. Estes movimentos efetuam-se porque a massa volúmica de um líquido/fluido é função da temperatura: quando se aquece parte de um fluido a densidade nessa parte do fluido diminui, sendo depois substituída pela parte do fluido mais densa ou seja mais fria.

2. **Condução** ocorre quando a energia térmica é transferido através de um material como resultado das colisões entre os eletrões livres, iões, átomos e moléculas do material.

A quantidade de calor  $Q$  transmitida durante um intervalo de tempo  $t$  por um elemento de uma barra de comprimento  $L$  e secção reta  $A$  é

$$Q = \frac{(kA\Delta T)t}{L}$$

$k$  é a condutividade térmica do material e com

$k$	grande	condutor térmico
$k$	pequeno	isolador térmico

**TABLE 13.1 Thermal Conductivities of Selected Materials (at 20°C Unless Otherwise Noted)**

Substance	Thermal conductivity, $k$ (J/s · m · °C)
Metals	
Aluminum	240
Brass	110
Copper	390
Iron	79
Lead	35
Silver	420
Steel (stainless)	14
Gases	
Air	0.0256
Hydrogen (H <sub>2</sub> )	0.180
Nitrogen (N <sub>2</sub> )	0.0258
Oxygen (O <sub>2</sub> )	0.0265
Other materials	
Asbestos	0.090
Body fat	0.20
Concrete	1.1
Diamond	2450
Glass	0.80
Goose down	0.025
Ice (0°C)	2.2
Styrofoam	0.010
Water	0.60
Wood (oak)	0.15
Wool	0.040

*Exemplo:*

Um mecanismo efectivo de transferência de calor em excesso é a condução pela gordura do corpo. Suponha que o calor viaja por 0.03 m de gordura para chegar à pele, que tem uma área superficial total de 1.7 m<sup>2</sup> e uma temperatura de 34°C comparada com a temperatura interior normal de 37°C. Determine a quantidade de calor que chega à pele numa hora. (A condutividade de gordura é 0.1 Wm<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>).

*Solução:*

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(kA\Delta T)t}{L} \\ &= 0.1 \times 1.7 \times \left(\frac{3.0}{0.03}\right) 3600 \text{ J} \\ &= 12240 \text{ J} \end{aligned}$$

3. **Radiação** é o modo de transporte da energia electromagnética através do vácuo e a taxa de emissão de calor por radiação é

$$p = Ae\sigma T^4$$

$e$  é a emissividade da superfície e  $\sigma$  é a constante de Stefan Boltzmann ( $= 5.67 \times 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup> K<sup>4</sup>).

Quando um objecto à temperatura  $T$  está num ambiente onde a temperatura é  $T_s$ , a energia total irradiada por segundo é

$$p = Ae\sigma(T^4 - T_s^4)$$

*Exemplo:*

O corpo humano de área superficial 1,5 m<sup>2</sup> com uma temperatura superficial de 23°C irradia calor na forma de radiação. Se a temperatura do ambiente for 20°C, determine

- (a) a energia irradiada pelo corpo por segundo
- (b) a taxa líquida de perda de energia devida a radiação do corpo. Assuma que  $e = 1$ .

*Solução:*

- (a) A energia irradiada pelo corpo por segundo é

$$\begin{aligned} Q &= Ae\sigma T^4 \\ &= (1.5)(5.67 \times 10^{-8})(296^4) \\ &= 652.9 \text{ W} \end{aligned}$$

- (b) A taxa líquida de perda de energia devida a radiação do corpo é

$$\begin{aligned} Q &= Ae\sigma(T^4 - T_s^4) \\ &= (1.5)(5.67 \times 10^{-8})(296^4 - 293^4) \\ &= 26.1 \text{ W} \end{aligned}$$

## Regulação de calor nos animais

Há dois grupos de animais que se distinguem pela temperatura dos seus corpos:

Ectotérmicos:	Endotérmicos:
Invertebrados Peixes Anfíbios Répteis	Mamíferos: 36-38°C Aves: 41-43°C

O mecanismo de homeotermia envolve um balanço entre

$$\begin{array}{c}
 \text{produção de calor do corpo do animal} \\
 \Leftrightarrow \\
 \text{perdas de calor da superfície.}
 \end{array}$$

O mecanismo afeta:

- o escoamento de sangue até às extremidades do corpo;
- a secreção de suor pela pele;
- a taxa de respiração, que afeta a taxa de evaporação no sistema respiratório;
- o eriçar dos pelos ou o levantamento das penas, conforme os casos;
- que provocam uma perda de calor
- a taxa metabólica da produção de calor

Como ocorrem perdas de calor à superfície do animal, este deve produzir calor a uma taxa igual às perdas de calor, para manter a temperatura constante.

A forma de manter o calor é isolar o corpo do ar à sua volta, isolamento térmico.

Os materiais disponíveis são:

- a gordura – tem condutividade térmica baixa.
- pelos
- penas

Para controlar a perda de calor:

- aumento ou diminuição da circulação do sangue à superfície do corpo. **Mas:** este método não funciona quando a temperatura externa é igual ou superior à temperatura do sangue.
- aumento da taxa de evaporação de água por aumento do suor (ou no trato respiratório do cão).

Assim, a quantidade de calor que se perde regularmente à superfície do corpo depende:

- da área superficial
- da condutividade térmica
- da espessura da pele
- da diferença de temperatura entre o corpo e o exterior.

## A lei dos gases ideais e respiração nos animais

---

### A lei dos gases ideais

Esta lei relaciona

- a pressão absoluta,  $P$
- o volume,  $V$
- o número de moles,  $n$
- a temperatura,  $T$

de um gás de acordo com

$$PV = nRT$$

onde  $R = 8.31 \text{ J/mol K}$  é a constante universal dos gases.

Uma forma alternativa é

$$PV = NkT$$

onde  $N$  é o número de partículas e  $k = R/N_A$  é a constante de Boltzmann,  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  e  $N_A = 6.022 \times 10^{23}$  partículas / mol.

Com a massa de um gás fixa, podemos ver que  $PV/T$  é constante. Se usarmos o índice 1 para os valores iniciais e o 2 para os valores finais, temos

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_1V_1}{T_1}$$

*Exemplo:*

100 g de  $\text{CO}_2$  ocupam o volume de 55 litros à pressão de 1 atm.

- (a) Determine a temperatura do gás
- (b) Se o volume passar para 80 litros, e se a temperatura se mantiver constante, qual é a nova pressão? (Massa molar do  $\text{CO}_2$ ,  $M = 44\text{g/mol}$ ).

*Solução:*

- (a) O número de moles é  $n = m/M = 100/44 = 2.27 \text{ mol}$ .

A temperatura absoluta é então

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{1.015 \cdot 10^5 \cdot 55 \cdot 10^{-3}}{2.27 \cdot 8.31} = 294.5 \text{ K}$$

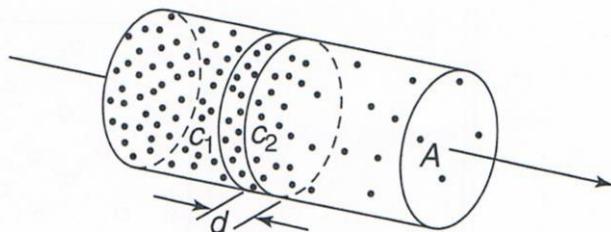
(b) Aqui  $T_2 = T_1$  e então

$$P_2 = \frac{V_1}{V_2} P_1 = \frac{55 \cdot 10^{-3}}{80 \cdot 10^{-3}} \cdot 1.01 \cdot 10^5 = 6.94 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

### Difusão

A difusão é o movimento resultante de partículas a partir de uma região com alta concentração (massa do soluto por unidade de volume),  $c_1$ , para outro com baixa concentração  $c_2$  ou seja

$$c_1 > c_2$$



Podemos quantificar este processo pela constante  $D$  – o coeficiente de difusão

$$D = \frac{kT}{f}$$

onde  $f$  é um coeficiente de atrito

$$f = 6\rho\eta r$$

onde  $r$  é o raio da molécula, em metros, e  $\eta$  é o coeficiente de atrito do solvente. Substituindo,

$$D = \frac{kT}{6\rho\eta r}$$

A constante de difusão depende:

- do tamanho das moléculas:

com  $r$  grande,  $D$  é pequeno

- da temperatura

com  $T$  grande,  $D$  é grande

**TABLE 14.1 Diffusion Constants at Room Temperature in Water**

Molecule	Diffusion constant $D$ (m <sup>2</sup> /s)
Water	$2 \times 10^{-9}$
Oxygen	$8 \times 10^{-10}$
Glucose	$6 \times 10^{-10}$
Tobacco mosaic virus	$3 \times 10^{-12}$
DNA (molar mass $5 \times 10^6$ g)	$1 \times 10^{-12}$
Protein	$1 \times 10^{-10}$
Hemoglobin	$6.9 \times 10^{-12}$

A lei de Fick diz que a taxa de difusão por unidade de área numa direção perpendicular à área é proporcional ao gradiente da concentração do soluto nessa direção, ou

$$\frac{m}{t} = DA \frac{c_1 - c_2}{d}$$

onde  $d$  é uma distância pequena do tubo,  $A$  é a área da secção recta, e  $t$  é o intervalo de tempo.

Esta expressão é uma versão simplificada da lei de Fick,

$$J = -D \frac{dc}{dx}$$

onde  $J$  é o fluxo de partículas – o número de partículas que passam por unidade de área por unidade de tempo.

*Exemplo:*

A difusão da água através da pele ocorre a uma taxa média de 350 ml/dia. Considere um adulto cujo corpo tem uma área de 1.75 m<sup>2</sup>. Se a espessura da pele for de ~20 µm, calcule a constante de difusão da água.

*Solução:*

Pela lei de Fick

$$D = \frac{J}{Dc/Dx}$$

Agora

$$J = \frac{[Dn/Dt]}{A}$$

$$= \frac{[3.5 \times 10^{-4} \cdot n / 8.64 \times 10^4]}{1.75} = 0.23n \times 10^{-8} \text{ molecules/m}^2 \cdot \text{s}$$

onde  $n$  é o número de moléculas de água por  $\text{m}^3$  que atravessam a pele no sentido de dentro para fora do corpo.

Também

$$\frac{Dc}{Dx} = \frac{(n - 0)}{2 \times 10^{-5}} = 0.5n \times 10^5 \text{ molecules/m}^4$$

Assim,

$$D = 4.6 \times 10^{-14} \text{ m}^2 / \text{s}$$

### Osmose: Pressão osmótica

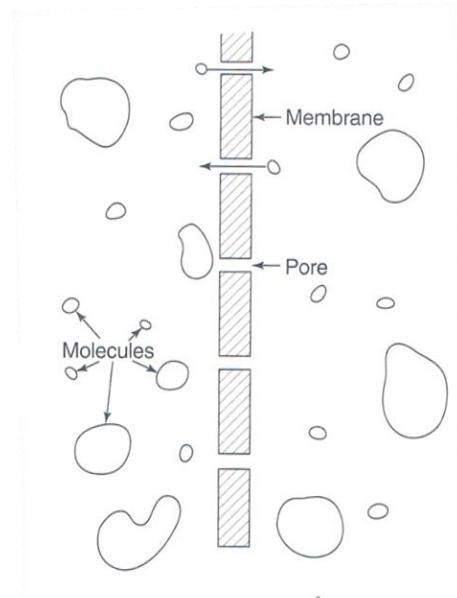
Finalmente, osmose é a difusão de um fluido através de uma membrana com permeabilidade seletiva.

Em geral, uma membrana pode ser

- permeável
- pouco permeável
- impermeável

a algumas moléculas.

A maioria dos processos de difusão nos organismos biológicos ocorrem através de uma membrana:



Todas as células e algumas estruturas dentro das células (por exemplo, o núcleo) têm membranas com espessuras de

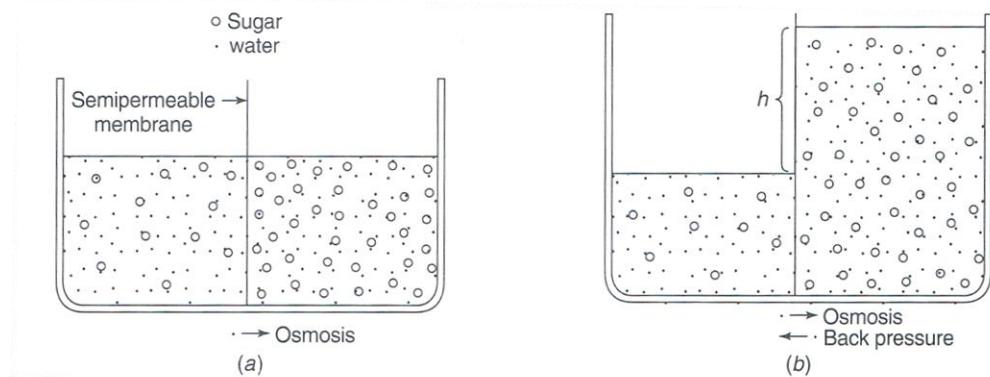
$$65 \times 10^{-10} \rightarrow 100 \times 10^{-10} \text{ m}$$

A seletividade da difusão a certas moléculas é função do tamanho dos pores com diâmetros:

$$7 \times 10^{-10} \rightarrow 10 \times 10^{-10} \text{ m}$$

- só moléculas pequenas penetram nas membranas.

Considere o diagrama



A passagem de moléculas de água através da membrana altera a altura da solução dentro do tubo, produzindo uma pressão adicional  $rg(h_2 - h_1)$ .

A pressão que devemos aplicar sobre a superfície da solução para que a osmose não ocorra, é chamada pressão osmótica  $\Pi$  e

$$\Pi = rg(h_2 - h_1)$$

Em geral, a pressão osmótica de uma solução é dada pela equação de J.H. van't Hoff

$$PV = nRT \text{ ou } \Pi = C_M RT$$

onde  $n$  é o número de moles dos solutos presentes na solução que não atravessam a membrana (impermeantes),  $C_M$  a concentração molar destes solutos,  $T$  a temperatura da solução.

*Exemplo:*

Se a concentração molar da hemoglobina dentro da hemácia for 10 mmol/litro e supondo que não há outro soluto intracelular impermeante, qual é a pressão osmótica no interior de uma hemácia se ela for imersa em água destilada a 20°C?

*Solução:*

$$\begin{aligned} \Pi &= C_M RT \\ &= 10 \cdot 8.31 \cdot 300 = 24.9 \cdot 10^3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Este valor não chega a ocorrer pois ocorre lise antes disso: a hemácia deveria ser imersa em solução isomótica – 10 mmol/litro de solutos impermeantes.

Há uma variedade de iões dentro e fora da célula

Aqui, usamos a lei de Dalton para determinar a pressão osmótica dentro da célula:

$$\begin{aligned} P_{in} &= P_1 + P_2 + P_3 + \square \\ &= RT(c_1 + c_2 + c_3 + \square) \\ &= 8.31 \cdot 310(140 + 12 + 4 + 148) = 7.8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Solution outside cell	$\begin{cases} 4 \text{ mM K}^+ \\ 150 \text{ mM Na}^+ \\ 120 \text{ mM Cl}^- \\ 34 \text{ mM A}^- \end{cases}$	$\sum_i c_i = 308 \text{ mM}$
Cell cytosol	$\begin{cases} 140 \text{ mM K}^+ \\ 12 \text{ mM Na}^+ \\ 4 \text{ mM Cl}^- \\ 148 \text{ mM A}^- \end{cases}$	$\sum_i c_i = 304 \text{ mM}$

- uma pressão elevada.

Contudo, no fluido exterior

$$P_{in} = 8.31 \cdot 310(140 + 12 + 4 + 148) = 7.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- também uma pressão osmótica elevada.

Mas, como

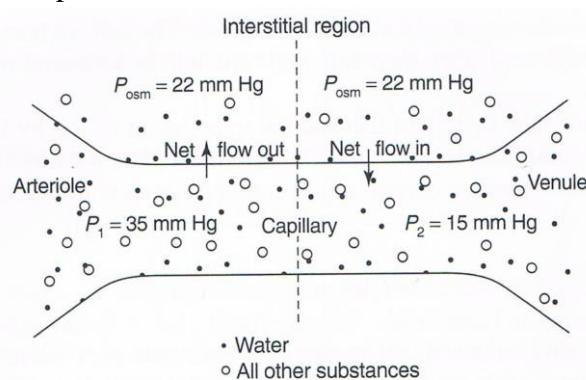
$$P_{in} \gg P_{ext}$$

a pressão líquida exercida na parede da célula é pequena.

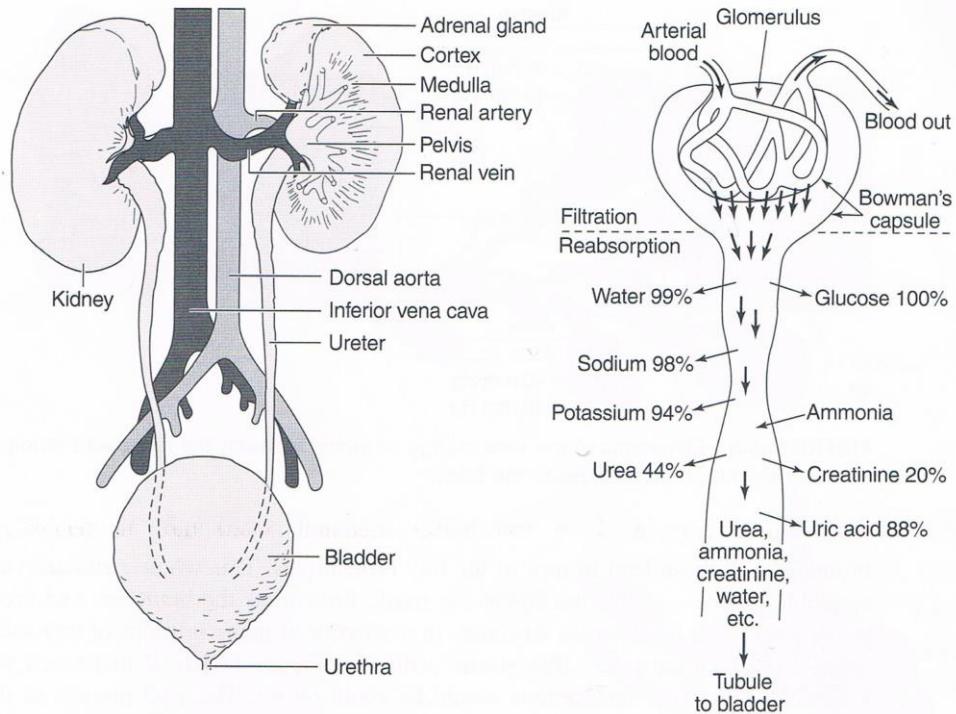
Portanto, para as células frágeis de animais, é importante manter a pressão osmótica interior aproximadamente igual à pressão osmótica exterior.

Há mecanismos sofisticados para manter este equilíbrio.

Por exemplo, no corpo humano, o fluido intercelular é regulado pelo intercâmbio de água com o sangue nos capilares

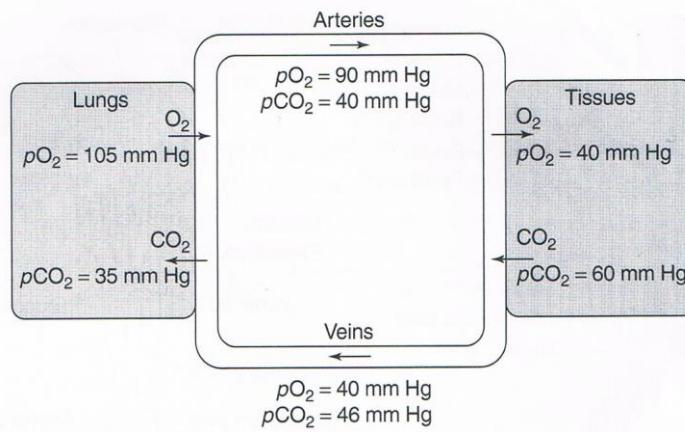


O resultado é um intercâmbio de água, enquanto a quantidade total de água na região entre as células fica constante

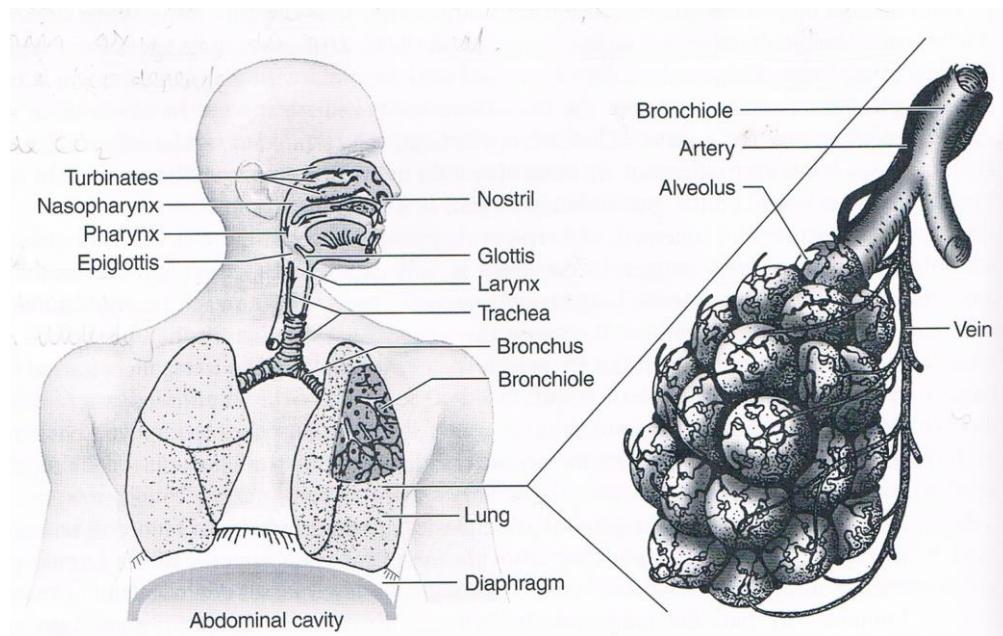


## Respiração

Para o intercâmbio de gás no corpo humano



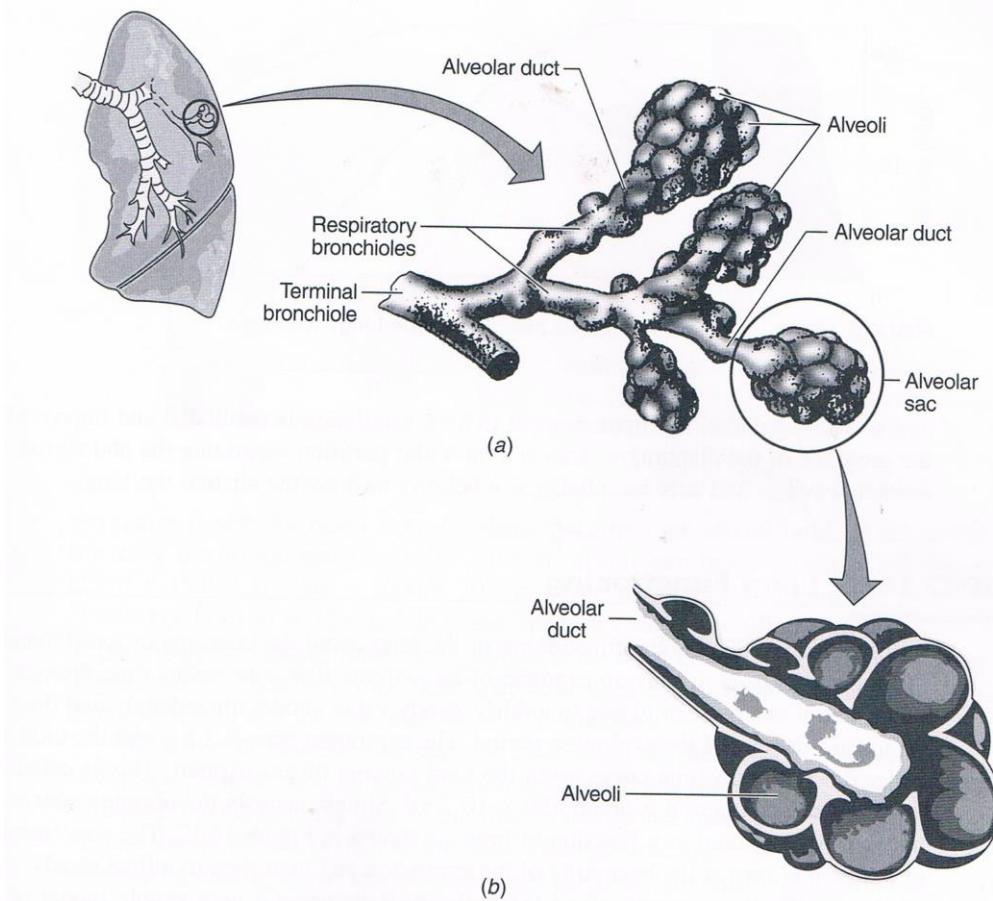
As características principais do mecanismo de intercâmbio do gás



A estrutura parece uma árvore e os bronquíolos terminam numa rede de sacos pequenos – os alvéolos com

- paredes finas e elásticas

de área efetiva  $60\text{ m}^2$ .



*Exemplo:*

O raio dos alvéolos é 0.125 mm, e o ar no seu interior contem 14% de oxigénio. Assumindo que o ar se comporta como um gás ideal à temperatura do corpo (310K), determine o número de moléculas de oxigénio num único alvéolo.

*Solução:*

O número de moléculas no alvéolo é

$$N = \frac{PV}{kT}$$

$$= \frac{(1.00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \frac{4}{3} \pi (0.125 \cdot 10^{-3})^3}{(1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})(310 \text{ K})} = 1.9 \cdot 10^{14}$$

O número de moléculas de oxigénio é então

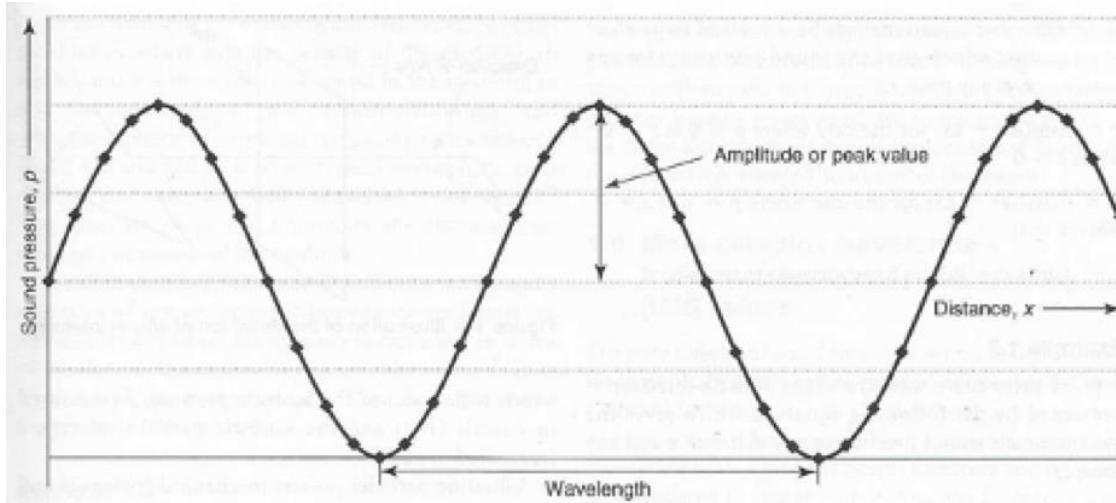
$$0.14 \cdot (1.9 \cdot 10^{14}) = 2.7 \cdot 10^{13}.$$

### 3. O som e a bioacústica

#### Ondas Progressivas

As ondas mecânicas são perturbações ou distúrbios que levam energia de um lugar até outro sem uma transferência de massa.

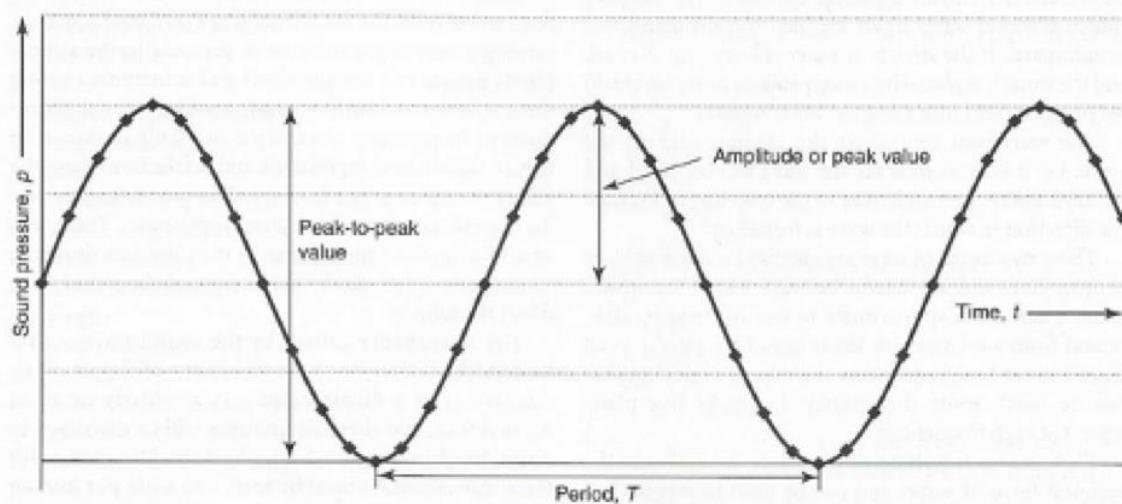
Podem ser representadas por um função sinusoidal:



A frequência da onda é dada por:

$$f = \frac{1}{T}$$

onde  $T$  é o período medido em segundos,  $f$  é a frequência medida em hertz:



- variação da pressão de som com o tempo.

Há uma relação simples entre a frequência da onda, o comprimento da onda e a velocidade da onda

$$c = f\lambda$$

*Exemplo:*

O ouvido humano pode detetar sons dentro de uma faixa de frequências que vai de 20 Hz até 20000 Hz (embora muitas pessoas tenham audição muito limitada acima de 15000 Hz). Se a velocidade do som no ar for 340 m/s, quais são os comprimentos de onda que correspondem a estas frequências extremas?

*Solução:*

O comprimento de onda correspondente à frequência audível mais baixa é 17 m e a correspondente à frequência audível mais alta é 1.7 m.

A equação que descreve o comportamento das ondas progressivas que se propagam na direção  $x$ , com amplitude  $y$ , durante o tempo  $t$ , é a combinação das funções sinusoidais que descrevem a variação da amplitude  $y$  com a distância  $x$  e com o tempo  $t$ :

$$y(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$$

ou

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

onde  $A$  é a amplitude máxima da onda,

$$k = 2\pi/\lambda$$

e

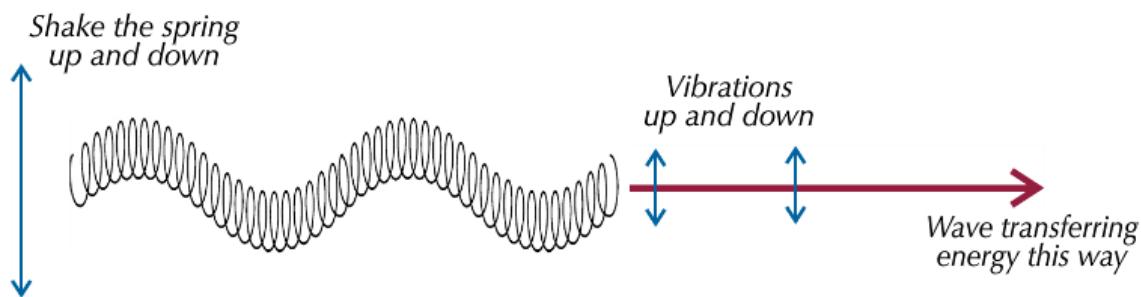
$$\omega = 2\pi/T$$

(a frequência angular).

Há dois tipos principais de ondas:

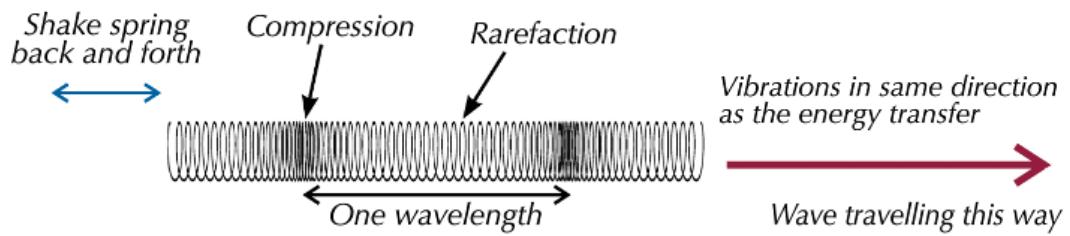
- Ondas transversais

O deslocamento das partículas é perpendicular à direção da propagação:



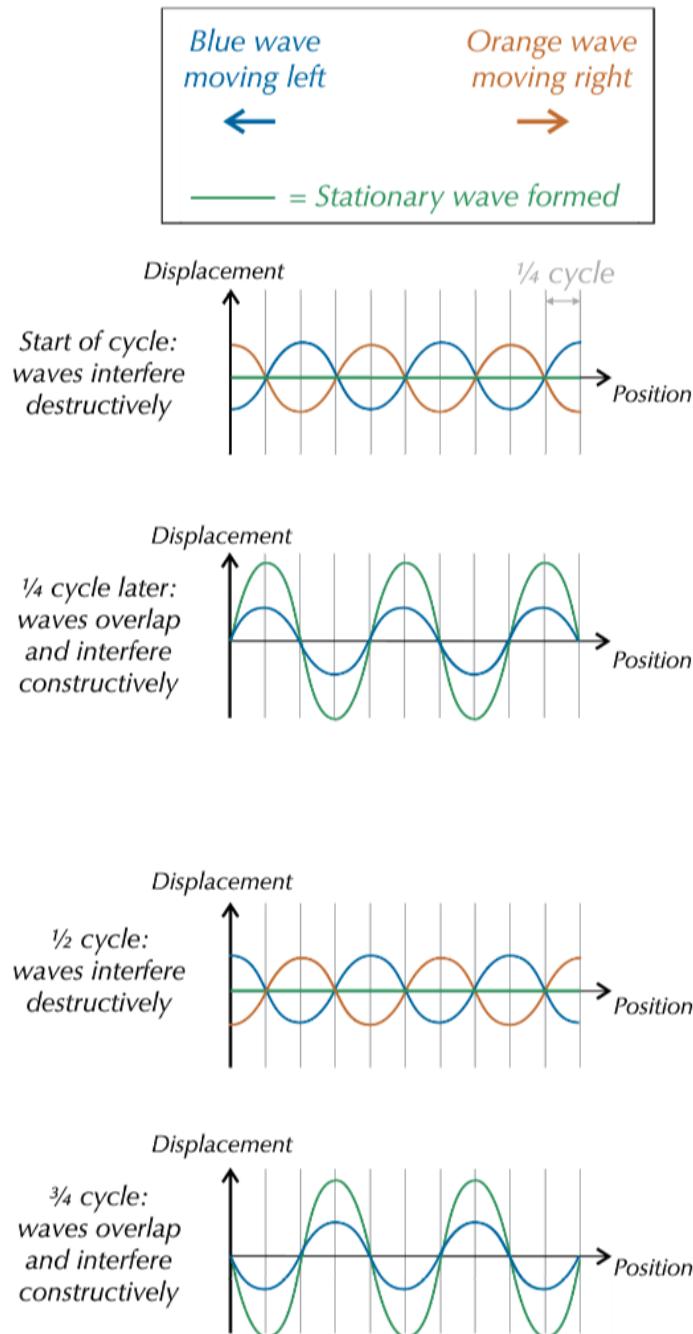
- Ondas longitudinais:

O deslocamento das partículas é ao longo da direção da propagação.

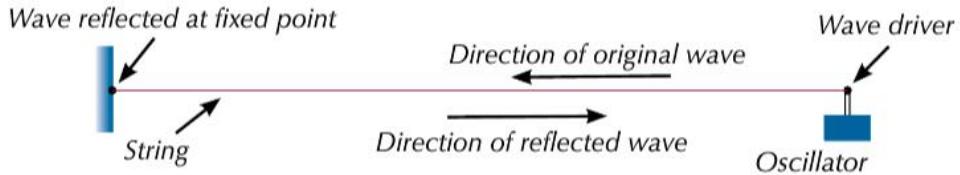


## Ressonância e Ondas Estacionárias

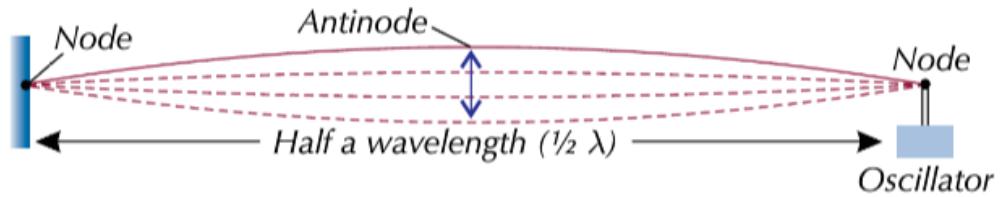
Ondas estacionárias são ondas de amplitude variável e com nós fixos. Essas ondas são superposições de ondas que avançam numa mesma direcção, mas em sentidos opostos, de tal maneira que a sua interferência provoca a formação de uma configuração estacionária ou permanente de vibração.



Podemos demonstrar ondas estacionárias:



Se o oscilador produzir um número exato de ondas no tempo que leva para uma onda chegar à extremidade e voltar novamente, então as ondas originais e refletidas reforçam-se mutuamente.



A ressonância ocorre quando a frequência de vibração da fonte gera uma perturbação, cujo comprimento de onda, é igual ao dobro do comprimento do tubo e

$$\lambda_n = 2L/n$$

são os comprimentos de onda dos diversos harmónicos que podem ser gerados onde  $n = 1, 2, 3, \dots$

As frequências desses harmónicos satisfazem a condição

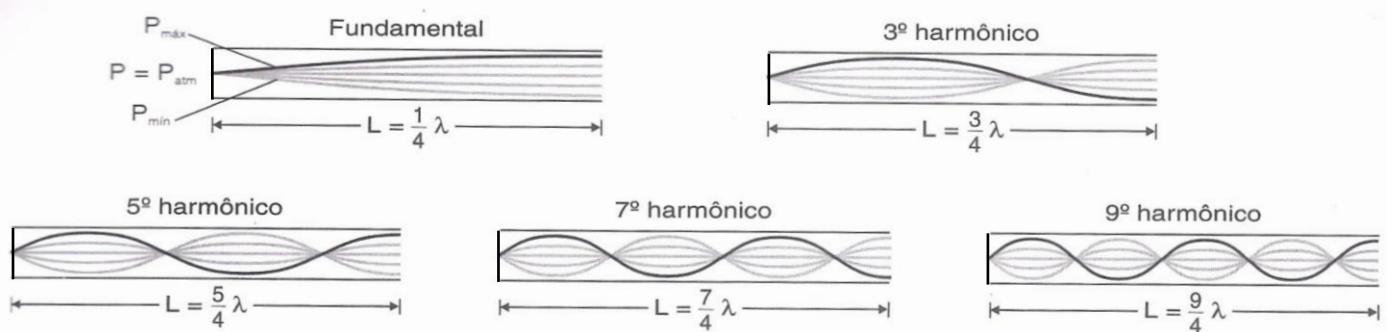
$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L} = nf_1$$

A frequência

$$f_1 = \frac{c}{2L}$$

é a frequência fundamental.

Para o caso de ondas estacionárias longitudinais produzidas no interior de um tubo que tem uma extremidade aberta e outra fechada, as ondas de variação de pressão têm a forma:



Aqui

$$\lambda_n = 4L/n$$

onde  $n = 1, 3, 5, \dots$

As frequências desses harmónicos satisfazem a condição

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{4L} = nf_1$$

A frequência

$$f_1 = \frac{c}{4L}$$

é a frequência fundamental.

*Exemplo:*

Para que valor de frequência o ouvido humano é mais sensível, se, em média, o ouvido externo tem um canal auditivo cujo comprimento é da ordem de 2.7 cm?

*Solução:*

Esse caso corresponde a um tubo de  $L = 2.7$  cm com ar, uma extremidade aberta e outra fechada. Como a onda sonora se propaga no ar a 340 m/s, a frequência fundamental é

$$f_1 = v/4L = 340/4 \times 2.7 \times 10^{-2} = 3148 \text{ Hz}$$

Esse valor corresponde à frequência para a qual o ouvido humano é mais sensível.

## O efeito Doppler

Suponha que uma fonte sonora em movimento emite um som de frequência  $f_F$  e que a fonte se aproxima de ouvinte a uma velocidade  $v_F$ . Suponha também que o observador se está a mover em direção à fonte com uma velocidade  $v_o$ .

Então, o observador ouvirá um som de frequência  $f_o$  dada por

$$f_o = f_F \left( \frac{c + v_o}{c - v_F} \right)$$

onde  $c$  é a velocidade do som.

*Exemplo:*

Um morcego que está a voar a uma velocidade de 10 m/s, em direção a uma parede estacionária, emite um som ultra-sónico de 100 kHz (velocidade de som,  $c = 343$  m/s).

- Calcule a frequência com que a onda incide na parede e o comprimento de onda na região frontal ao morcego.
- Uma vez que o som é reflectido pela parede, esta atua como uma fonte de ondas, cuja frequência é a calculada em (a). Com que frequência o morcego ouve o som refletido pela parede?

*Solução:*

- A fonte é o morcego que emite ondas de  $f_F = 100$  kHz. A fonte move-se a velocidade  $v_F = 10$  m/s. Então

$$f_o = 100000 \left( \frac{343 + 0}{343 - 10} \right) = 103003.0 \text{ Hz}$$

O comprimento dessa onda é  $\lambda = c/f_o = 343/103003 = 3.3 \times 10^{-3}$  m

- Nesse caso, a fonte é a parede e emite ondas de  $f_F = 103003$  Hz. O morcego é o recetor que se move a uma velocidade  $v_o = 10$  m/s. Assim

$$f_o = 103003 \left( \frac{343 + 10}{343 - 0} \right) = 106000.0 \text{ Hz}$$

## Características fisiológicas do som

Som é a sensação produzida no ouvido humano por um conjunto de ondas que percorre um meio elástico e que satisfaz certas frequências e intensidades. O som não é transmitido no vácuo.

Os sons distinguem-se entre si pelas seguintes qualidades fisiológicas

- a altura, que está ligada unicamente à frequência da onda sonora
- o timbre, que depende dos harmónicos associados ao som fundamental
- a intensidade, que está ligada à amplitude das vibrações.

Os sons da voz humana – são ricos em harmónicos mas a sua amplitude decresce muito rapidamente quando a sua frequência cresce.

Os sons audíveis pelos humanos têm frequências 20 Hz até 20000 Hz.

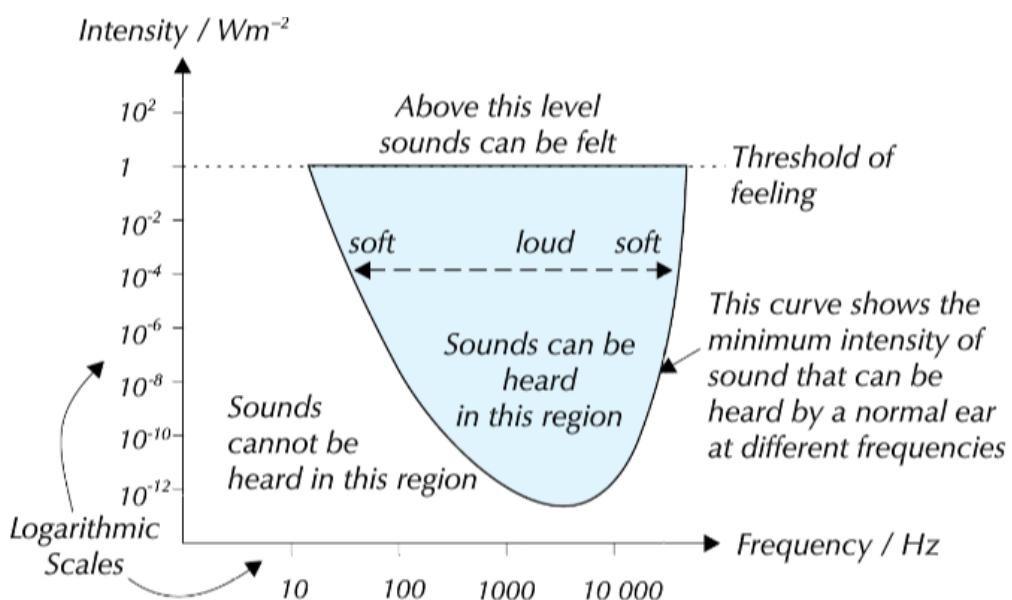
A intensidade de uma onda de som é a potência que passa perpendicularmente por uma superfície, ou

$$L = P/A \text{ W m}^{-2}$$

O ouvido humano pode perceber intensidades sonoras entre

$$10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 1 \text{ W/m}^2$$

mas depende da frequência:



As intensidades sonoras são quantificadas usando uma escala logarítmica:

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

medido em decibéis (dB), onde  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  é uma intensidade sonora de referência e

- o limiar de audição corresponde a  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  ou

$$\beta = 10 \log(1) = 0 \text{ dB}$$

- o limiar doloroso corresponde a  $1 \text{ W/m}^2$  ou

$$\beta = 10 \log(10^{12}) = 120 \text{ dB}$$

*Exemplo:*

Uma onda sonora de um nível de intensidade de 80 dB incide sobre um tímpano de área  $0.6 \text{ cm}^2$ . Quanta energia absorve o tímpano em 3 minutos?

*Solução:*

Agora

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

Rearranjando,

$$I = I_0 10^{\beta/10} = 10^{-12} \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

A potência média da onda é

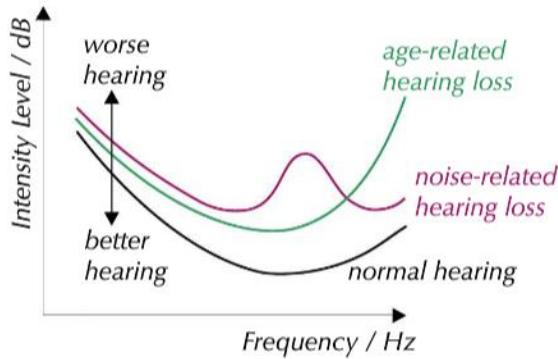
$$P = 10^{-4} \cdot 6 \times 10^{-5} = 6 \times 10^{-9} \text{ W}$$

A energia absorvida em 180 s é

$$E = P \cdot \Delta t = 1.08 \times 10^{-6} \text{ J}$$

## Os defeitos de audição

Considere o diagrama:



- À medida que se envelhece, a audição degenera, sendo as frequências mais altas as mais afetadas.
- Os ouvidos podem ser danificados por ruído excessivo; isso resulta em perda auditiva geral, mas as frequências em torno de 4000 Hz são geralmente as mais afetadas.
- As pessoas que trabalharam com máquinas muito barulhentas apresentam maior perda auditiva nas frequências específicas do ruído que causa o dano.
- Curvas de volume igual podem mostrar perda auditiva.
- Para uma pessoa com perda auditiva, são necessários níveis de intensidade mais altos para a mesma sonoridade, quando comparado com um ouvido normal. Um pico na curva mostra danos em uma faixa específica de frequências.

*Exemplo:*

Uma pessoa tem uma perda de audição de 40 db a uma dada frequência. Qual é a intensidade do som sentido se o limiar de audição normal for

$$I_0 = 5 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$$

a essa frequência?

*Solução:*

$$\begin{aligned} I &= I_0 10^{\beta/10} \\ &= 5 \times 10^{-12} \cdot 10^{40/10} = 5 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

## Bioacústica

A bioacústica estuda o funcionamento do sistema auditivo

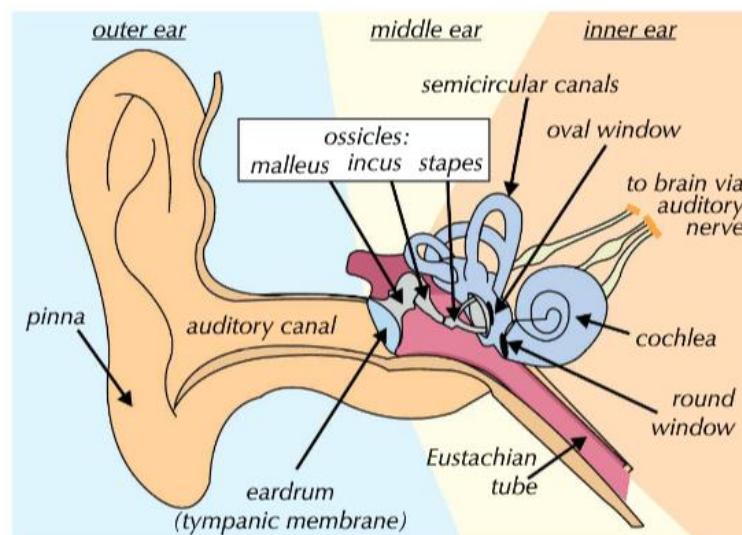
- é a análise e a percepção de sensações auditivas cuja origem são os estímulos sonoros.

Os estímulos, cuja origem física são as ondas mecânicas, ao chegarem ao sistema auditivo agem sobre células ciliadas e os seus nervos terminais, que codificam o estímulo mecânico em potenciais de ação.

O ouvido humano converte:

fraco estímulo mecânico → estímulos nervosos

Tem três partes:



(1) Ouvido externo:

- parte do ouvido que está em contacto com o meio externo

- consiste de:

- um canal auditivo (0.7x2.5 cm)
- um pavilhão externo

- termina na membrana timpânica:



(2) Ouvido médio:

- a membrana timpânica é o início do ouvido médio
- é uma cavidade cheia de ar ( $2 \text{ cm}^3$  de volume).
- contém três pequenos ossos:

1. martelo
2. bigorna
3. estribo

- limitada internamente pelas janelas oval e redonda
- parte interior: aberta da trompa de Eustáquio

Em adultos, em média a área do tímpano e da janela oval é  $0.55 \text{ cm}^2$  e  $0.032 \text{ cm}^2$ , respectivamente. Se um estímulo sonoro exercer sobre o tímpano uma força  $F_t$ , o sistema de ossículos produz um ganho a essa força de tal ordem que a força na janela oval será

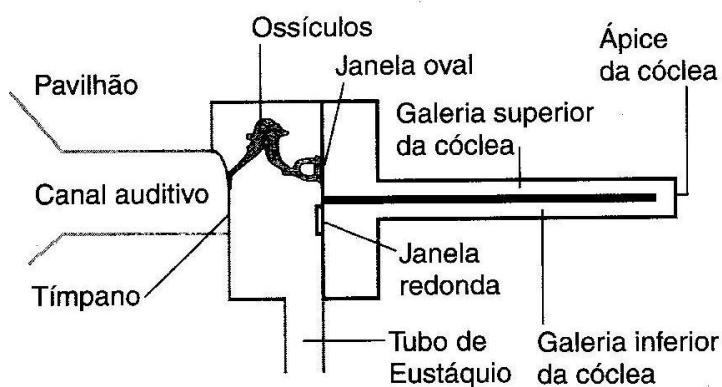
$$F_{jo} = 1.3F_t$$

Logo, as pressões experimentadas pela janela oval e o tímpano satisfazem a relação

$$P_{jo} \approx 22P_t$$

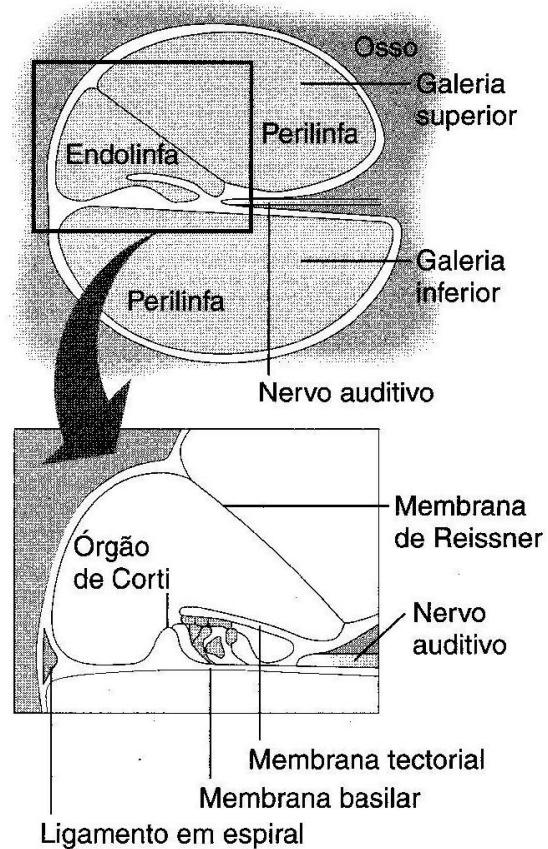
(3) Ouvido interno:

- A energia transportada pelo estímulo sonoro será convertida num sinal elétrico até o córtex auditivo.
- Contem a cóclea cujas paredes limitam três tubos enrolados em espiral. Se a imaginarmos desenrolada, os três tubos cocleares têm disposição paralela:



- A galeria superior da cóclea comunica-se com o ouvido médio através da janela oval e galeria inferior da cóclea comunica com o ouvido médio através da janela redonda. Essas duas rampas comunicam pelo helicotrema localizado no ápice da cóclea. Elas contêm perilinfa que, semelhante ao líquido extracelular, tem maior concentração de íons  $\text{Na}^+$ .

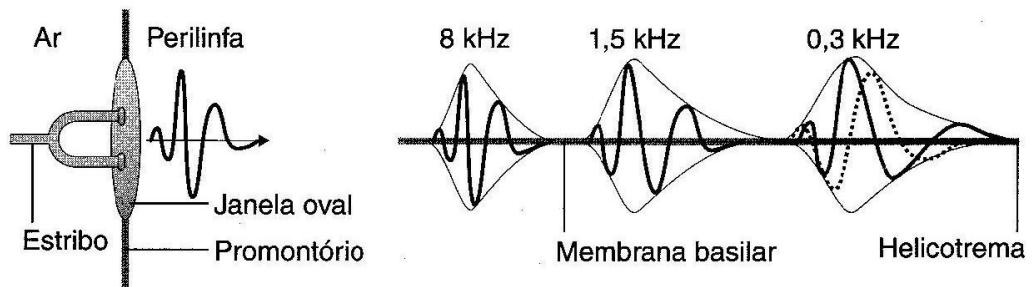
- O canal coclear contem endolinfa, semelhante ao líquido intracelular, tem maior concentração de iões  $K^+$ . Contém o órgão de Corti:



Este órgão transforma uma oscilação mecânica no ouvido interno num sinal que pode ser processado pelo sistema nervoso.

Nesse órgão existe a membrana tectorial, que cobre os cílios das células ciliadas externas. Nos extremos inferiores dessas células encontram-se sinapses com neurónios que apresentam corpos celulares nos gânglios espirais de Corti, localizados na cóclea. Os axônios desses neurónios constituem o nervo coclear.

O estímulo sonoro transmitido pelo sistema tímpano-ossicular através da janela oval penetra na perilinfa da galeria superior:



Vai haver um deslocamento simultâneo das membranas de Reissner e basilar. A membrana basilar constitui a estrutura receptora auditiva devido às células de sustentação e às células recetora secundárias ciliadas contidas em toda a sua extensão. Inicia-se uma oscilação na base da membrana basilar, que se propagará na direcção do helicotrema.

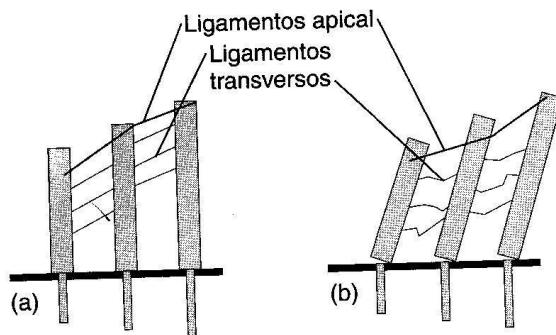
A oscilação é uma onda viajante que chega até uma certa posição da membrana, dependente da frequência da onda sonora.

A membrana basilar oscilará com a amplitude da onda viajante, e, na posição do máximo da amplitude, a membrana experimentará uma ressonância.

Dependo da frequência da onda sonora, a máxima deflexão da membrana basilar acontecerá em diferentes regiões da membrana

- perto da janela oval para frequências altas
- perto do helicotrema para frequências baixas.

Nas regiões de máxima deflexão:



as células sensoriais são mais excitadas.

A inclinação dos cílios determinará a abertura dos canais de potássio e logo, as células serão despolarizadas, dando origem aos potenciais de ação.

## Ondas ultra-sónicas

As ondas ultra-sónicas são ondas mecânicas longitudinais, cujas frequências estão fora do campo de audibilidade dos humanos. Se:

$f < 20 \text{ Hz}$  - ondas acústicas infra-sónicas

$f > 20\,000 \text{ Hz}$  - ondas acústicas ultra-sónicas

As propriedades físicas destas ondas acústicas são mesmas que as das ondas acústicas audíveis pelo humano.

Muitos animais têm um campo de audição que inclui essas ondas acústicas:

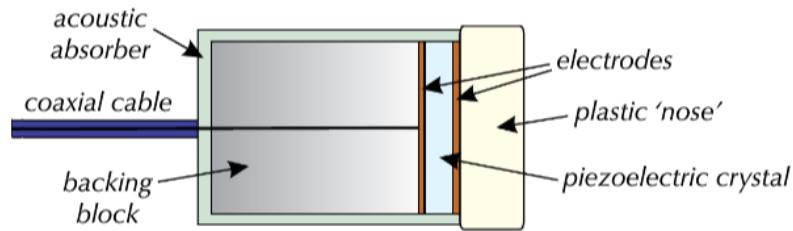
- os cães	podem ouvir frequências	15 Hz – 50 kHz
- os gatos		60 Hz – 65 kHz
- os morcegos		10 kHz – 120 kHz
- os golfinhos		10 kHz – 240 kHz

Para a geração de ondas ultra-sónicas, utilizamos transdutores que convertem:

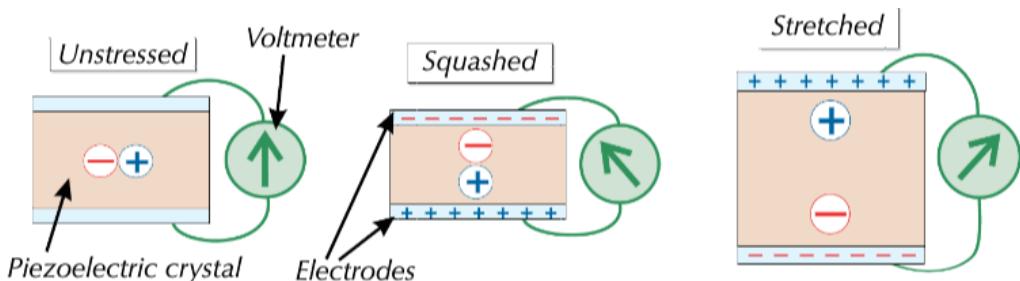
energia eléctrica  $\rightarrow$  energia Mecânica.



Os transdutores ultra-sónicos utilizam material piezelétrico:



O material piezelétrico produz uma diferença de potencial quando deformado (o efeito piezelétrico):



e quando uma diferença de potencial é aplicada, o material deforma-se.

Então o efeito piezoelettrico permite que o transdutor simultaneamente possa

- transmitir e
- receber um eco ultra-sónico induzindo um sinal elétrico.

A intensidade poderá ser:

- baixa: como é o caso das ondas utilizadas para obtermos informações de um meio;
- alta: como é o caso das ondas utilizadas em terapia médica.

As intensidades  $I$  são quantificadas como um nível de intensidade  $\beta$  e há uma relação simples entre  $I$  e a variação da pressão  $p$  dada por

$$I = \frac{1}{2} \frac{1}{Z} p^2$$

onde

$$Z = \rho v$$

é a impedância acústica do meio, e  $v$  é a velocidade da onda.

*Exemplo:*

Um transdutor gera uma onda ultra-sónicas de  $10^5 \text{ W/m}^2$  de intensidade.

- Qual é o nível de intensidade desta onda?
- Quanta energia incide sobre uma superfície de  $1 \text{ cm}^2$  em 1 minuto?
- Qual é a amplitude da onda de variação de pressão?
- Se o onda se propagasse na água, mantendo a mesma amplitude de variação de pressão, qual seria agora a sua intensidade?

*Solução:*

- A intensidade dessa onda será

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{10^5}{10^{-12}} \right) = 170 \text{ dB}$$

- acima do limiar da dor para o caso de um humano.

- A energia será

$$E = I \cdot A \cdot \Delta T = 10^5 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 600 \text{ J}$$

- A amplitude da onda de variação de pressão é dada por

$$p = [2I\rho_{ar}V_{ar}]^{1/2} = [2 \cdot 10^5 \cdot 1.29 \cdot 340]^{1/2} = 9.4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

- um valor equivalente a 0.093 atmosferas.

- Se a propagação da onda fosse na água, para esse valor de p, teríamos

$$I = \frac{1}{2} \frac{1}{Z} p^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{10^3 \cdot 1430} (9.4 \times 10^3)^2 = 30.9 \text{ W/m}^2$$

Vantagens e desvantagens do uso de ultrasons:

Vantagens:

1. Não há efeitos secundários - em particular, não há exposição a radiações ionizantes (ao contrário da imagem de raio x).
2. Bom para obter a imagem de tecidos moles possibilitando a obtenção de imagens em tempo real (ao contrário da fluoroscopia de raios-X que envolve radiação ionizante).
3. Dispositivos de ultrasons são baratos e portáteis (ao contrário de scanners de MR que custam milhões de euros).

4. O scaning de ultrasons é um procedimento rápido (10-15 minutos) e o paciente pode movimentar-se durante o scan.

Desvantagens:

1. Ultrasons não podem penetrar no osso - não podem ser usados para detectar fraturas ou examinar o cérebro.
2. Ultrasons não podem passar por espaços de ar no corpo - não podem ser usados para produzir imagens atrás dos pulmões.
3. A resolução de ultra-sons é baixa, e portanto não podem mostrar detalhes finos.
4. Ultrasons não podem dar informação sobre massas sólidas (ex tumor).

## 5. Eletricidade, o impulso elétrico e o fluxo nervoso

Nos seres humanos e no animais, cerca de 20% da taxa metabólica basal é usada para manter o funcionamento elétrico das células, ou seja, esses 20% são usados para controlar:

- o fluxo de iões que se encontram em grande quantidade nos lados externo e interno da superfície celular,
- os efeitos devidos às diferentes concentrações dos iões presentes no interior da célula e no meio extra-celular.

Entre os líquidos intra e extracelular há uma diferença de potencial, denominada *potencial da membrana*, que tem um papel importante no funcionamento elétrico das células.

Para entender os diversos feómenos elétricos manifestados por uma célula em atividade, precisamos introduzir alguns conceitos básicos de eletricidade.

Num átomo há

- eletrões	$9.11 \times 10^{-31}$ kg	$-1.602 \times 10^{-19}$ C
- protões	$1.67 \times 10^{-27}$ kg	$+1.602 \times 10^{-19}$ C
- neutrões	$1.67 \times 10^{-27}$ kg	carga nula

O valor da carga elétrica dos eletrões e protões é denominado *carga elétrica fundamental*.

### O Campo Elétrico

Uma carga elétrica pode ser negativa ou positiva. Se duas cargas têm:

- |                  |                             |
|------------------|-----------------------------|
| - o mesmo sinal  | - as duas cargas se repelem |
| - sinais opostos | - as duas cargas se atraem  |

e a intensidade da força é dada pela lei de Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

onde  $r$  é a separação,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$  é a constante de permissividade de um vácuo, e  $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ . A força eletrostática  $F$  é uma quantidade vetorial e tem as unidades newtons (N). Se as cargas estão colocadas num meio com propriedades eletrostáticas específicas, a força é dividida por um fator  $\kappa$  - a constante dielétrica.

Diz-se que existe um campo elétrico num ponto qualquer do espaço quando uma carga teste (com carga 1 C) colocada nesse ponto experimenta uma força elétrica. A intensidade do campo elétrico  $E$  num ponto é igual à força experimentada por uma carga teste.

Então, se uma carga  $q$  é colocada num ponto onde o campo elétrico é  $E$ , a carga experimenta uma força

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

O campo elétrico tem as unidades N/C. Se  $q$  for negativa,  $\mathbf{F}$  será no sentido oposto a  $\mathbf{E}$ .

O campo elétrico devido a uma carga pontual é

$$\mathbf{E} = k \frac{Q}{r^2}$$

*Exemplo:*

Suponha que tem iões de  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$  numa solução ( $\kappa = 80.4$ ). Determine a força elétrica no ião de  $\text{Na}^+$ .



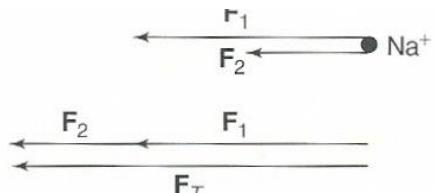
*Solução:*

A força do ião  $\text{Cl}^-$  no ião  $\text{Na}^+$  é

$$F_1 = 1.27 \times 10^{-12} \text{ N}$$

Também, a força do ião  $\text{Ca}^{2+}$  no ião  $\text{Na}^+$  é

$$F_2 = 6.37 \times 10^{-13} \text{ N}$$



A força resultante é

$$F_R = F_1 + F_2 = 1.27 \times 10^{-12} + 6.37 \times 10^{-13} = 1.91 \times 10^{-12} \text{ N}$$

dirigida para a esquerda.

## Potencial Elétrico

---

Trabalho é feito por uma força elétrica ao levar uma carga  $+q_0$  do ponto  $A$  até  $B$ . O trabalho é igual a energia potencial elétrica (EPE) no ponto  $A$  menos a energia potencial elétrica no ponto  $B$ :

$$W_{AB} = EPE_A - EPE_B$$

O potencial elétrico  $V$  é a energia potencial elétrica por unidade de carga  $V = EPE/q_0$ . A diferença de potencial elétrico entre dois pontos é

$$V_B - V_A = \frac{EPE_B - EPE_A}{q_0} = -\frac{W_{AB}}{q_0}$$

A diferença de potencial tem unidades volts ou joules/coulomb. Uma carga positiva acelera de uma região de potencial alta para uma região de potencial baixa

O potencial elétrico a uma distância  $r$  de uma carga pontual  $q$  é dada por

$$V = k \frac{q}{r}$$

Uma superfície equipotencial é uma superfície em que o potencial elétrico é constante e o campo elétrico é perpendicular à superfície e aponta na direção de potencial decrescente. O campo elétrico é dado por

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta d}$$

onde  $\Delta V$  é a diferença de potencial e  $\Delta d$  é o deslocamento perpendicular às superfícies equipotenciais.

*Exemplo:*

Duas cargas elétricas com  $5 \times 10^{-6}$  C cada uma estão separadas por 1 m de distância. Determine:

- a força elétrica entre as cargas;
- o campo elétrico no ponto médio entre as cargas; e
- o potencial elétrico nesse mesmo ponto.

*Solução:*

- Pela lei de Coulomb,  $F = 0.225$  N.
- A intensidade do campo elétrico produzido por cada carga elétrica no ponto médio entre elas é a mesma, porém, com sentidos opostos. Então  $E = 0$  N/C
- $V = 1.8 \times 10^5 V$

Um **condensador** é um dispositivo constituído por duas superfícies condutoras separadas por uma fina lâmina isolante ou por ar (o dielétrico). É usado para armazenar cargas elétricas ou energia elétrica.

A magnitude  $q$  da carga em cada placa é dada por  $q = CV$  onde  $V$  é a magnitude da diferença de potencial entre as placas e  $C$  é a capacidade. A unidade de capacidade é o farad (F).

A constante dielétrica  $\kappa = E_0/E$  onde  $E_0$  e  $E$  são as magnitudes dos campos elétricos entre as placas sem e com o material dielétrico respectivamente.

A capacidade de um condensador de placas paralelas é

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

onde  $A$  é a área de cada placa e  $d$  é a separação das placas.

A energia elétrica carregada num condensador é

$$E = \frac{1}{2} CV^2$$

Finalmente, a diferença de potencial através de um condensador de placas paralelas é

$$\Delta V = E_0 d$$

*Exemplo:*

Um condensador com 150 pF é constituído por duas placas paralelas com  $7 \text{ cm}^2$  cada uma. As placas estão separadas por uma lâmina plástica com espessura 0.2 mm. Qual é a permissividade elétrica do plástico?

*Solução:*

$$\epsilon = Cd/A = 150 \times 10^{-12} \cdot 2 \times 10^{-4} / 7 \times 10^{-4} = 4.3 \times 10^{-11} \text{ F/m} = 4.8 \epsilon_0$$

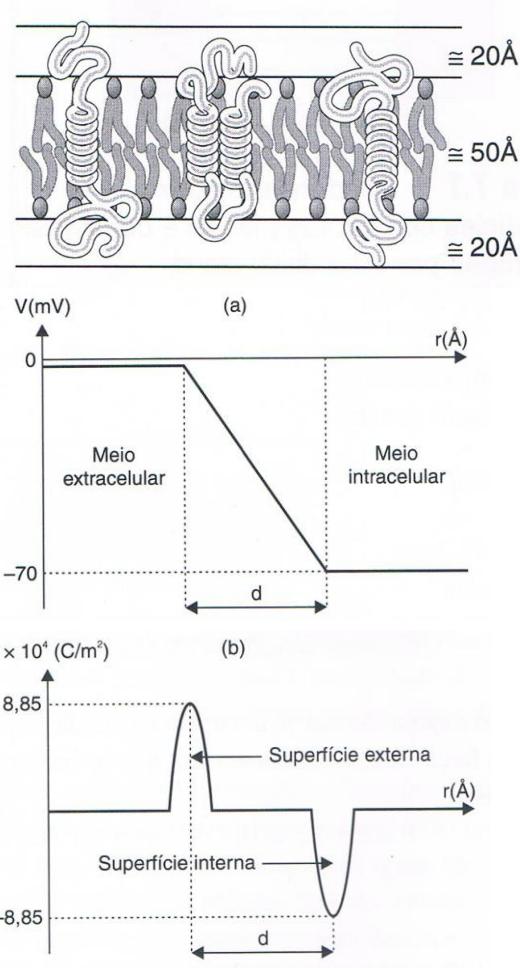
- a permissividade elétrica desse plástico é maior do que a do ar.

Uma membrana celular é uma estrutura complexa. Tem:

- moléculas de fosfolipídios (impedem a passagem de iões e água através da membrana)
- moléculas de proteínas (formam canais para permitir a difusão de pequenas iões).

Estas membranas atuam como condensadores com capacitância por unidade de área da ordem de  $1 \text{ mF/cm}^2$ . O potencial é importante para a manutenção dos gradientes de concentração dos iões.

A membrana celular é muito mais permeável (o meio intercelular é essencialmente cloreto de sódio) a iões de potássio do que iões de sódio que resulta num movimento dos iões de potássio através da membrana para o exterior que estabelece uma diferença de potencial através da membrana - o potencial de repouso da célula, com valores típicos entre -100 mV e -55 mV.



*Exemplo:*

Uma célula tem forma aproximadamente esférica, com volume de  $10^{-15} \text{ m}^3$ . A sua membrana tem 90 Å de espessura e uma capacitância de  $10^{-2} \text{ F/m}^2$ . Se o potencial de repouso da célula for -10 mV, determine

- a intensidade do campo elétrico no interior da membrana;
- a carga elétrica total na superfície da membrana
- o número de iões monovalentes na superfície da membrana; e
- a força elétrica experimentada por um ião bivalente ao atravessar a membrana.

*Solução:*

Se  $r$  for o raio da célula, então do seu volume  $V = (4/3)\pi r^3$  determinamos  $r = 0.62 \times 10^{-5} \text{ m}$  e a sua capacitância  $C = (10^{-2})(4,836 \times 10^{-10}) = 4.836 \times 10^{-12} \text{ F}$ . Sendo o potencial de repouso da célula  $V_0 = -10^{-2} \text{ V}$ , teremos

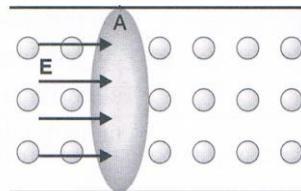
- $E = V_0 / d = (-10^{-2}) / (9 \times 10^{-9}) = 1,1 \times 10^6 \text{ V/m}$
- $Q = C \cdot V_0 = 4,84 \times 10^{-14} \text{ C}$
- $N = Q/e = 3,02 \times 10^5$
- $F = 2eE = 0,35 \times 10^{-12} \text{ N}$ .

## Algumas leis relacionadas com o fluxo elétrico

A lei de Ohm:

Vamos definir a corrente elétrica e relacioná-la com o movimento de partículas carregadas.

Para manter uma corrente dentro de um condutor é preciso manter uma força sobre as cargas moveis (livres) do condutor – esta força pode ser proveniente de um campo elétrico  $E$ .



A corrente através de uma área é definida como a carga resultante que flui através da área por unidade de tempo ou

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Unidades: coulomb por segundo ou ampere.

A resistência  $R$  de um fio ou outro objecto condutor é a medida da diferença de potencial  $V$  que deve ser estabelecida através do objeto para causar a passagem de uma corrente de 1 ampère através dele, ou

$$R = \frac{V}{I}$$

- a lei de Ohm.

Unidade de resistência: ohm (W).

Agora, a resistência de um fio é proporcional ao comprimento do fio, e inversamente proporcional à área da seção reta ou

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

onde  $\rho$  é a resistividade do material. Unidades: ohm metro.

*Exemplo:*

Na hipótese de o campo elétrico ser uniforme, determine o seu módulo num fio de cobre de diâmetro 1.63 mm percorrido por uma corrente de 1 A. (Resistividade  $1.7 \times 10^{-8}$  W m).

*Solução:*

Agora

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{1.7 \times 10^{-3} \times 1}{\pi (1.63 \times 10^{-3} / 2)} = 8.1 \times 10^{-3} \Omega$$

para 1 m de fio.

Pela lei de Ohm, a queda de voltagem em 1 m do fio é

$$V = IR = 1 \times 8.1 \times 10^{-3} = 8.1 \times 10^{-3} \text{ V}$$

e então o campo elétrico é

$$E = \frac{V}{L} = \frac{8.1 \times 10^{-3}}{1} = 8.1 \times 10^{-3} \text{ V/m}$$

Agora, a medida que flui corrente por um condutor, energia elétrica é dissipada no condutor dada por

$$P = \frac{Vq}{\Delta t}$$

num intervalo de tempo  $\Delta t$ . Como  $q/\Delta t = I$ , temos

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

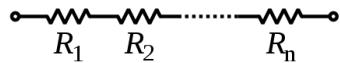
*Exemplo:*

Uma resistência de 12 W está percorrida por uma corrente de 3 A. Determine a potência dissipada nesta resistência.

*Solução:*

$$P = 108 \text{ W}$$

Finalmente, as resistências num circuito podem ser ligadas em série.



- a queda de potencial em  $R_1$  é  $IR_1$  e em  $R_2$  é  $IR_2$  ... etc.

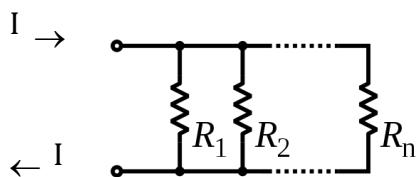
A queda de potencial em  $n$  resistências é a soma da queda de potencial nas resistências individuais, ou

$$V = IR_1 + IR_2 + \dots = I(R_1 + R_2 + \dots)$$

e em geral

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$

As resistências também podem ser em paralelo:

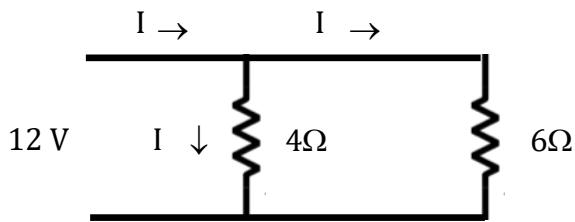


e neste caso

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

*Exemplo:*

Considere o circuito



Determine

- a resistência equivalente
- a corrente total
- a corrente em cada resistência
- a potência dissipada em cada resistência.

*Solução:*

- $R_{eq} = 2.4 \text{ W}$ ,
- $I = 5 \text{ A}$ ,
- $I_1 = 3 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$
- $P_1 = 36 \text{ W}$ ,  $P_2 = 24 \text{ W}$

*Exemplo*

Um *pacemaker* aplica 72 pulsos quadrados estimulantes por minuto ao coração. A duração do pulso é de  $\tau = 0.5\text{ ms}$  e a amplitude é de 5 V. Dois elétrodos transmitem os pulsos do gerador de pulsos para a parede do coração. A resistência do tecido cardíaco entre os eletrodos é de 600 ohms.

- (a) Qual é a potência de um pulso?
- (b) Qual é a energia de um pulso?
- (c) Qual é a potência média do *pacemaker*?
- (d) Durante quantos anos pode um *pacemaker* funcionar quando alimentado por uma fonte cuja energia total é de 15 kJ e com uma eficiência de 35%?

*Solução*

(a)  $P = V^2/R = 41.7\text{ mW}$

(b)  $E_1 = P\tau = 20.8\text{ }\mu\text{J}$

(c)  $\bar{P} = E_1/T = 25\text{ }\mu\text{J}$

- (d) A energia disponível da fonte é 35 % da energia total  $E$

$$E = 0.35E_T = 5.25\text{ kJ}$$

O *pacemaker* usa esta energia durante

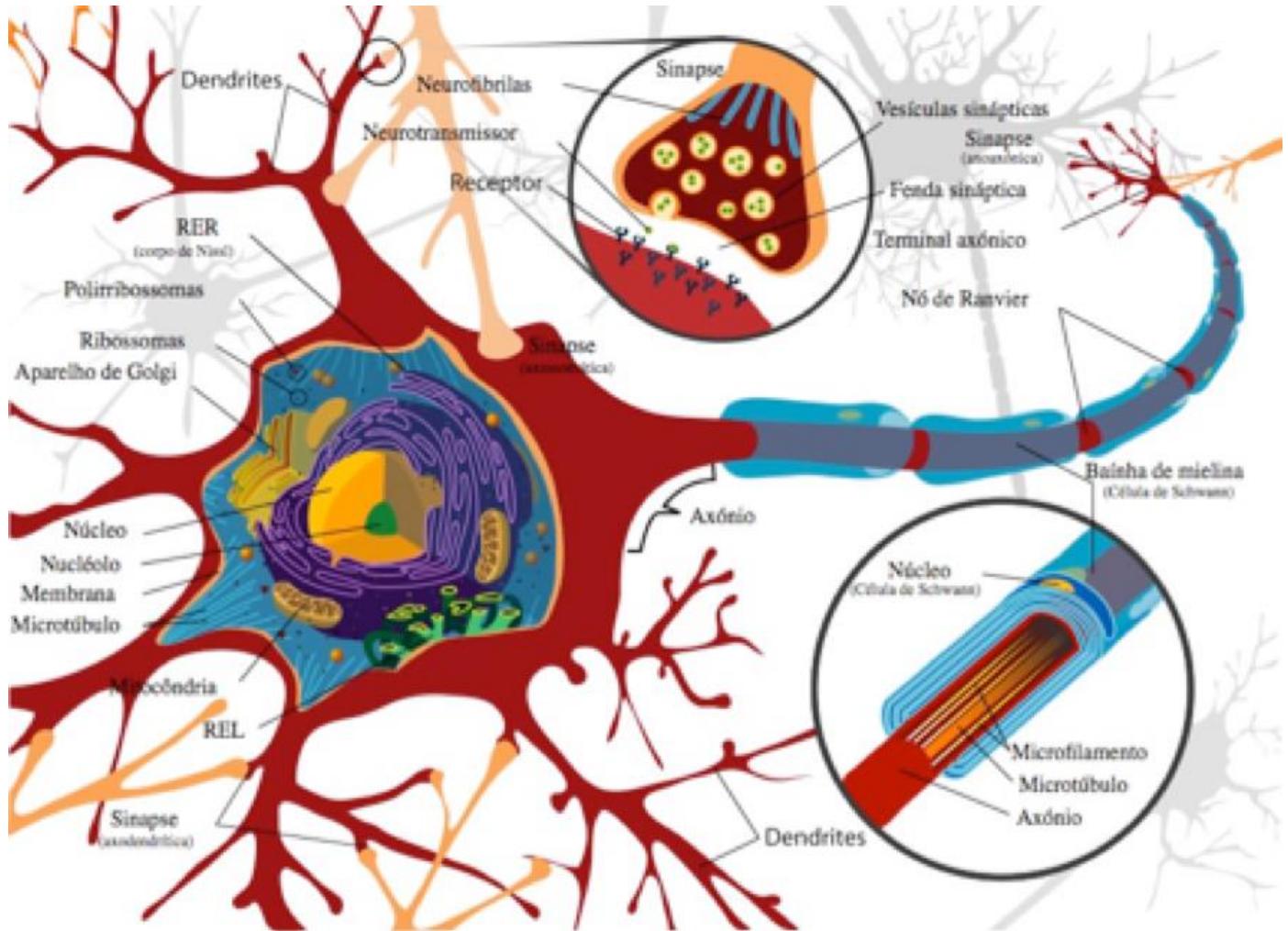
$$t = E/\bar{P} = 2.1 \times 10^8\text{ s} = 6.65\text{ anos}$$

## Condução nas células nervosas

Uma célula nervosa (neurónio) é o elemento básico do sistema nervoso e está especializada na transmissão de informações.

A constituição:

- Corpo celular: integra informação e gera novos impulsos
- Axónio (e bainha mielina): condução do impulso
- Dendrites: recebem impulsos de outros neurónios



Se os estímulos recebidos pelos dendrites, ou pelo corpo celular, estiverem num certo limiar de intensidade (ou acima deste limiar), provoca-se um impulso nervoso que se propaga ao longo do axônio com velocidade 1-100 m/s.

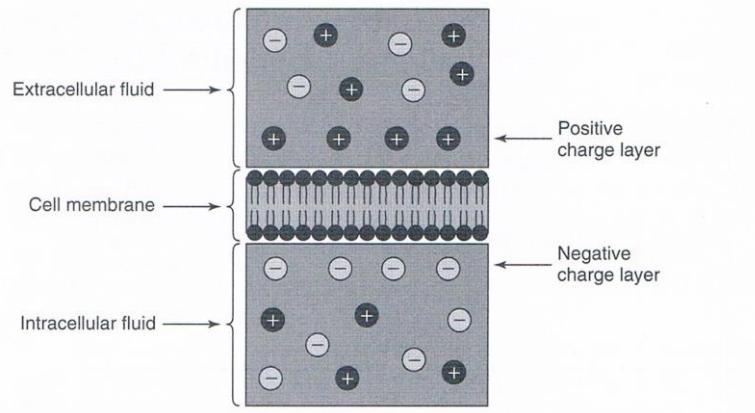
A pequena área da seção reta do axônio, e a elevada resistividade do axoplasmia, combinam-se para proporcionar uma resistência muito alta ao axônio:

Para um segmento de axônio de 1 cm de comprimento

$$R = 2.5 \times 10^8 \text{ W} \quad (\text{madeira} = 10^8 \text{ W})$$

- a célula tem meio aparentemente pouco favorável para a transmissão de impulsos nervosos.

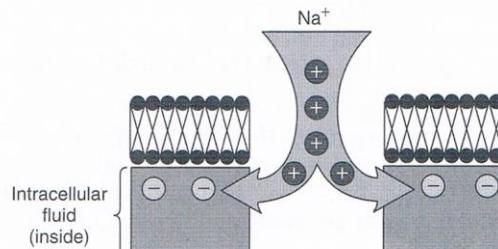
Quando não há influências externas sobre a célula, o potencial de uma membrana celular é denominado potencial de repouso:



mas o potencial pode ser perturbado seja por um estímulo físico, seja por um estímulo químico.

Se o estímulo for suficientemente intenso para provocar a despolarização do potencial de repouso -70 mV a -50 mV:

os canais da membrana – para  $\text{Na}^+$  - que dependem da voltagem, abram-se.



Os iões  $\text{Na}^+$  são impelidos pelo:

- gradiente de concentração
- gradiente do campo elétrico

Concentração (mmol / L)

<b>iões</b>	<b>No interior</b>	<b>No exterior</b>
$\text{Na}^+$	15	145
$\text{K}^+$	150	5
$\text{Cl}^-$	9	120
Outros	156	30

e fluem para o interior da célula – há uma corrente.

O influxo de iões  $\text{Na}^+$  provoca

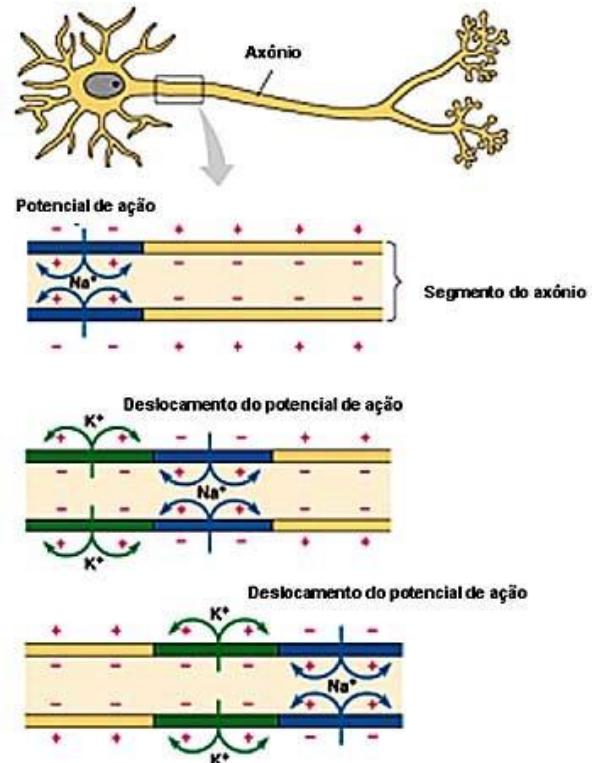
- uma inversão local da polaridade elétrica da membrana

e o potencial passa de  $-50 \text{ mV} \rightarrow +40 \text{ mV}$

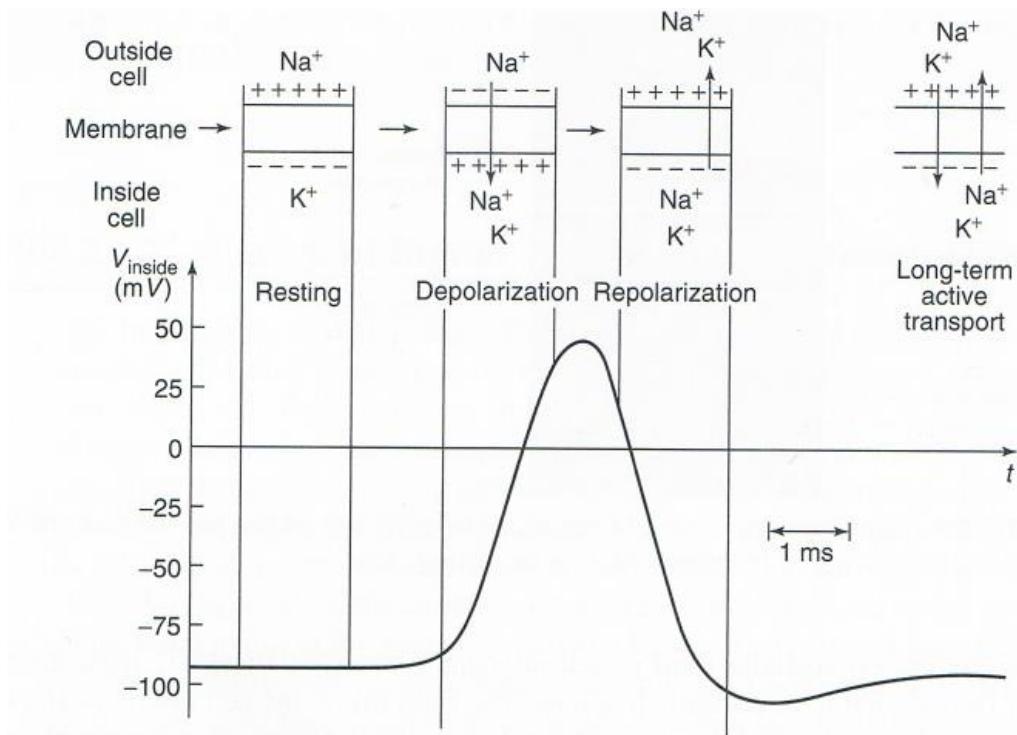
Quando o efeito do gradiente de concentração dos iões  $\text{Na}^+$  fica equilibrado, a despolarização fica completa e os canais de  $\text{Na}^+$  fecham-se.

Os canais de  $\text{K}^+$  respondem às variações da polaridade da membrana um pouco depois da abertura dos canais do  $\text{Na}^+$  e permitem que os iões  $\text{K}^+$  passem para o exterior enquanto os iões  $\text{Na}^+$  estão a escoar para o interior da célula.

- Há restabelecimento do potencial de repouso.



Este processo chama-se o potencial de ação.



Finalmente, a região da membrana recentemente despolarizada não pode receber novo estímulo (há um período refratário) que promove a unidirecionalidade da propagação do impulso nervoso e que limita a frequência de potenciais de ação ( $\sim 4 \text{ ms}$ ).

Os pulsos têm velocidades  $1 - 100 \text{ m/s}$ .

## A origem elétrica do batimento cardíaco

O batimento cardíaco humano é sincronizado e regulado por

impulsos elétricos

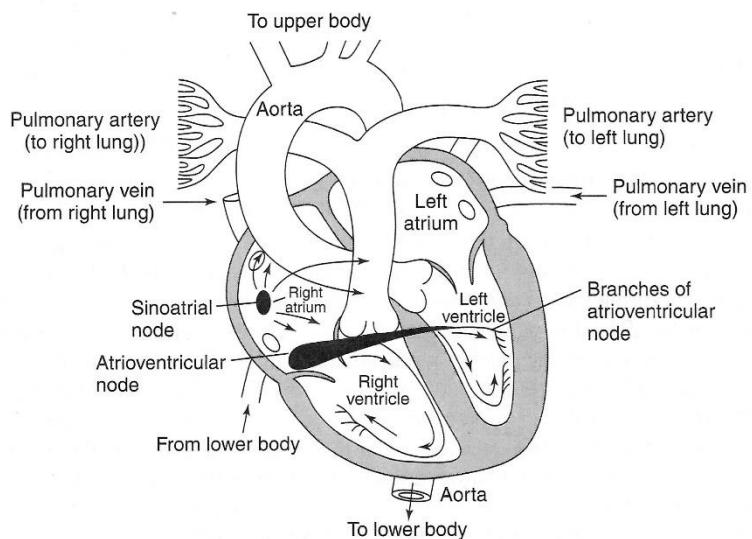
~76 impulsos por segundo.

Estes estímulos são gerados por células musculares únicas no átrio direito do coração que atuam como um *pacemaker*

- o nó sinoatrial.

Esse impulso elétrico é transferido pelos átrios para o nó atrioventricular na base do ventrículo direito.

Em seguida, é retransmitido para os ventrículos musculares por fibras condutoras especializadas chamadas fibras de Purkinje.



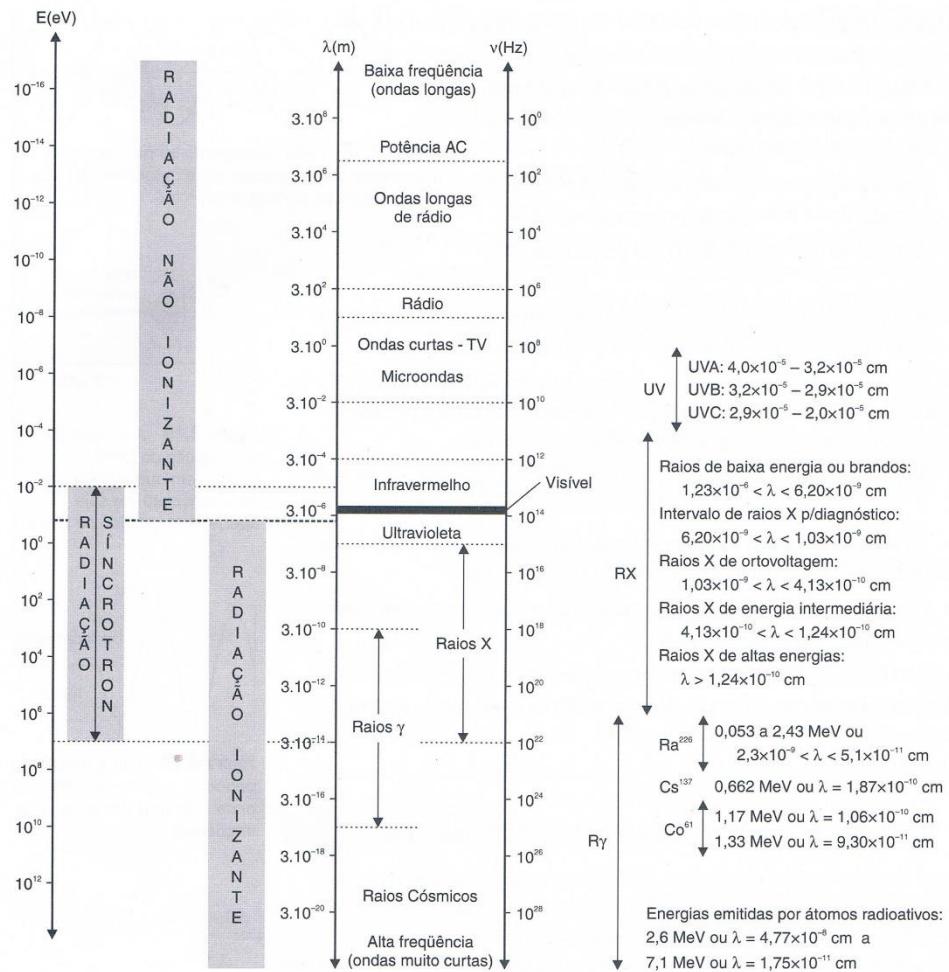
O coração bate como uma única massa, sob condições normais.

No estado de repouso, uma célula muscular mantém um potencial de repouso constante de 90 mV através de sua membrana celular. No entanto, sob a ação de um estímulo do sistema nervoso, a membrana celular torna-se local e transitoriamente permeável aos iões carregados positivamente do lado de fora que resulta na despolarização das células na forma de uma onda que se propaga a uma velocidade de 0.1 a 1 m/s. Após ~250 ms num estado despolarizado, uma célula muscular recupera e torna-se novamente polarizada. A passagem da onda despolarizante está associada à contração do músculo cardíaco, que é estimulado eletricamente por ela.

## 6. Luz e biofísica de visão

### Ondas eletromagnéticas

Uma onda eletromagnética é uma combinação de um campo elétrico e um campo magnético que se propagam simultaneamente através do espaço transportando energia.



A velocidade da luz (num vácuo) é

$$c_0 = 299\ 792\ 457\ \text{m/s}$$

e para quase todos os cálculos, o valor  $c_0 = 3 \times 10^8\ \text{m/s}$  para a velocidade da luz é suficientemente exato. Agora, se  $\lambda$  é o comprimento de onda e  $f$  é a sua freqüência, a velocidade de propagação é

$$c_0 = f\lambda$$

e num meio (por exemplo vidro) a velocidade de propagação é  $c = c_0/n$  onde  $n$  é o índice de refração.

Por exemplo, para vidro  $n = 1.5$  e  $c = 3 \times 10^8 / 1.5 = 2 \times 10^8\ \text{m/s}$ .

## Reflexão e refração da luz

Toda vez que a luz incide sobre uma superfície que separa dois meios óticos que são transparentes à luz, essa será refletida ou refratada.

Para reflexão,

$$\lambda_i = \lambda_r$$

e

ângulo de incidência = ângulo de reflexão (a lei de reflexão).

Para refração,

$$n\lambda_i = n'\lambda_t$$

e

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'$$

(a lei de refração ou a lei de Snell).

Propriedades:

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| 1. Se $n = n'$                | - um meio único  |
| 2. Se $n' \rightarrow \infty$ | - o meio é compacto – não há refração                        |
| 3. Se $n' > n$                | - $\sin \theta_t > \sin \theta_i$ , ou $\theta_t > \theta_i$ |
| 4. Se $n' < n$                | - $\sin \theta_i > \sin \theta_t$ , ou $\theta_i > \theta_t$ |

Quando a luz incidente é totalmente refletida pela superfície, há reflexão interna total.  
Se

$$n > n'$$

e

$$\theta_t = 90^\circ$$

o correspondente ângulo de incidência chama-se ângulo crítico, e

$$\theta_c = \sin^{-1}(n'/n)$$

*Exemplo:*

A luz, atravessando o ar, incide sobre uma superfície de água sob o ângulo de incidência de  $45^\circ$ . Se o índice de refração da água for 1.33, qual é o ângulo de refração?

*Solução:*

$$\theta_r = \sin^{-1} \left[ \frac{1}{1.33} \sin 45^\circ \right] = 32^\circ$$

*Exemplo:*

Um certo vidro tem o índice de refração 1.5. Qual é o ângulo crítico de reflexão total, quando a luz está no vidro e incide numa superfície vidro-ar?

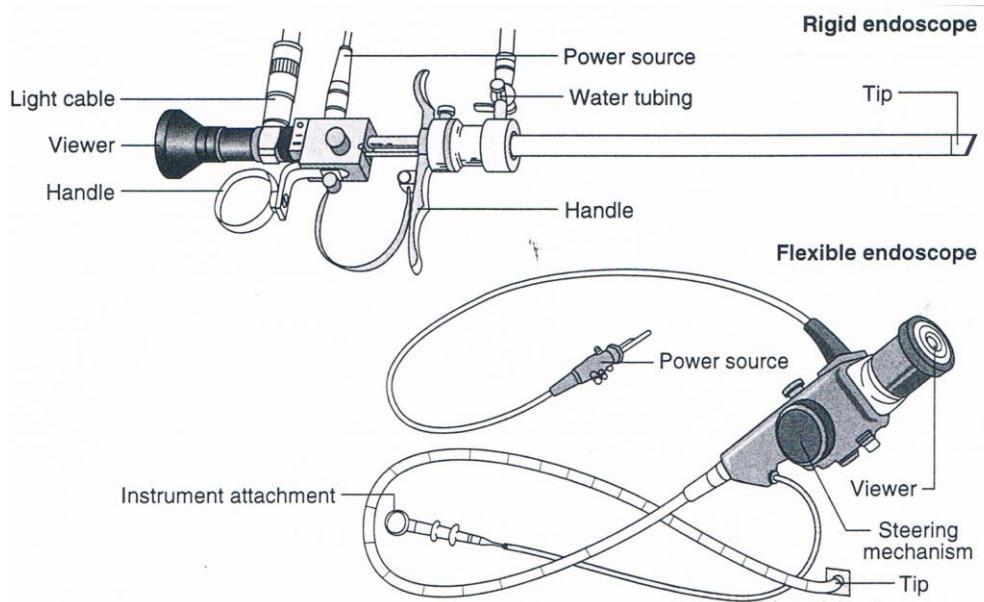
*Solução:*

$$\theta_c = \sin^{-1} \left( \frac{1}{1.5} \right) = 42^\circ$$

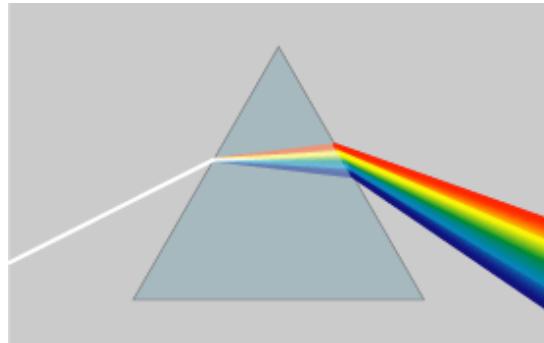
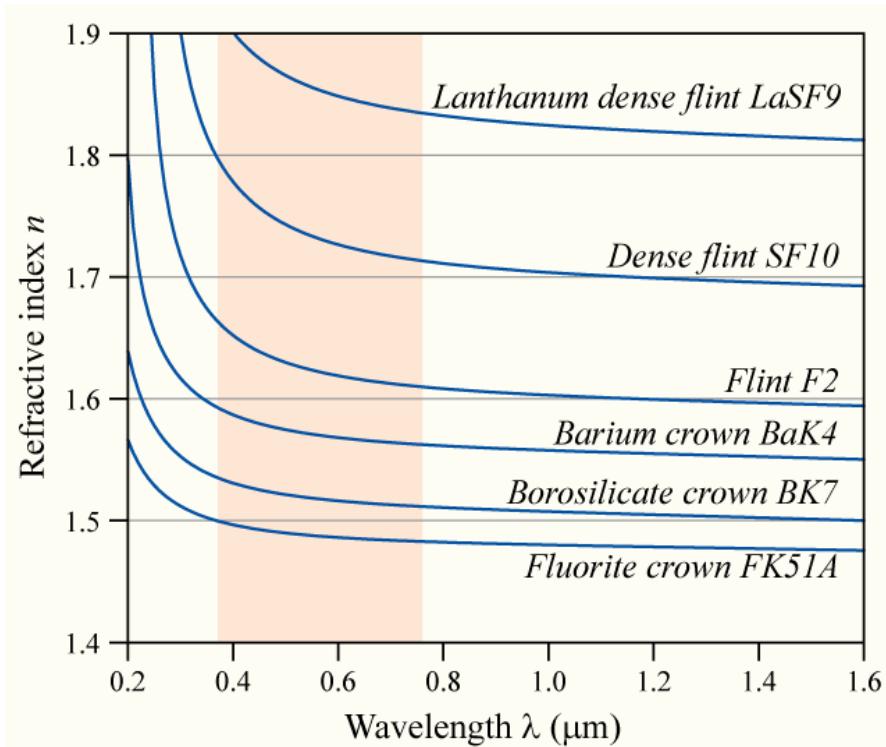
As fibras ópticas são fios longos e flexíveis de vidro ou plástico transparente, com diâmetros da ordem  $20 \mu\text{m}$ :



-são bastante utilizadas na medicina:



Finalmente, o índice de refração de um material tem uma pequena dependência do comprimento de onda.



Esta dependência chama-se dispersão. Para um feixe de luz incidente sobre um prisma de vidro, cada um dos comprimentos de onda que o constitui experimenta diferentes ângulos de desvio, dando como resultado um espectro colorido

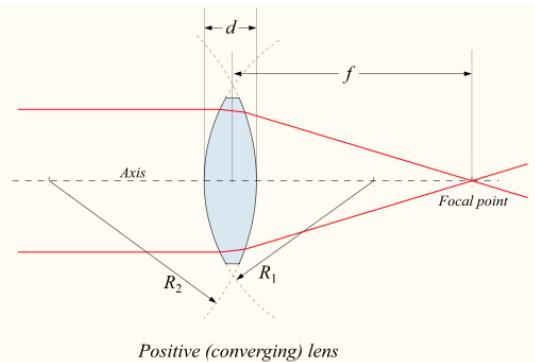
- o ângulo de refração dos comprimentos de onda mais curtos é ligeiramente maior que o ângulo de refração dos comprimentos de onda maiores.

## Lentes

Lentes são dispositivos ópticos feitos de materiais transparentes.

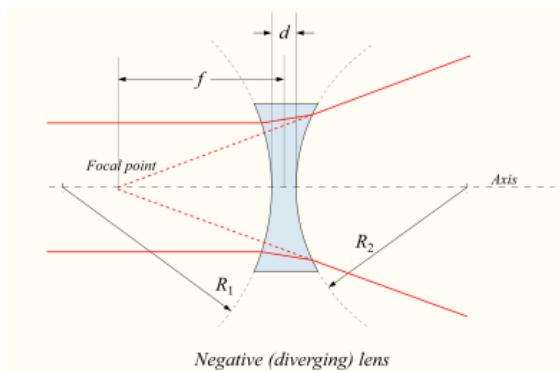
Há dois tipos:

(a) Lentes convergentes



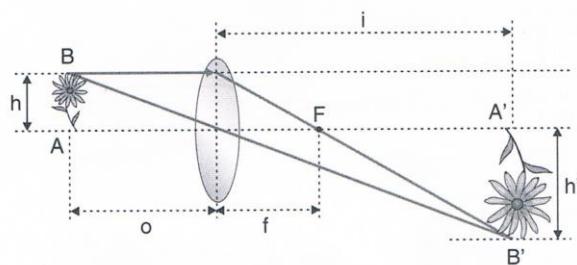
- a distância focal é positiva.

(b) Lentes divergentes



- a distância focal é negativa.

A distância focal  $f$  é a distância do foco principal ao centro da lente.



Agora, a relação entre o objecto e a imagem para lentes convergentes e divergentes é

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

-a equação das lentes delgadas.

A ampliação lateral da imagem, ou aumento linear transversal, é definida como

$$A = \frac{h'}{h} = -\frac{i}{o}$$

Agora, uma lente convergente pode ter duas superfícies com raio de curvatura diferentes, e

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- a equação dos fabricantes.

$n$  é o índice de refração do material da lente. Se a lente com índice de refração  $n_1$  é imersa num material com índice  $n_2$ , então na equação dos fabricantes é substituído por  $n_1/n_2$ .

Observações:

1. Quando  $o \rightarrow \infty$ ,  $i = f$
2. Quando  $o = \infty$ ,  $i \rightarrow \infty$
3.  $A$  é negativa por ser a imagem invertida em relação ao objecto
4.  $o$  é positiva quando  $h$  estiver no lado em que incide a luz (objecto real) e é negativa quando  $h$  estiver no lado oposto ao da incidência (objecto virtual)
5.  $i$  é positiva quando  $h'$  estiver no lado da lente oposto ao lado em que estiver a incidir a luz e é negativa se estiver no lado em que incidir a luz
6. o raio da curvatura é positivo se o centro de curvatura estiver à direita da superfície, mas é negativo se o centro de curvatura estiver no lado esquerdo da superfície.

*Exemplo:*

Um objecto encontra-se 4 cm à frente de uma lente de 6 cm de distância focal.

- (a) Localize a posição da imagem.
- (b) Que tipo de imagem é obtida?
- (c) Qual é o aumento da imagem?

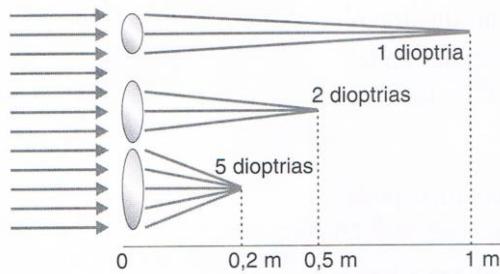
*Solução:*

- (a) 12 cm
- (b) Virtual
- (c) 3 cm

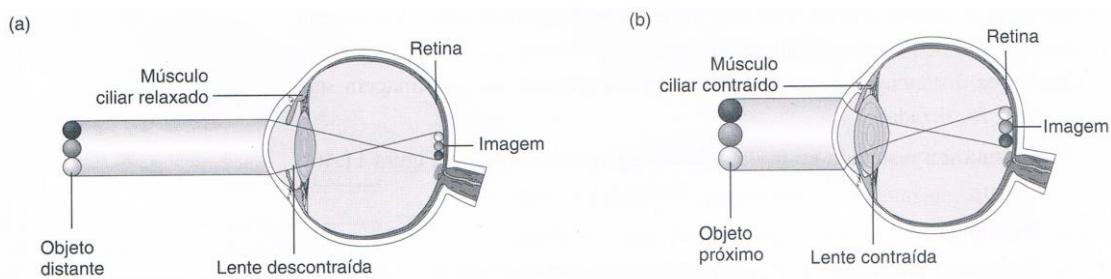
Convergência de uma lente é a capacidade que uma lente tem de desviar os raios luminosos por refração e é dada por

$$C = \frac{1}{f}$$

quando  $f$  é medido em metros, a convergência será medida em dioptrias (di).



No olho humano, forma do cristalino pode ser ligeiramente alterada pela ação do músculo ciliar – a convergência do olho é variável:



O ponto mais próximo do olho em que o cristalino consegue focar a luz na retina é o ponto próximo que depende da pessoa e da idade e é  $\sim 25$  cm.

Quando um objecto se encontra no ponto próximo,  $o = 25$  cm, para que sua imagem se forme na retina,  $i = 2$  m, então  $f = 1.85$  cm e  $C_0 = 54$  di .

Quando um objecto se encontra no ponto distante,  $o = \infty$  , para que a sua imagem se forme na retina,  $i = 2$  cm, a lente deverá ter  $f = 2$  cm e  $C_\infty = 50$  di .

*Exemplo:*

Uma pessoa vê objetos que se encontram a uma distância entre 25 cm a 400 cm dos seus olhos. Determine o poder de acomodação do olho. Considere que o olho tem uma distância entre a lente e a imagem que se forma na retina de  $i = 2$  cm.

*Solução:*

Com  $o = 400$  cm,

$$f_d = \frac{400 \times 2}{400 + 2} = 1.99 \text{ cm}$$

e

$$C_d = 50.25 \text{ di}$$

Com  $o = 25$  cm,

$$f_p = \frac{25 \times 2}{25 + 2} = 3.52 \text{ cm}$$

e

$$C_p = 54 \text{ di}$$

Assim, o poder de acomodação desse olho será

$$C_p - C_d = 3.75 \text{ di}$$

*Exemplo:*

Num olho normal, um objeto distante ( $o = \infty$ ) forma uma imagem nítida na retina ( $i = 2$  cm). Um certo olho apresenta o seguinte defeito: objetos a distância maiores do que 50 cm não têm imagem nítida na retina. Que potência deverá ter uma lente que, ao ser colocada na frente do olho, corrige esse defeito?

*Solução:*

A lente corretora deverá formar a imagem de objetos muito distantes ( $o = \infty$ ) a uma distância  $i = -50$  cm. Então

$$f = i = -50 \text{ cm} = -0.5 \text{ m}$$

Assim, a potência da lente corretora negativa é

$$C = 1/f = -2 \text{ di}$$

## Biofísica da visão

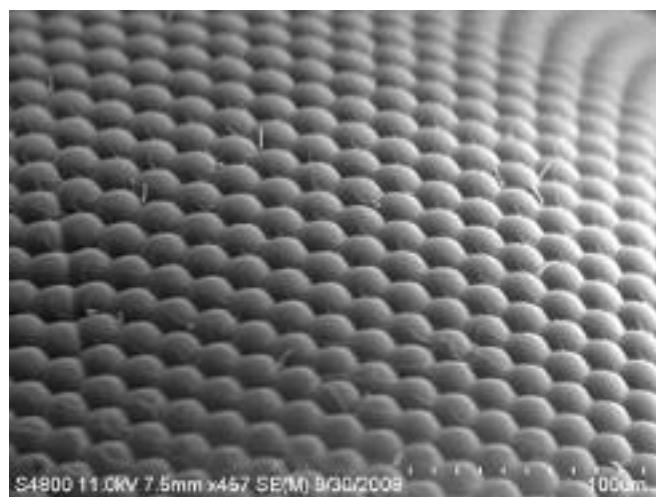
Há essencialmente dois tipos de olhos

Olhos compostos



O olho composto é constituído por um grande número de pequenas facetas receptoras da luz

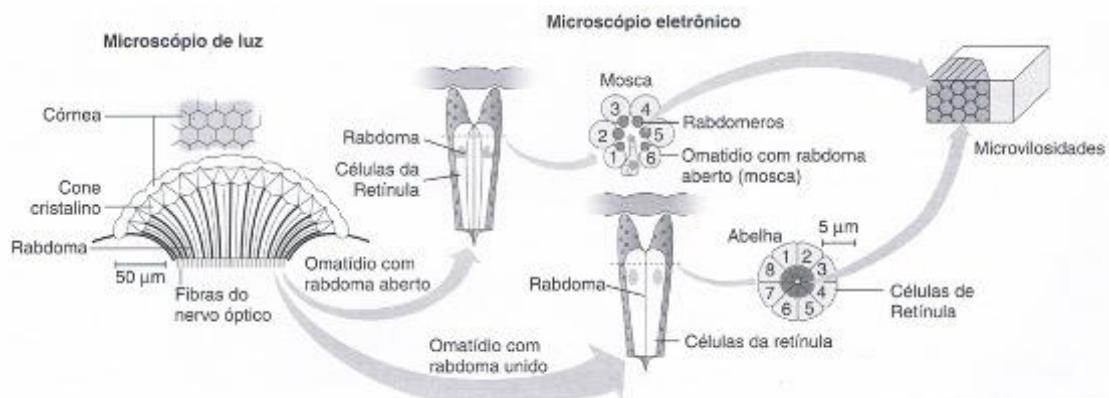
- os omatídos:



Na libélula,	- há	28000 omatídos
Na mutuca	- há	7000
Na mosca	- há	4000

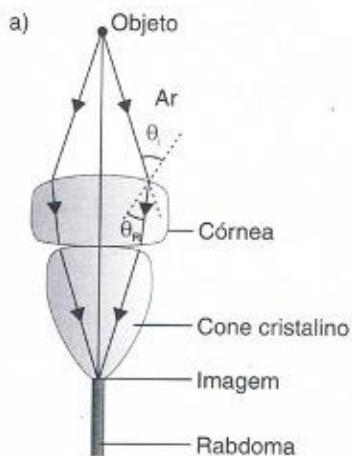
Os omatídos contêm foto-pigmentos que absorvem fotões de luz.

Têm vários componentes:

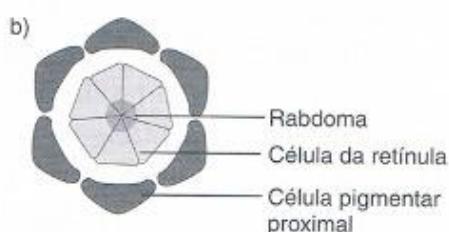


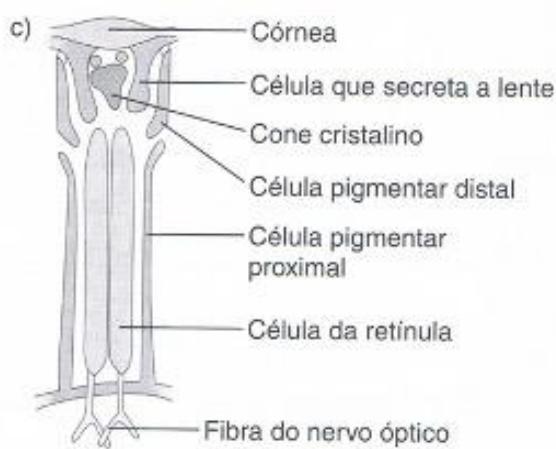
Processo:

Luz > córnea > cone cristalino > rabdoma :



O conjunto da córnea e cone cristalino é denominado dispositivo dióptrico. Neste conjunto, os raios tendem a convergir no extremo do rabdomo.





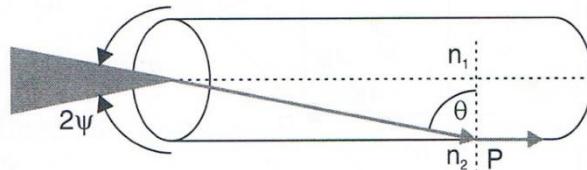
Normalmente, os rabdomas dos insectos medem 100 mm – 600 mm e têm

- índice de refração,  $n$  maior do que o do meio que o rodeia  $n_0$ . Para a mosca:

$$n = 1.365 \text{ e } n_0 = 1.339.$$

*Exemplo:*

O índice de refração do rabdomo de um omatídio de uma mosca é 1.349 do meio que o rodeia é 1.339. Qual é o ângulo do vértice do cone que contem os raios luminosos que, ao atingir o rabdomo, sofrem reflexões internas e não escapam dele à semelhança de uma fibra óptica?



*Solução:*

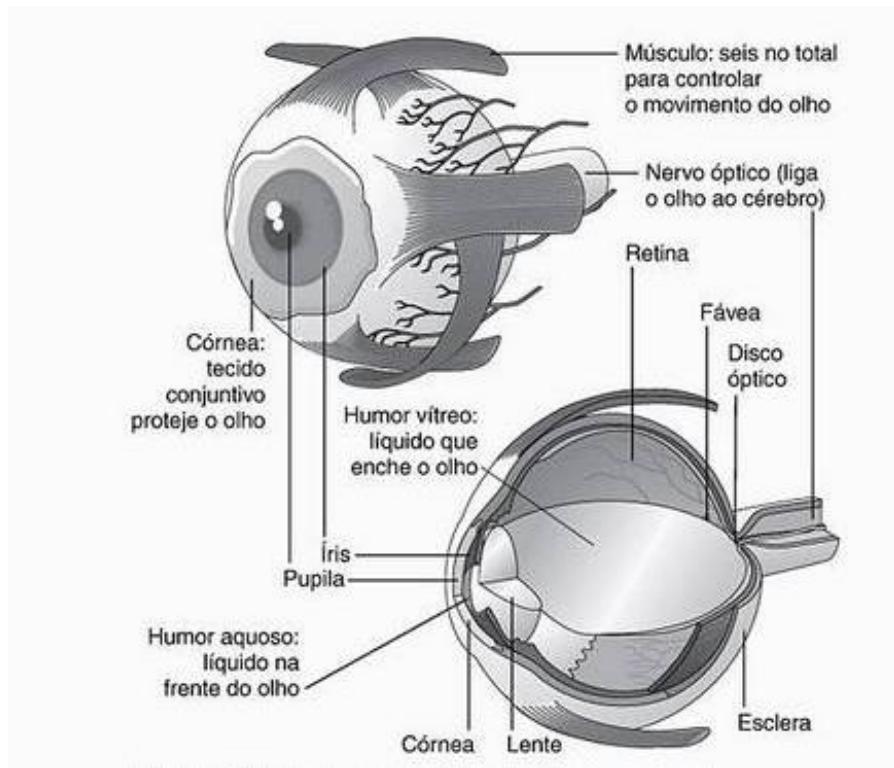
Para acontecer reflexão interna total no ponto P sobre a superfície do rabdomo, o ângulo de incidência deve satisfazer à lei de Snell e

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{1.339}{1.349} \right) = 83^\circ$$

Como  $\theta + \psi = 90^\circ$ ,  $\psi = 7^\circ$ . Dessa forma, todos os raios de luz que se encontram no cone de ângulo de  $14^\circ$  e que incidem no centro do extremo do rabdomo experimentarão reflexão interna total.

Olhos não compostos:

O olho é uma esfera com um diâmetro de ~25 mm ...

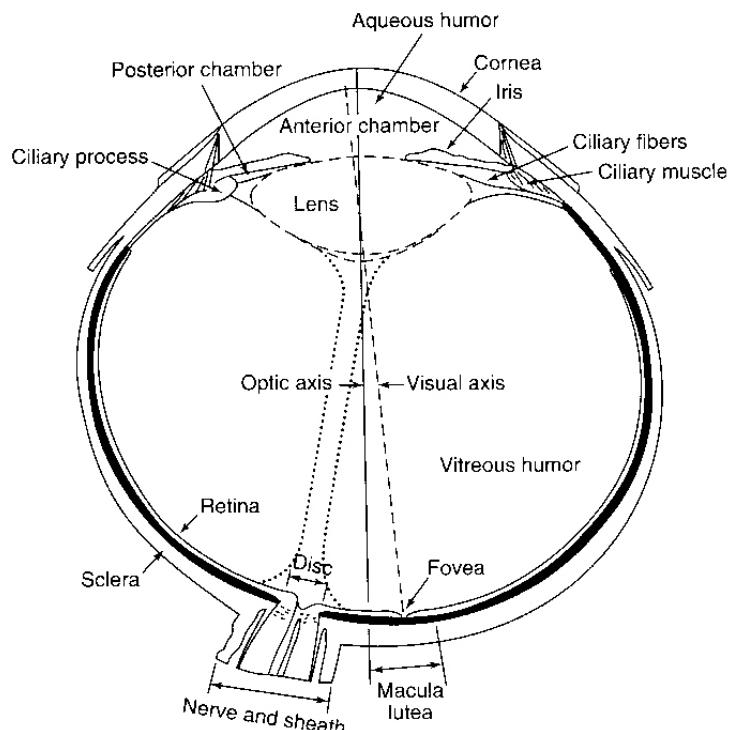


A luz atravessa o olho por uma abertura variável denominada pupila e é focalizada na retina pelo sistema córnea-cristalino. A pupila tem diâmetro que varia entre 2 e 7 mm.

A maior parte da refração ocorre na córnea, pois o cristalino tem índice de refração quase igual ao do meio em que está imerso.

A espessura e a forma do cristalino podem ser ligeiramente alteradas pela ação do músculo ciliar.

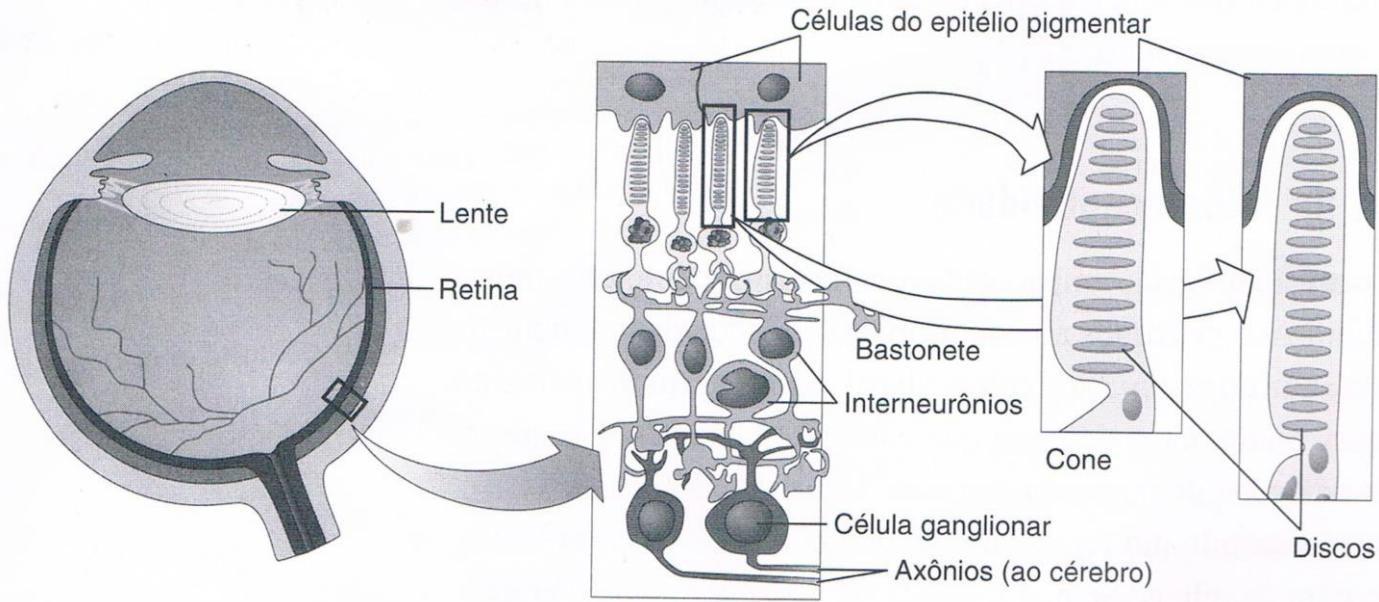
A retina recobre a superfície posterior do globo ocular e contém uma estrutura sensível, onde encontramos cerca de 125 milhões de receptores.



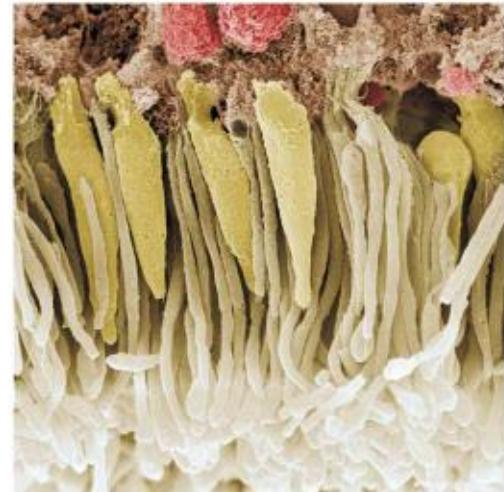
As células visuais dos vertebrados são de dois tipos:

- bastonetes
- cones

e encontram-se na retina do olho:



Os bastonetes estão localizados primordialmente na periferia da retina e são responsáveis pela visão com luminosidade reduzida. Estas células, entretanto, são "cegas" às cores e, portanto, vêm apenas as tonalidades de cinza. Os cones encontram-se principalmente no centro da retina e são responsáveis pela visão com boa luminosidade. Também possuem os pigmentos que são responsáveis pela visão das cores.

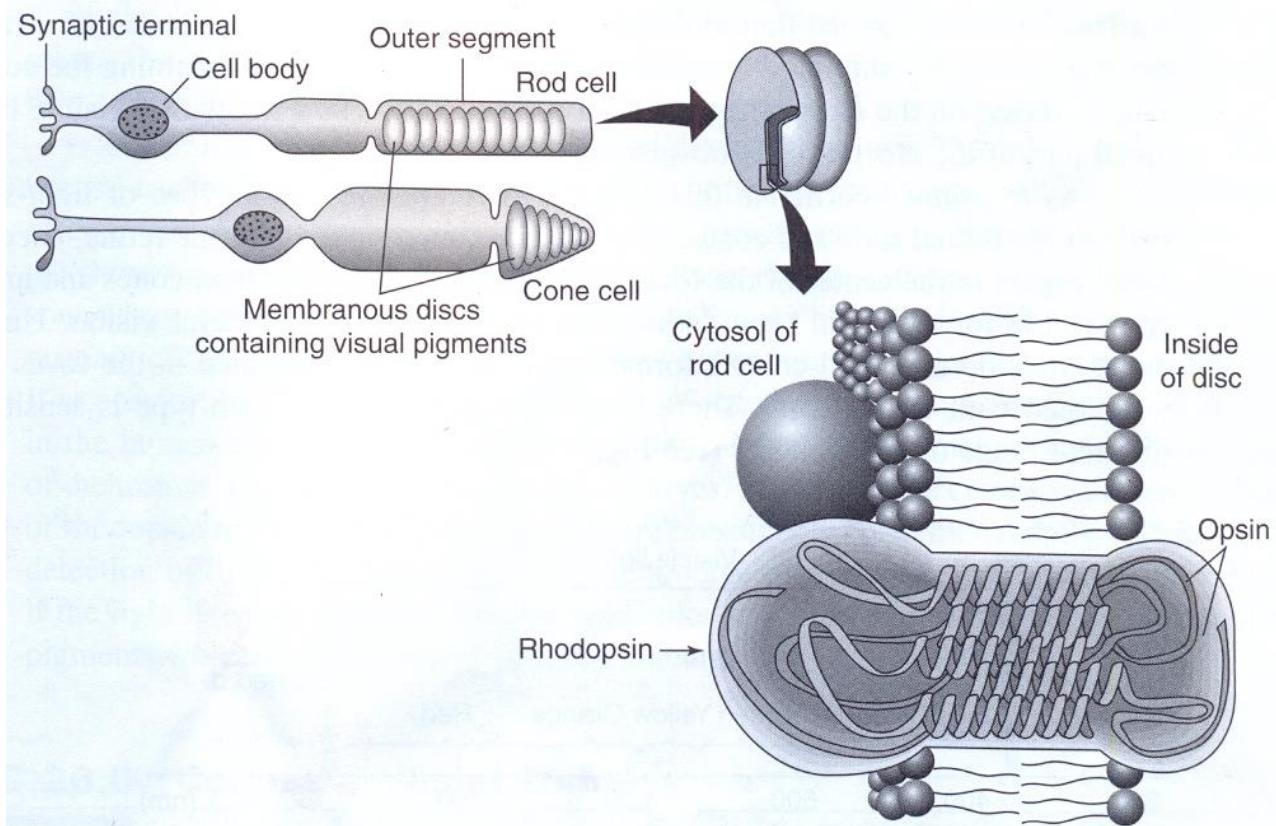


Alguns animais não possuem cones ou bastonetes. As retinas dos pombos contém apenas cones. Assim, apesar de conseguirem distinguir as cores, estas aves vêm apenas na luz brilhante do dia. As retinas das corujas, pelo contrário, possuem apenas bastonetes e as corujas vêm muito bem sob luminosidade reduzida mas são cegas às cores.

Vamos considerar as células bastonetes:

O segmento externo, de formato cilíndrico, contém  $\sim 1000$  discos densamente empilhados.

Na membrana destes discos, encontram-se a proteína denominada rodopsina.



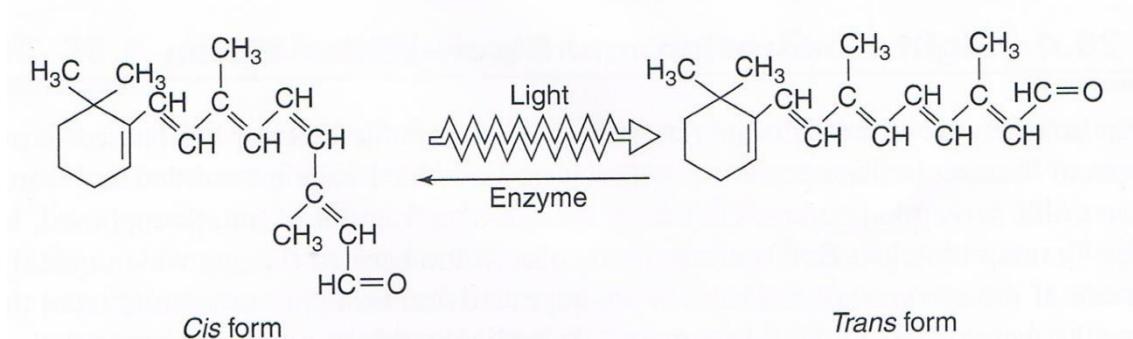
A distância entre os centros de dois discos adjacentes é  $\sim 30$  nm.

Para o râ:

diâmetro dos bastonetes:	7 - 8 $\mu$ m
comprimento:	80 $\mu$ m
segmento externo:	40 - 40 $\mu$ m

Devido ao empacotamento compacto dos discos, essas estruturas foto-receptoras apresentam um índice de refração maior do que o da sua vizinhança – atuam como guias de ondas luminosas.

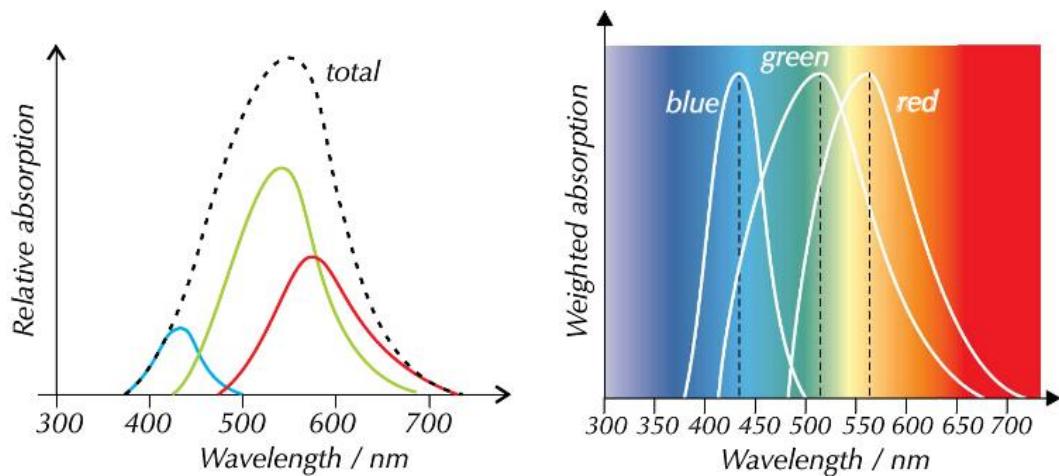
Quando a luz atinge as células pigmentares, é absorvida por um composto denominado rodopsina.



- tem a capacidade de absorver energia de radiações eletromagnéticas com cumprimentos de onda entre 300 nm a 650 nm.

Quando as células são excitadas por um fotão, inicia-se um processo molecular que origina uma variação do potencial da membrana celular. O sinal elétrico criado dessa forma é transportado pelas fibras nervosas ao cérebro.

Em geral, a visão dos humanos é tri-cromática porque possui três tipos de receptores, os quais reagem com maior sensibilidade às cores; azul, verde e vermelha.



## 7. Radiações ionizantes e seus aspectos biológicos

### Introdução

Todos os átomos consiste em três partículas elementares: o protão, o neutrão, o eletrão.

O átomo também tem

- um núcleo carregada positivamente com protões e neutrões
- eletrões em orbitas à volta do núcleo.

Os protões têm carga positiva, os neutrões são electricamente neutros, os eletrões têm carga negativa. Como os átomos são electricamente neutros, então

$$\text{número de eletrões} = \text{número de protões.}$$

Os neutrões são importantes para manter a estabilidade (os protões repelem-se).

Os elementos podem ter núcleos com números diferentes de neutrões: os isótopos (por exemplo, hidrogénio, deutério, trítio ...)

Na estrutura do átomo devemos considerar:

- Número de massa  $A$  é o número de protões e neutrões
- Número atómico  $Z$  é o número de protões
- Número de neutrões  $N$  é igual a  $A - Z$ .

Podemos representar o átomo como  ${}^A_Z X$  onde  $X$  é o elemento químico.

O modelo de Bohr consiste num núcleo central composto por neutrões e protões, envolvido por eletrões em órbitas estacionárias à volta do núcleo. De acordo com este modelo, um fotão é emitido somente quando um eletrão transita de uma órbita de maior energia para uma órbita de mais baixa energia. O modelo também assume que o momento angular orbital  $L_n$  do eletrão só pode ter valores  $L_n = nh/2\pi$  onde  $h$  é a constante de Planck e  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Com estes pressupostos, a órbita de um eletrão tem raio

$$r_n = (5.29 \times 10^{-11}) \frac{n^2}{Z}$$

com energia

$$E_n = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2}$$

A energia de ionização é a energia necessária para remover um eletrão completamente de um átomo.

O modelo de Bohr prevê que os comprimentos de onda do espectro de linha emitido por um átomo de hidrogênio são dadas por

$$1/\lambda = R_H Z^2 \left[ \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right]$$

Onde  $R_H$  é a constante de Rydberg,  $n_f$  é o número quântico principal do estado final e  $n_i$  é o número quântico principal do estado inicial.

No modelo quântico, o núcleo é semelhante ao modelo anterior mas, agora, os electrões encontram-se numa nuvem à volta do núcleo.

## Radioatividade e radiação

Radioatividade resulta da transformação de um átomo instável (ou seja rádio-isótopo) para um átomo estável, com a emissão de radiação. Assim há **decaimento nuclear**.

As emissões chamam-se radiações ionizantes e

radiações ionizantes são radiações com energia suficiente para remover electrões das suas órbitas provocando a ionização do átomo. Este efeito é a razão pela qual a radiação ionizante é perigoso para a saúde.

Há vários tipos de radiação:

Radiation	Symbol	Constituent	Relative Charge	Mass (u)
Alpha	$\alpha$	A helium nucleus — 2 protons & 2 neutrons	+2	4
Beta-minus (Beta)	$\beta^-$ or $\beta$	Electron	-1	(negligible)
Beta-plus	$\beta^+$	Positron	+1	(negligible)
Gamma	$\gamma$	Short-wavelength, high-frequency electromagnetic wave.	0	0

*Figure 1: Types of nuclear radiation.*

Aqui  $u = 1.661 \times 10^{-27}$  kg.

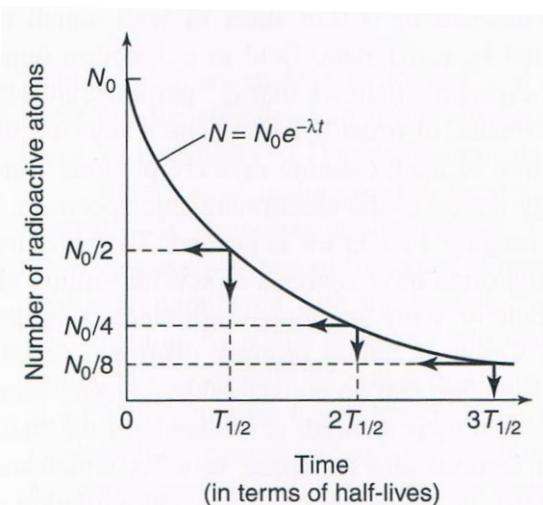
Em 1900, Rutherford descobriu que a taxa de emissão das partículas radioativas por uma substância não era constante no tempo, mas diminuía exponencialmente.

Vamos considerar uma amostra de uma substância radioativa com  $N_0$  átomos. O número de átomos ao fim do tempo  $t$  é dado por

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

onde  $\lambda$  é a constante de decaimento dada por

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}}$$



Aqui,  $T_{1/2}$  é o tempo de semi-vida do elemento radioativo e representa o tempo necessário para metade dos átomos radioactivos sofrerem decaimento.

**TABLE 30.1 Some Half-Lives  $\tau$  for Radioactive Decay**

Isotope		Half-life $\tau$	Decay mode
Polonium	$^{214}_{84}\text{Po}$	$1.64 \times 10^{-4}$ s	$\alpha, \gamma$
Krypton	$^{89}_{36}\text{Kr}$	3.16 min	$\beta^-, \gamma$
Radon	$^{222}_{86}\text{Rn}$	3.83 days	$\alpha, \gamma$
Strontium	$^{90}_{38}\text{Sr}$	28.5 yr.	$\beta^-$
Radium	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$1.6 \times 10^3$ yr.	$\alpha, \gamma$
Carbon	$^{14}_{6}\text{C}$	$5.73 \times 10^3$ yr.	$\beta^-$
Uranium	$^{238}_{92}\text{U}$	$4.47 \times 10^9$ yr.	$\alpha, \gamma$
Indium	$^{115}_{49}\text{In}$	$4.41 \times 10^{14}$ yr.	$\beta^-$

A atividade é o número de desintegrações por segundo:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$$

que tem as unidades Curie (Ci) onde

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

Exemplos:

Radioatividade natural no corpo humano:	10 nCi
Técnicas de scan médicas nucleares:	10 mCi – 10 mCi
Raios-g para radioterapia	1000 Ci

*Exemplo:*

Uma fonte radioativa tem semi-vida de 1 min. No instante  $t = 0$ , é colocada nas vizinhanças de um detetor e a taxa de contagem (o número de partículas de decaimento detectadas por unidade de tempo) é 2000 por segundo. Determine a taxa de contagem nos instantes 1, 2, 3 e 10 min.

*Solução:*

Uma vez que a semi-vida é 1 min, a taxa de contagem será

$$A = \begin{aligned} & 1000 \text{ partículas/s,} \\ & 500 \text{ partículas/s,} \\ & 250 \text{ partículas/s,} \end{aligned}$$

$$(1/2)^{10} (2000) = 1.95 \approx 2 \text{ partículas / s}$$

*Exemplo:*

Se no exemplo anterior, a eficiência de contagem for 20%, quanto núcleos radioativos estavam na amostra no instante  $t = 0$ ? E no instante  $t = 1$  min? Quantos núcleos se desintegram no primeiro minuto?

*Solução:*

A eficiência de contagem depende da distância entre a fonte radioativa e o detetor e da probabilidade de as partículas emitidas na desintegração entrarem no detector a fim de provocar um impulso de contagem.

Se a taxa de contagem, a  $t = 0$ , for 2000 partículas por segundo e se a eficiência for 20%, a taxa de desintegração será  $10000 \text{ s}^{-1}$ . O número de núcleos radioativos pode ser estimado por

$$A = \lambda N$$

onde

$$\lambda = \frac{0.693}{60} = 0.015$$

O número de núcleos, no instante  $t = 0$  é então

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{10000}{0.015} = 8.66 \times 10^5$$

No instante  $t = 1$  min, o número de núcleos será a metade do número em  $t = 0$  ou  $4.33 \times 10^5$ .

O número de núcleos que se desintegraram no primeiro minuto é então  $4.33 \times 10^5$ .

*Exemplo:*

Depois do acidente no reactor nuclear em Chernobyl, foi libertada uma grande quantidade do isótopo radioactivo  $^{131}\text{I}$ , que se depositou no solo e nas plantas. Assim, o leite das vacas que pastaram nos solos contaminados, continha uma grande quantidade de  $^{131}\text{I}$ , pelo que o leite só pode ser usado para a produção de queijo e não para consumo direto. Que tempo de armazenamento é necessário para que os níveis de  $^{131}\text{I}$  do queijo, decaiam para 5% do valor original? O tempo de semi-vida do é  $T = 8$  dias.

*Solução:*

O número de átomos radioativos é dado por

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}}$$

Aqui,  $t$  é o tempo para o número de átomos radioativos reduzir de  $N_0$  até  $0.05N_0$ . Assim

$$t = -\frac{\ln(0.05)}{\ln(2)} = \frac{8}{\ln(2)} = 34.6 \text{ dias}$$

*Exemplo:*

A atividade de uma amostra, num certo instante, foi medida como 115 desintegrações/min. Depois de 4 dias e 5 horas, a atividade medida foi 73.5 desintegrações/min.

- Calcular o tempo de semi-vida do material radioactivo.
- Qual é o tempo necessário (contado a partir do instante inicial) para que a atividade da amostra seja 10.0 desintegrações por minuto?

*Solução*

- A constante de decaimento é

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \left( \frac{A_0}{A} \right) = \frac{1}{363600} \ln \left( \frac{115}{73.5} \right) = 1.23 \times 10^{-6} \text{s}^{-1}$$

e o tempo de semi vida é  $T_{1/2} = 5.63 \times 10^5$  s

- Sabemos que

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{A_0}{A} \right)$$

então

$$t = \frac{1}{1.23 \times 10^{-6}} \ln \left( \frac{115}{10} \right) = 1.98 \times 10^6 \text{s}$$

## **Efeitos biológicos de radiações ionizantes**

---

Nos organismos biológicos, a radiação provoca danos nas células:

- São produzidos iões e/ou radicais que são altamente reativos e ao participar em reações químicas, podem interferir com o normal metabolismo da célula.

Há dois tipos de danos provocados pela radiação nos organismos biológicos:

1. Danos somáticos:

- Danos em qualquer parte do corpo excepto nas células reprodutivas.

Podem provocar:

- cancro a doses altas de radiação,
- efeitos tóxicos de radiação (náusea, fadiga, perda de cabelo, etc)
- morte.

2. Danos genéticos:

Danos nas células reprodutivas.

Podem provocar

- mutações nos genes das células com consequências graves na descendência.

O corpo tem a capacidade de remover substâncias estranhas por excreção num determinado intervalo de tempo, dependendo na natureza química do composto, e há um tempo de semi-vida biológica associado com este processo.

O tempo de semi-vida efetiva de um radio-isótopo num paciente é uma combinação dos tempos de semi-vida nuclear e biológica dado por

$$\frac{1}{T(\text{efetivo})} = \frac{1}{T(\text{nuclear})} + \frac{1}{T(\text{biológico})}$$

**TABLE 30.2 Nuclear, Biological, and Effective Half-Lives of Selected Isotopes (days)**

Isotope	T(nuclear)	T(biological)	T(effective)
<sup>3</sup> H	$4.5 \times 10^3$	12	12
<sup>14</sup> C	$2.1 \times 10^6$	40	40
<sup>22</sup> Na	850	11	11
<sup>32</sup> P	14.3	1155	14.1
<sup>35</sup> S	87.4	90	44.3
<sup>36</sup> Cl	$1.1 \times 10^8$	29	29
<sup>45</sup> Ca	165	$1.8 \times 10^4$	164
<sup>59</sup> Fe	45	600	42
<sup>60</sup> Co	$1.93 \times 10^3$	10	10
<sup>65</sup> Zn	244	933	193
<sup>86</sup> Rb	18.8	45	13
<sup>90</sup> Sr	$1.1 \times 10^4$	$1.8 \times 10^4$	$6.8 \times 10^3$
<sup>99m</sup> Tc	0.25	1	0.20
<sup>123</sup> I	0.54	138	0.54
<sup>131</sup> I	8.0	138	7.6
<sup>137</sup> Cs	$1.1 \times 10^4$	70	70
<sup>140</sup> Ba	12.8	65	10.7
<sup>198</sup> Au	2.7	280	2.7
<sup>210</sup> Po	138	60	42
<sup>226</sup> Ra	$5.8 \times 10^5$	$1.6 \times 10^4$	$1.5 \times 10^4$
<sup>235</sup> U	$2.6 \times 10^{11}$	15	15
<sup>239</sup> Pu	$8.8 \times 10^6$	$7.3 \times 10^4$	$7.2 \times 10^4$

*Exemplo:*

A um paciente é dada uma injeção de  $1.0 \times 10^{-12}$  g de <sup>99m</sup>Tc.

- Calcule o tempo de semi-vida efectiva deste rádio-isotopo.
- Calcule a atividade em curies.
- Que atividade é possível detectar no paciente, 3 dias depois da injeção?

*Solução:*

- O tempo de semi-vida efectiva

$$T_{eff} = \frac{T_{1/2} T_{bio}}{T_{1/2} + T_{bio}} = \frac{6.0 \times 24}{6.0 + 24} = 4.8 \text{ h}$$

- consistente com o valor de  $T_{eff}$  na tabela.

- A atividade é

$$A = \left( \frac{0.693}{T_{1/2}} \right) N = \frac{0.693}{6.02 \text{ h}} \left( \frac{6.022 \times 10^{23} \text{ núcleos/mol}}{99 \text{ g/mol}} \right) (1.0 \times 10^{-12} \text{ g}) (1 \text{ hr}/3600 \text{ s}) \\ = 1.94 \times 10^5 \text{ decaimentos/s ou } 5.2 \mu\text{Ci.}$$

- Um período de 3 dias é 72 horas ou 15 vezes o tempo de semi-vida efetiva. A atividade que fica no paciente depois de 3 dias é obtido por dividindo 5.2 mCi por 15 vezes, ou  $A = 1.6 \times 10^{-10} \text{ Ci}$ .

Vamos agora quantificar o efeito da radiação no tecido vivo.

A *dose absorvida*,  $D$ , é a energia absorvida,  $E$ , por unidade de massa,  $m$ , de matéria

$$D = \frac{E}{m}$$

A dose absorvida é um parâmetro importante uma vez que as alterações que ocorrem a nível biológico são dependentes da energia que é transmitida para o tecido quando irradiado.

Unidades: J / kg (ou Gy - Gray)

ou

rad (*radiation absorbed dose*) onde 1 rad = 0.01 Gy.

A *exposição*  $X$ , é utilizada para radiação X ou  $\gamma$  (com energia  $> 3$  MeV) e é

a carga total  $Q$  produzida devido a fenomenos de ionização numa unidade de massa de ar,  $m$ , seco à temperatura de 0 °C e à pressão de 1 atm e

$$X = \frac{Q}{m}$$

Unidades: C / kg ou R (Roentgen).

Há uma relação simples entre  $D$  e  $X$ :

$$D = fX$$

onde  $f$  é um factor de conversão que depende:

- do material que absorve a radiação ou seja do seu número atómico;
- da energia do fotão incidente;
- do efeito de interação das radiações ionizantes predominante com os átomos do tecido.

Finalmente, os danos biológicos da radiação não só da energia da radiação transferida para o meio mas também da *distribuição* dessa energia libertada.

- temos de introduzir o *fator de qualidade*  $Q$ , e

$$H = QD$$

Unidades: J / kg (ou Sievert, Sv)

rem (1 rem = 0.01 Sv).

Os fatores de qualidade são dados para os diversos tipos de radiação e dependem da forma como a mesma interata com a matéria.

Para raios-X,  $\gamma$  e  $\beta$  (de energia muito elevada)  $Q = 1$ , neutrões  $Q = 10$ , partículas  $\alpha$ ,  $Q = 20$ .

**TABLE 31.2 Immediate Effects of Radiation on Adults**

Dose (rem)	Whole body, single exposure
0–100	No observable effect
10–100	Slight decreases in white blood cell counts
35–50	Temporary sterility; 35 for women, 50 for men
100–200	Significant reduction in blood cell counts, brief nausea, and vomiting; rarely, if ever, fatal
200–500	Nausea, vomiting, hair loss, severe blood damage, hemorrhage
450	Lethal to 50% ( $LD_{50}$ ), within 30 days if untreated
500–2000	Worst effects due to malfunctions of small intestine and blood systems; survival possible, if treated
>2000	Fatal within hours from collapse of central nervous system and gastrointestinal system

Embora a radiação ionizante possa ser prejudicial às células do corpo humano, pode ser usada em alguns casos para fins médicos.

**Marcadores radioativos** são usados para revelar a estrutura e a função de tecidos ou órgãos. Consistem geralmente num isótopo radioativo emissor de radiação gamma ligado a uma substância que usada pelo corpo (por exemplo, a glucose ou a água).

O isótopo é injetado no paciente (ou tomado oralmente) e desloca-se ao longo do corpo até a região alvo. A radiação emitida é registada por uma câmara de radiação gamma dando origem a uma imagem do interior do paciente.

Medical tracer	Where in the body it is used	Physical half-life	Radiation emitted	Energy of gamma radiation emitted
Technetium-99m	Range of organs	6 hours	Gamma	140 keV
Iodine-131	Thyroid	8 days	Beta and gamma	360 keV
Indium-111	Antibodies and blood cells	2.8 days	Gamma	170 or 250 keV

O Tecnécio-99m tem uma semi-vida nuclear muito curta para ser transportado. Por esta razão os hospitais recebem geradores de Molibdénio-Tecnécio.

O Molibdénio tem uma semi-vida de 66 horas e decaiu para o Tecnécio.

No gerador o Molibdénio encontra-se combinado com óxido de alumínio. O Tecnécio que vai sendo gerado não se combina com este óxido pelo que pode ser removido do gerador por lavagem com uma solução salina. Esta solução salina que contém Tecnécio é injetada no paciente.



## **BIOFÍSICA**

Mestrado Integrado - Medicina Veterinária

## **AULAS PRÁTICAS**

**David Berry**  
*Departamento de Física – Universidade de Évora*

**2020**

---

## Conteúdos

---

### **Introdução**

- O caderno de laboratório
- O relatório
- Regras a seguir na medição elétricas
- Experiência: Medições, algarismas significativas e erros

### **1 Mecânica e biomecânica**

- 1.1 Problemas
- 1.2 Experiência: Estudo do movimento retilíneo

### **2 Densidade, elasticidade e a mecânica dos fluídos**

- 2.1 Problemas
- 2.2 Experiência: Medição da pressão sanguínea

### **3 Calor, temperatura e termodinâmica**

- 3.1 Problemas
- 3.2 Experiência: Capacidade térmica mássica

### **4 O som e a bioacústica**

- 4.1 Problemas
- 4.2 Experiência: Propagação de ondas num fio

### **5 Eletricidade, o impulso elétrico e o fluxo nervoso**

- 5.1 Problemas
- 5.2 Experiência: Carga de descargo de um condensador

### **6 Luz e a biofísica de visão**

- 6.1 Problemas
- 6.2 Experiência: Refração da luz

### **7 Radiações ionizantes e seus aspetos biológicos**

- 7.1 Problemas
- 7.2 Experiência: O efeito fotoelétrico

## Introdução

A componente laboratorial envolve a realização de problemas e a execução de trabalhos práticos laboratoriais. As experiências a executar em grupo devem ser realizadas metódica e sistematicamente, como todo o trabalho científico e usando um caderno de laboratório. No final de cada experiência deverá ser realizado um relatório completo. A nota da componente prática irá depender da avaliação dos vários relatórios, do caderno de laboratório e do desempenho na aula.

Seguidamente são dadas algumas orientações de como se pode elaborar o caderno de laboratório e escrever os relatórios.

### O caderno de laboratório

É necessário ter um caderno de laboratório durante as experiências para registar os resultados obtidos. A capa deve conter o nome e o número de identificação do aluno. No início de cada trabalho deve ser registado no caderno o título da experiência a realizar bem como toda a informação necessária auxiliar.

Algumas grandes descobertas têm sido adiadas por causa de maus registos. O astrónomo Le Monnier observou o planeta Urânia em várias ocasiões, mas decidiu que era uma estrela fixa. Isto foi, em parte, devido ao facto de escrever as suas medidas em pedaços de papel, incluindo partes dum saco de papel. Tinha feito, de facto, nove observações entre 1768 e 1771. Se as tivesse comparado te-lo-ia reconhecido como um objeto não estelar. Urânia foi, de facto, descoberto por William Herschel em 13 de Março 1781. Ele disse sempre que a sua descoberta não foi um acidente, mas o resultado de uma notação sistemática dos resultados - "naquela noite foi a sua vez ser descoberta", disse ele.

Os dados devem ser registados no caderno de laboratório ao tempo da sua observação. Nem memória nem pedaços de papel devem ser usados - copiar duma folha para uma outra normalmente introduz erros. O experimentalista deve ter presente o seu caderno de laboratório quando está em acção! Quando está, de facto, em acção, deve considerar os seguintes pontos:

1. Todas as experiências devem possuir um título e a indicação da data da sua realização.
2. Os registos devem ser feitos a tinta.
3. Os gráficos devem ser claros com destaque para os pontos seguintes:
  - (a) Os eixos devem ser marcados com as quantidades físicas e respectivas unidades antes de representarem os pontos experimentais;
  - (b) As escalas devem ser sensatamente escolhidas;
  - (c) Cada gráfico deve possuir um título.
4. Todas as tabelas devem ter as colunas rotuladas e devem ser desenhadas mais colunas do que as que se julga serem necessárias. Todas as colunas devem ser marcadas com a grandeza física respectiva. Os dados devem ser registados com de acordo com a resolução dos aparelhos de medida e com as regras dos algarismos significativos.
5. No caderno deve ficar registada toda a informação necessária à compreensão do que realmente aconteceu de modo a esta poder ser refeita alguns anos depois.
6. Utilizar desenhos e diagramas em todas as fases da experiência. Muita observação é visual e é importante registar o que é observado.
7. Os dados devem ser registados na forma primária.

8. Os gráficos devem ser colados ou agrafados no caderno.
9. As questões que constam no final de cada trabalho devem ser respondidas no caderno de laboratório e previamente à realização de cada trabalho.

## O relatório

A escrita dum relatório completo sobre a experiência realizada é uma parte importante da aprendizagem do estudante sobre a construção do conhecimento científico. Quando faz estes relatórios eles devem obedecer ao esquema seguinte:

1. **Título:** Nome do autor
2. **Sumário:** Muito breve - 5 linhas. Não deve conter informação de importância secundário.
3. **Introdução:** Inclusão de objectivos e breve resumo histórico.
4. **Teoria:** Sumário dos passos principais. Máximo de duas páginas.
5. **Método experimental:** Boas figuras com legendas.
6. **Resultados:** Inclui os passos principais dos cálculos bem como os resultados expressos em unidades S.I.
7. **Discussão:** Avaliam-se os erros e discutem-se as dificuldades encontradas durante a experiência.
8. **Conclusões:** Discuta os resultados da experiência em relação com os objetivos.
9. **Referências:** Devem conter um número, em frente do qual se escreve: "título do livro, autor, editor e data". Esse número deve aparecer no corpo do relatório sempre que forem usados resultados dessa referência.

Na escrita do relatório, considerem-se os seguintes pontos:

1. Todos os diagramas devem ser esquemáticos e não desenhados em perspetiva. Devem ser bem rotulados com um número e conter uma legenda, sendo referidos no texto como "Figura".
2. Todas as tabelas devem ser bem rotuladas com um número e conter uma legenda, sendo referidas no texto como "Tabela".
3. Dar um número às equações importantes e usar estes números quando se referenciam as equações no texto.
4. O relatório deve conter referências a outros trabalhos.
5. Preste atenção ao estilo de escrita e evite escrever na forma de notas.
6. Não use sarcasmo e humor!
7. Releia sempre o relatório antes de o entregar. Preste atenção aos números das figuras, tabelas etc.

## Regras a seguir na medição elétricas

1. Desenhar um esquema.
2. Manter os circuitos fechados o menor tempo possível durante as medições (evita a variação da resistividade com o tempo devido ao aquecimento, e, no caso das pilhas, que se dê a polarização dos elétrodos).
3. Nunca ultrapassar o limite da intensidade de corrente suportada pelo aparelho.
4. Os aparelhos de medida polarizados, (existência de um polo positivo e negativo definidos) devem ser colocados no circuito de forma que a corrente os percorra no sentido neles indicado.

5. Ligar, somente, o interruptor de um aparelho de medida, após a ligação do circuito, e desligar o primeiro antes de desligar o segundo. Este procedimento deve-se ao possível surgimento de extra correntes, produzidas por bobinas e condensadores.

**1.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se efectuar várias medições de grandezas físicas utilizando os instrumentos de medida adequados e calcular os respectivos erros associados.

**1.2. Teoria:** A compreensão dos fenómenos físicos envolve muitas vezes o conhecimento quantitativo de grandezas físicas. Por isso há necessidade de efectuar medições, quer por um meio directo quer por um meio indirecto. Para tal, estabelecem-se padrões para cada grandeza física, a partir dos quais qualquer quantidade dessa grandeza, tenha ela que dimensão tiver, possa ser expressa em termos desse padrão. Para que existam padrões comuns de grandezas físicas fundamentais foram criados sistemas de unidades, entre os quais se destaca o Sistema Internacional de unidades (SI), por ser o mais conhecido e o mais utilizado. Por exemplo, para o comprimento a unidade SI é o metro (m).

Quando se faz a medição directa de qualquer grandeza, a medida que se obtém vem afectada de erros, que podem ser sistemáticos (devido a imperfeições do aparelho de medida) e/ou acidentais (devido a circunstâncias impossíveis de controlar). A teoria dos erros mostra que existe uma grande probabilidade (cerca de 68%) dos erros cometidos nas medições efectuadas da mesma grandeza se distribuírem no intervalo  $\Delta x$  em torno de um valor  $X$ , tido como valor exacto. Ao intervalo  $\Delta x$  chama-se limite superior do erro e é obtido pela equação do erro quadrático médio

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)}} \quad (1.1)$$

em que  $d_i = |\bar{x} - x_i|$ , sendo  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$  (média aritmética) e  $n$  o número de medições efectuadas. Este tratamento só faz sentido para  $n \geq 10$ .

O valor da medição efectuada deve representar-se da seguinte forma:

$$\text{Valor mais provável} \pm \text{limite superior do erro}$$

$$\bar{x} \pm \Delta x$$

Nas medições indirectas (medições que são feitas através da aplicação de equações matemáticas), em que pretenda medir indirectamente uma grandeza  $Y$ , que é função das grandezas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , obtidas por medição directa, isto é  $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , o limite superior do erro associado a  $Y$ , ( $\Delta Y$ ), é calculado da seguinte forma:

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| |\Delta x_n| \quad (1.2)$$

estas derivadas parciais são calculadas nos pontos  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$ .

Para medir comprimentos, diâmetros de fios, diâmetros internos e externos de tubos e profundidades usa-se a craveira. Na sua base de construção está uma régua e um nónio móvel cujas divisões encostam às da régua.

O nónio é uma pequena régua que se destina a avaliar, com determinar com determinada precisão, fracções da menor divisão de outra régua sobre a qual pode deslizar. O nónio é construído de tal maneira que  $n$  divisões do nónio correspondem a  $n-1$  divisões na régua. Chama-se natureza de um nónio ( $N$ ) ao menor comprimento que se pode medir exactamente com esse nónio e é dada pela expressão:

$$N = D/n \quad (1.3)$$

em que  $D$  é a menor divisão da régua.

Para medir o comprimento  $\ell$  de um objecto com uma craveira é necessário saber a natureza do nónio acoplado, o número da divisão, na escala da régua, que fica situada antes da linha de fé do nónio ( $L$ ) e a divisão do nónio que coincide com uma das divisões da escala da régua ( $d$ ). A medida  $\ell$  será:

$$\ell = L + dN \quad (1.4)$$

O palmer é outro instrumento de medida de comprimentos e emprega-se para medir espessuras de lâminas e diâmetros de fios ou tubos. É constituído por um parafuso micrométrico que gira numa porca existente num dos ramos de uma peça metálica em forma de U. No outro ramo dessa peça existe uma esperna a que se pode encostar o parafuso. O parafuso tem um disco com uma graduação que permite medir fracções de volta. O número de voltas completas dadas pelo parafuso é indicado numa escala, cujas divisões são iguais ao passo do parafuso.

### 1.3. Protocolo experimental

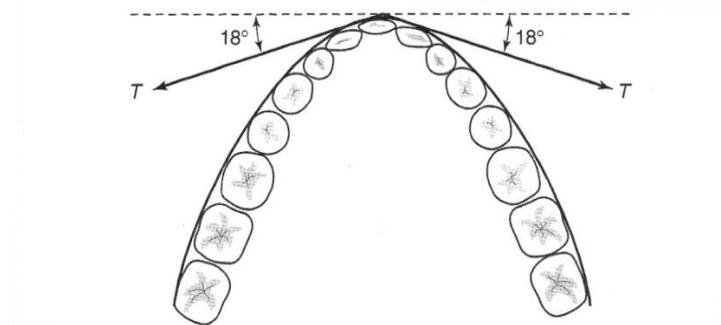
#### 1.3.1. Material: Craveira, palmer e lâmina de vidro.

#### 1.3.2. Procedimento experimental: Usando uma craveira, meça a largura e o comprimento da lâmina de vidro fornecida e calcule o limite superior do erro dessas medidas. Usando o palmer, meça a espessura da lâmina de vidro e calcule também o limite superior do erro dessas medidas. Determine o volume da lâmina de vidro e calcule o limite superior do erro dessa medida. Determine a densidade do vidro dessa lâmina e o erro associado.

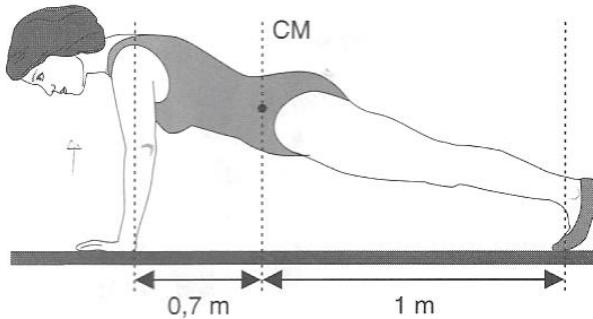
## Mecânica e Biomecânica

### Problemas

1. A cabeça de um pica-pau ao picar numa árvore sofre uma variação de velocidade de 0.7 m/s até parar, ao longo de uma distância de 0.003m. Qual é o valor da respetiva desaceleração e qual o tempo necessário para a paragem?
2. Uma coruja deixa cair accidentalmente um rato que carrega ao voar horizontalmente a uma velocidade de 5 m/s. O rato cai no solo 10 m abaixo. Qual a velocidade e o ângulo de impacto com a horizontal, do rato ao cair?
3. Qual é a força exercida no dente frontal pelo aparelho dentário da figura se a tensão no fio for 30 N?



4. Se a alimentação de uma pessoa fornecer a energia de 2,4 kcal por dia e se toda esta energia for convertida em calor, determine
  - (a) a taxa média de energia libertada em watts;
  - (b) a quantidade necessária de pessoas num quarto, libertando esta taxa de calor, para fornecer a mesma energia que um aquecedor elétrico de 1500 W.
5. Uma atleta com 70 kg está a realizar flexões de braço. A projeção do seu centro de massa no chão está a 1 m dos seus pés e a 0.7 m das suas mãos. Determine as forças de contato que o solo exerce sobre
  - (a) as mãos
  - (b) os pés.



**2.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se verificar experimentalmente a validade das equações do movimento uniformemente acelerado e determinar o valor da aceleração da gravidade.

**2.2. Teoria:** A equação de Newton para um corpo de massa  $m$  quando lhe é aplicada uma força  $\mathbf{F}$  é dada por

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (2.1)$$

em que  $\mathbf{a}$  é o vector aceleração dado por

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}; \quad (2.2)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}; \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Os vectores velocidade e posição do corpo de massa  $m$  sujeito a uma força  $\mathbf{F}$  são obtidos por integração da equação 2.2, cujas soluções são,

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) + \mathbf{a}t \quad (2.3)$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \mathbf{v}(0)t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \quad (2.4)$$

Se considerarmos a queda livre de uma esfera de massa  $m$  (Fig.1) em que no início do movimento a esfera se encontra na posição 0, temos

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(0) + \mathbf{v}(0)t + \frac{1}{2}g\mathbf{t}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{y}(t) = \mathbf{v}(0)t + \frac{1}{2}gt^2, \quad (2.5)$$

em que  $g$  é a aceleração da gravidade.

### 2.3. Protocolo experimental

**2.3.1. Material:** Um suporte universal, dois *photogates*, um electroíman, um cronómetro, uma esfera metálica.

**2.3.2. Procedimento experimental:** A distância entre os dois *photogates*, para um dado referencial colocado no *photogate A* é dada pela equação 1.5. Mantenha fixo o *photogate A* (para que a velocidade inicial,  $v(0)$ , seja sempre a mesma), altere a posição do *photogate B* e registe o tempo que a esfera metálica demora a percorrer a distância entre os *photogates*. Usando diferentes pares de valores  $[y(t), t]$  represente graficamente  $y(t)/t$  em função de  $t$  e verifique que a relação entre estas duas grandezas é linear. Com os parâmetros da regressão linear determine o valor da velocidade inicial da esfera (velocidade de passagem no *photogate A*) e o valor da aceleração da gravidade. Compare o valor de  $g$  com o tabelado.

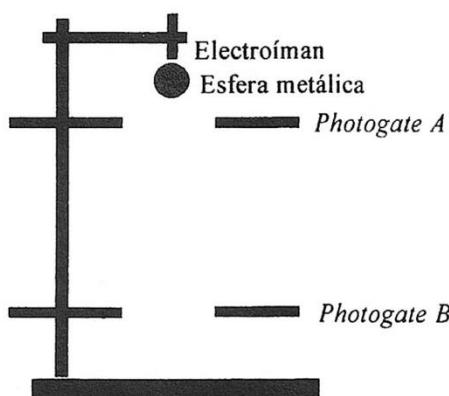


Fig. 2.1- Montagem experimental para o estudo do movimento uniformemente acelerado.

## Densidade, elasticidade e a mecânica dos fluídos

### Problemas

- É necessária uma força de 60 pN para esticar uma amostra de ADN de 45 nm de comprimento e de módulo de Young  $Y = 1 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$  em 12% do seu comprimento original. Qual é a área da seção transversal da molécula de ADN?
- O raio da aorta de um homem é 1.2 cm e o seu débito cardíaco é 5 L/min.
  - Qual é a velocidade média do sangue na aorta?
  - Qual é a velocidade crítica do sangue na aorta?  
(A densidade do sangue é  $1020 \text{ kg/m}^3$ , a viscosidade do sangue é  $0.004 \text{ Ns/m}^2$  e o número de Reynolds é 2320).
- Suponha que a força máxima que um tímpano pode suportar sem sofrer dano é de 3.0 N e a área do tímpano é de  $1,0 \text{ cm}^2$ .
  - Qual é a pressão máxima tolerável no ouvido médio?
  - A que profundidade máxima uma pessoa pode mergulhar em água doce sem rebentar o tímpano?
- Suponha que a pressão no estômago de um paciente seja de 18 mmHg. A que altura deve-se elevar a bolsa da sonda nasogástrica para que a pressão devida ao peso do soro seja o dobro da pressão no estômago?
- O sangue flui numa artéria do raio  $5 \times 10^{-3} \text{ m}$  com uma velocidade de 0.15 m/s. Essa artéria subdivide-se num grande número de capilares de raio  $5 \times 10^{-6} \text{ m}$ . A velocidade do fluxo nos capilares é  $5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ . Qual é o número de capilares em que essa artéria se divide?

## Medição da Pressão Sanguínea

**1. Objetivo:** Neste trabalho pretende-se conhecer as técnicas para medir a pressão sanguínea, observar características da circulação venosa, e observar o efeito do exercício físico na pressão sanguínea e na frequência cardíaca.

**2. Medição da pressão sanguínea:** A pressão sanguínea pode ser medida por um esfigmomanômetro e um estetoscópio. O esfigmomanômetro consiste em: 1. uma braçadeira; 2. um manômetro; 3. uma válvula manual de controlo de saída de ar; 4. uma pêra para elevar a pressão.

A figura mostra um diagrama esquemático da medição da pressão sanguínea.

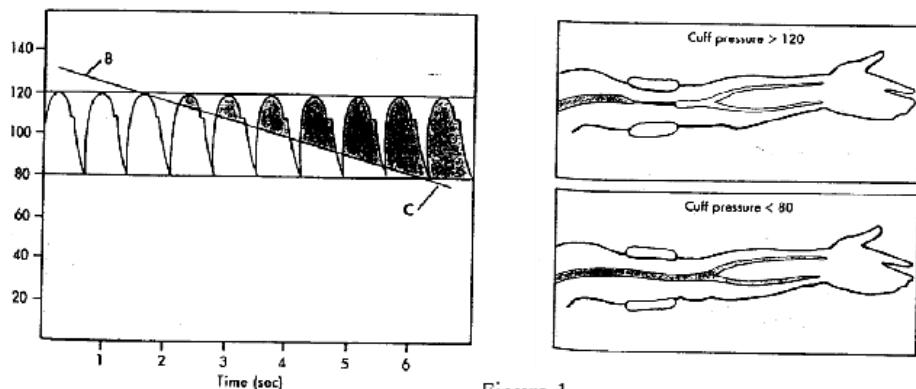


Figura 1

Na técnica de palpação, depois de colocar a braçadeira no braço, a artéria radial é palpada enquanto a pressão é aumentada até o pulso não ser mais sentido. Depois, a pressão é aumentada mais 30 mm Hg. À medida que a pressão é gradualmente diminuída, a artéria é palpada até que a pulsação é de novo sentida. Este método deteta somente a pressão sistólica.

Na técnica da auscultação, utiliza-se um estetoscópio o qual permite detectar tanto a pressão diastólica como a pressão sistólica. Os sons ouvidos quando o diafragma do estetoscópio é colocado na região abaixo da braçadeira foram descritos por Korotkow em 1905 e são conhecidos como sons de Korotkoff. O método de Korotkoff parte do princípio que o sangue flui naturalmente pela artéria radial normal e este fluxo é denominado fluxo laminar. Se se posicionar o estetoscópio na artéria radial normal, verifica-se que o fluxo laminar de sangue não produz som. É possível sentir este fluxo pela palpação da artéria radial. Korotkoff percebeu que quando insuflava a braçadeira, a compressão da artéria modificava o padrão do fluxo sanguíneo, de laminar para turbulento, e o fluxo turbulento produzia sons que poderiam ser auscultados pelo estetoscópio. Quando se insufla a braçadeira faz-se compressão no braço e esta compressão é sentida pela artéria radial, que diminui de calibre, dificultando a passagem do sangue. A cada insuflação, aumenta a compressão da artéria até que o fluxo sanguíneo é ocluído e o pulso na artéria radial deixa de ser sentido por palpação. Nesta situação a pressão externa imposta pela braçadeira é maior do que a pressão máxima dentro da artéria e o sangue não consegue circular. Se reduzirmos vagarosamente a pressão dentro da braçadeira, auscultando a artéria radial por meio do estetoscópio, no exato momento que a pressão externa produzida pela braçadeira for igual à pressão interna da artéria, o sangue consegue fluir e passa a fazer um fluxo turbulento, que causa ruído. Quando é ouvido o primeiro ruído, é registado o valor da Pressão Arterial Máxima ou Sistólica – PAS lido no mostrador do manômetro. À medida que se vai diminuindo a pressão na braçadeira, continua-se a ouvir alguns estampidos até que pressão externa na braçadeira é menor do que a da artéria; neste momento, o sangue deixa de ter o fluxo turbulento e volta a ter fluxo laminar e já não é possível ouvir mais som. No momento em que é ouvido o último som, é registado o valor da pressão no manômetro que corresponde ao valor da Pressão Arterial Mínima ou Diastólica – PAD.

### Protocolo experimental

**3.1 Material:** Estetoscópio, esfigmomanômetro, cronómetro.

### 3.2 Procedimento experimental:

#### 3.2.1 Medida da pressão arterial:

A pessoa é colocada com ambos os braços colocados confortavelmente sobre uma superfície. Enrola-se a braçadeira do esfigmomanômetro sobre o braço de forma a que ela se encontre à altura do coração. A bolsa de ar dentro da braçadeira deve ser colocada sobre a parte anterior do braço, cerca de 2 cm acima da fossa antecubital (o ângulo interior do cotovelo). A braçadeira deve ser envolvida confortavelmente sobre o braço.

**Técnica de palpação:** Palpe o pulso radial com os dedos indicador e médio perto da base do polegar na face anterior do pulso. Enquanto palpar o pulso radial, insufla rapidamente a braçadeira até que não haja nenhum pulso detectável e em seguida, aumenta a pressão mais 30 mm Hg, para um valor na faixa de 160-180 mm Hg. Rode a válvula, de modo a que a pressão se

## Calor, temperatura e termodinâmica

### Problemas

1. Durante uma corrida num dia quente, um ciclista consome 7L de água ao longo de 3,5 h. Fazendo a aproximação de que toda a energia do ciclista é gasta na evaporação desta água como suor, quanta energia em quilocalorias o ciclista usou durante a corrida?
2. O calor de vaporização de água à temperatura do corpo ( $37^{\circ}\text{C}$ ) é  $2.42 \times 106 \text{ J/kg}$ . Para baixar  $1.5^{\circ}\text{C}$  a temperatura do corpo de um jogador de massa 80 kg, com uma capacidade térmica específica média de  $3500 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ , qual a massa de água, na forma de suor, que deve ser evaporada?
3. Um animal tem um pelo com  $0.035 \text{ m}$  de espessura. Qual é a taxa de condução de calor em watts e qual a ingestão de alimentos diária necessária para compensar essa transferência de calor? A área da superfície do animal é de  $1.5 \text{ m}^2$  e a temperatura da pele é de  $35^{\circ}\text{C}$ . A perda de calor devido à conveção e condução pode ser desprezada e a condutividade térmica da pele pode ser considerada a mesma do ar ( $k = 0.0256 \text{ J/s.m.}^{\circ}\text{C}$ ).
4. A constante de difusão de iões de sódio que atravessa uma membrana biológica de  $12 \text{ nm}$  de espessura é  $1.5 \times 10^{-16} \text{ m}^2/\text{s}$ . Qual a taxa de escoamento dos iões de sódio por uma área de  $12 \text{ nm} \times 12 \text{ nm}$  se a diferença de concentração através da membrana for  $0.6 \text{ mol/dm}^3$ ?
5. Uma solução contendo  $25.0 \text{ mg/cm}^3$  de uma proteína pura a  $T = 300 \text{ K}$  tem uma pressão osmótica de  $150 \text{ Pa}$ . Supondo um comportamento ideal, qual seria a massa molar da proteína?

**6.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se verificar experimentalmente a conservação da energia e determinar o valor da capacidade térmica mássica de alguns sólidos.

**6.2. Teoria:** O princípio da conservação da energia estabelece que, num sistema isolado, a variação da energia total do sistema é nula, isto é

$$\Delta E = 0 \quad (6.1)$$

Por outro lado, pode verificar-se experimentalmente que se se fornecer uma certa quantidade de energia  $Q$  (por aquecimento) a uma certa massa  $M$  de uma dada substância, a variação de temperatura dessa substância é dada por

$$\Delta T = \frac{Q}{cM} \quad (6.2)$$

onde  $c$  é uma constante que depende da substância e é designada por capacidade térmica mássica. Esta grandeza determina a quantidade de energia que deve ser fornecida (por aquecimento) a uma unidade de massa da substância em estudo para que a sua temperatura aumente 1K.

Consideremos o procedimento experimental (fig.1) em que se adiciona um sólido de massa  $M$ , à temperatura  $T_s$ , a uma certa massa  $m$  de água, à temperatura  $T_a$ , tal que  $T_a < T_s$ . Se considerarmos o sistema água-sólido como isolado a variação de energia que ocorrerá neste sistema será nula, pelo que

$$\Delta E = 0 = Q_s + Q_a = c_s M \Delta T_s + c_a m \Delta T_a \quad (6.3)$$

onde  $Q_s$  e  $Q_a$  são a energia cedida pelo sólido à água e a energia recebida pela água (iguais em módulo), respectivamente. O uso da equação (6.3) permite determinar o valor de  $c_s$  dado por

$$c_s = - \frac{m(T_f - T_a)}{M(T_f - T_s)} c_a \quad (6.4)$$

onde  $T_f$  é a temperatura final do sistema, após atingido o equilíbrio térmico.

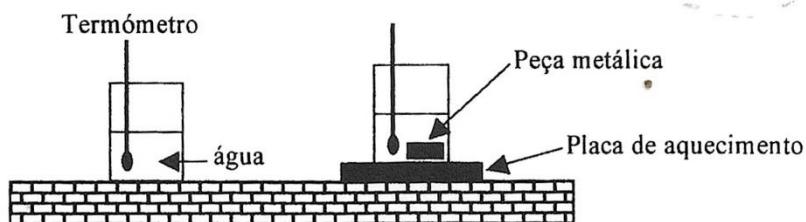


Fig. 6.1 – Esquema da montagem experimental para a determinação da capacidade térmica mássica de alguns sólidos.

### 6.3. Protocolo experimental

**6.3.1. Material:** Um calorímetro, um termômetro, três peças metálicas (de cobre, de alumínio e de chumbo), uma placa de aquecimento e dois gobelés.

**6.3.2. Procedimento experimental:** Meça as massas das peças metálicas e coloque-as em água quente ( $T_s \sim 80^\circ\text{C}$ ). Após algum tempo, retire rapidamente uma peça da água quente, seque e coloque-a num calorímetro com água à temperatura a que esta sai da canalização. Aguarde que se atinja o equilíbrio térmico e determine  $T_f$ . Repita os dois passos anteriores para as duas outras peças metálicas. Como as massas das peças metálicas e da água são conhecidas determine a capacidade térmica mássica das várias substâncias. Compare os valores obtidos com os valores tabelados.

## O som e a bioacústica

### Problemas

1. Uma baleia move-se a uma velocidade de 10 m/s, no mesmo sentido de uma corrente de 2 m/s. Simultaneamente, um golfinho move-se a 30 m/s em direção à baleia e sentido oposto à corrente. A baleia emite um som de 9.74 kHz. Determine:
  - (a) Com que frequência o golfinho ouvirá esse som?
  - (b) O golfinho responde com um som de frequência igual ao que ouviu. Com que frequência a baleia ouvirá esse som? (Considere que a velocidade do som na água do mar é 1500 m/s.)
2. Uma pessoa está a falar com uma potência acústica de  $10 \mu\text{W}$  no espaço livre. A que distância da pessoa a intensidade do som estaria no nível do limiar de audição?
3. Um músico com ouvido absoluto pode reconhecer um som musical de 1 kHz após um tempo de demonstração de apenas 4 ms. Quantos períodos da onda sonora são necessários para o reconhecimento da frequência do som?
4. Os ultra-sons podem ser usados para o aquecimento profundo do tecido. Supondo que a intensidade dos ultra-sons é  $5000 \text{ W/m}^2$  e a área de superfície do transdutor é  $10 \text{ cm}^2$ , qual é o tempo necessário para transmitir  $10^4 \text{ J}$  de energia para o tecido?
5. Os scanners de ultrassons determinam as distâncias dos objetos num paciente medindo os tempos de retorno dos ecos. Num paciente qual é a diferença de tempo para ecos de camadas de tecido que estão 0.02 m e 0.022 m abaixo da superfície, respectivamente? A velocidade do som no tecido é de 1500 m / s.

**7.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se estudar a velocidade de propagação de uma onda num fio de densidade linear definida e também determinar este último.

**7.2. Teoria:** Consideremos a montagem experimental esquematizada na fig. 1, em que se utiliza um gerador de frequências para provocar oscilações num fio, um magnete para estabilizar a onda e um corpo de massa  $m$  para provocar tensão ( $T$ ) no fio.

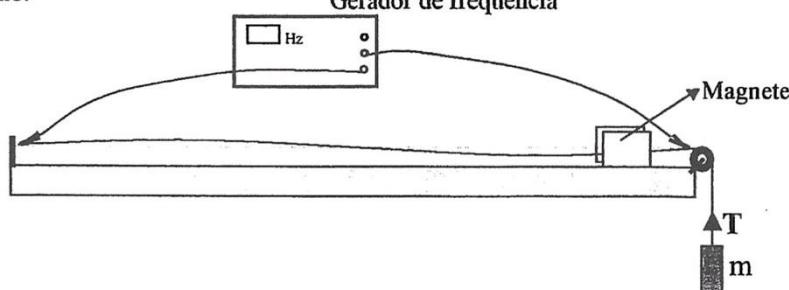


Fig. 7.1- Esquema da montagem experimental para o estudo da velocidade de propagação de uma onda num fio.

Consideremos em pormenor uma das cristas da onda (fig. 2). Um pequeno segmento do fio, de comprimento  $\Delta s$  e velocidade de propagação  $v$ , forma, aproximadamente, um arco de circunferência de raio  $R$ .

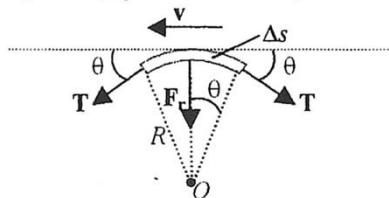


Fig. 7.2- Esquema de uma das cristas da onda da fig. 7.1 em pormenor.

O segmento tem aceleração centrípeta de  $v^2/R$ , que é suportada pelas componentes de  $T$  na direcção vertical. Como as componentes de  $T$  na direcção horizontal anulam-se, e como  $\theta$  é pequeno, dado que o segmento é pequeno, tem-se que,

$$F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta \quad (7.1)$$

em que  $F_r$  é a resultante das forças.

O segmento tem massa  $m = \mu \Delta s$ , em que  $\mu$  é a densidade linear (massa por unidade de comprimento) do fio, e  $\Delta s = R(2\theta)$ , pois o segmento é uma parte de um círculo de raio  $R$ . Assim

$$m = 2\mu R \theta \quad (7.2)$$

Tendo em conta a Segunda Lei de Newton:

$$F_r = ma_c \Leftrightarrow 2T\theta = m \frac{v^2}{R} \quad (7.3)$$

Substituindo a equação 7.2 na equação 7.3, temos que

$$2T\theta = 2\mu R \theta \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (7.4)$$

A equação 7.4 traduz a relação entre a velocidade de propagação da onda, a tensão aplicada e a densidade linear do fio, em que  $v = \lambda\nu$  ( $\lambda$  é o comprimento de onda e  $\nu$  é a frequência) e  $T = mg$  ( $m$  é a massa pendurada e  $g$  é a aceleração da gravidade).

### 7.3. Protocolo experimental

**7.3.1. Material** – Um gerador de frequências, dois fios condutores, dois crocodilos, vários corpos de diferentes massas, um magnete e um fio de densidade linear definida.

**7.3.2. Procedimento experimental** – Meça a massa  $m$  que está pendurada e registe. Varie a frequência de forma a obter uma onda com um nó (isto é, em que a onda esteja no segundo estado,  $n=2$ ) e registe o valor. Repita o procedimento anterior para diferentes massas, registando sempre o valor destas e o valor da frequência. Com os valores obtidos calcule  $v^2$  (tendo em conta que  $\lambda = 2L/n$ , em que  $L$  é o comprimento do fio) e  $T$ . Usando diferentes pares de valores  $v^2$  e  $T$  construa um gráfico e com os dados da regressão linear calcule a densidade linear do fio e compare-o com o valor teórico.

## Eletricidade, o impulso elétrico e o fluxo nervoso

### Problemas

1. Duas cadeias de ADN de 3 mm de comprimento imersas em água desionizada correm paralelas com uma separação de 100 Å. Qual é a força repulsiva entre as cadeias? Suponha que a densidade de carga em cada cadeia é de  $1e$  por nm.
2. Um condensador de  $10 \mu\text{F}$  é usado para desfibrilar o coração. Este é carregado a 10 V. Qual é a quantidade de energia nele armazenada e se essa energia for liberada em 10 ms, qual é a potência de saída do desfibrilador?
3. A corrente que passa por um pacemaker cardíaco é 0.015 A. Qual é o número de eletrões que escoa durante
  - (a) 5 minutos e
  - (b) 5 horas de operação?
4. Durante uma cirurgia de coração aberto, uma pequena corrente de  $25 \mu\text{A}$  pode causar fibrilação ventricular. Supondo que a resistência do coração é de  $250 \Omega$ , que nível de tensão representa um perigo para a saúde do paciente?
5. Um desfibrilador de coração passa 12 A de corrente pelo torso do paciente durante  $3 \times 10^{-3}$  s para restabelecer o batimento normal do coração.
  - (a) Quanta carga passa pelo corpo do paciente?
  - (b) Qual foi a voltagem aplicada se a energia total de 300 J foi dissipada pela corrente?
  - (c) Qual foi a resistência elétrica apresentada pelo corpo?

**9.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se verificar as curvas de carga e descarga de um condensador e determinar o valor da constante de tempo de um circuito RC.

**9.2. Teoria:** Os condensadores são dispositivos constituídos por dois condutores paralelos, separados por um meio isolante denominado dielétrico. Ao ser aplicada aos seus terminais uma tensão variável no tempo,  $V(t)$ , este é percorrido por uma intensidade de corrente  $I(t)$  dada por:

$$I(t) = C \frac{dV(t)}{dt} \quad (9.1)$$

em que  $C$  é a capacidade do condensador. Por outro lado, ao ser estabelecida uma diferença de potencial  $V$  aos seus terminais, o condensador acumula uma carga  $Q$  dada pela relação  $Q = CV$ .

A unidade de medida da capacidade é o Farad (F) e corresponde à carga de um Coulomb quando aos terminais é aplicada uma tensão de 1 volt ( $1F = 1C/V$ ).

Considere-se o circuito esquematizado na Fig 1, mais especificamente o circuito de carga (1). Admitindo que inicialmente o condensador está descarregado  $Q(0) = 0$ , a sua carga inicia-se no momento em que o circuito é fechado. Aplicando as leis das malhas,  $V_c + V_R = V_0$  (em que

$V_c$ ,  $V_R$  e  $V_0$  são, respectivamente, as diferenças de potencial nos terminais do condensador, da resistência e a tensão do gerador), e

atendendo a que  $V_R = RI$  e que  $V_c = \frac{Q}{C}$ , obtém-se:

$$V_0 - RI - \frac{Q}{C} = 0 \quad (9.2)$$

Como  $I = \frac{dQ}{dt}$  a equação 9.2 escreve-se:

$$V_0 - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \quad (9.3)$$

A equação 9.3 é uma equação diferencial cuja solução, com  $Q(0) = 0$  como condição inicial, é:

$$Q(t) = CV_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (9.4)$$

onde  $RC$  é a constante de tempo.

Como  $V_c(t) = \frac{Q(t)}{C}$ , a equação 9.4 pode escrever-se:

$$V_c(t) = V_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (9.5)$$

Considere-se agora o circuito de descarga (2). Inicialmente o circuito encontra-se aberto e a tensão nos terminais do condensador é  $V_0$ . Ao ser fechado o interruptor, o condensador deverá descarregar sobre  $R$ . Aplicando as leis das malhas a este circuito obtemos:

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad (9.6)$$

A equação 9.6 é uma equação diferencial cuja solução, com  $Q(0) = V_0C$  como condição inicial, é do tipo  $Q(t) = V_0Ce^{-\frac{t}{RC}}$ , mas como  $V_c(t) = \frac{Q(t)}{C}$ , pode escrever-se:

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (9.8)$$

### 9.3. Protocolo experimental

**9.3.1. Material:** Um gerador, um voltímetro, duas de resistências ( $R_1 = 10k\Omega$  e  $R_2 = 200\Omega$ ), um condensador de  $2000\mu F$  e um interruptor.

**9.3.2. Procedimento:** Monte o circuito esquematizado na Fig.1, colocando o voltímetro em paralelo com o condensador e o gerador com um valor de 20V. Coloque o interruptor na posição 1 (círculo de carga) ao mesmo tempo que inicia o cronómetro. Faça registos da tensão do condensador de 4 em 4s, até que esta atinja o valor máximo. Coloque agora o interruptor na posição 2 (círculo de descarga) e inicie simultaneamente o cronómetro. Faça, igualmente, registos da tensão do condensador de 4 em 4s, até que esta atinja o valor mínimo. Represente graficamente os valores medidos na primeira parte (círculo de carga) e na segunda parte (círculo de descarga) e determine os valores experimentais das constantes de tempo dos circuitos.

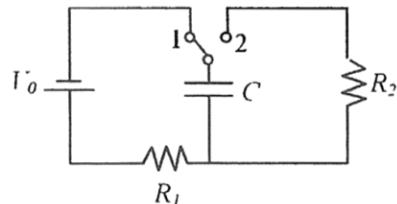


Fig. 9.1- Esquema da montagem do circuito eléctrico para o estudo da carga e descarga de um condensador.

## Luz e a biofísica de visão

### Problemas

1. Suponha que uma pessoa usa lentes de contato com distância focal de 35.1 cm. As lentes são escolhidas para que essa pessoa possa ler um livro a uma distância de 25.0 cm. Indique onde se encontra o ponto próximo dos olhos quando não utilizam lentes?
2. Uma pessoa segura um livro a 25 cm da lente efetiva do seu olho; a impressão no livro tem 2,5 mm de altura. Se a lente efetiva do olho estiver localizada a 2.5 cm da retina, qual é o tamanho da imagem impressa na retina?
3. Uma pessoa com miopia é incapaz de focar objetos que estão além de 100 cm do olho. Qual é a potência da lente divergente necessária para corrigir a visão ao padrão normal.
4. Uma pessoa com hipermetropia é incapaz de focar claramente em objetos a menos de 90 cm do olho. Qual é a potência da lente convergente necessária para permitir que a pessoa veja o mesmo objeto a uma distância de 25 cm?
5. Duas lentes convergentes, cada uma com a distância focal de 10 cm, estão separadas por 35 cm. Um objeto está 20 cm à esquerda da primeira lente.
  - (a) Determine a imagem final por meio de procedimento gráfico e também mediante a equação das lentes convergentes.
  - (b) A imagem é real ou virtual? Direita ou invertida? (c) Qual é a ampliação da imagem final?

**10.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se estudar as propriedades das lentes e das imagens por elas formadas e determinar a potência focal de algumas lentes.

**10.2. Teoria:** Uma lente é um meio transparente limitado por duas superfícies curvas (em geral esféricas ou cilíndricas), embora uma possa ser plana. Uma onda incidente sofre duas refracções ao atravessar uma lente, no entanto, para simplificar, vamos supor que o meio adjacente a ambos os lados da lente é o mesmo e o seu índice de refracção é um (aproximadamente igual para o ar), enquanto que o índice de refracção da lente é  $n$ .

Consideremos apenas lentes delgadas, isto é lentes em que a espessura é muito pequena comparada com os raios das faces. O eixo principal de uma lente é a linha determinada pelos dois centros  $C_1$  e  $C_2$  (Fig. 1). Consideremos o raio incidente  $PA$  que passa por  $P$ . Na primeira superfície, o raio incidente é refractado segundo o raio  $AB$ . Se o prolongarmos, este passará por  $Q'$  que é, por conseguinte, a imagem de  $P$  produzida pela primeira superfície refractora. A distância  $q'$  de  $Q'$  a  $O_1$  obtém-se por aplicação da Fórmula de Descartes

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q'} = \frac{n_1 - n_2}{r_1}$$
, com

$$n_1 = 1 \text{ e } n_2 = n:$$

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{q'} = \frac{1-n}{r_1} \quad (10.1)$$

Em  $B$  o raio sofre uma segunda refracção e converte-se no raio  $BQ$ . Dizemos, então, que  $Q$  é a imagem final de  $P$  produzida pelo sistema de duas superfícies refratoras que constituem a lente. Considerando a refracção em  $B$ , o objecto (virtual) é  $Q'$  e a imagem é  $Q$ , a uma distância  $q$  da lente. Aplicando, de novo, a Fórmula de Descartes:

$$\frac{n}{q'} - \frac{1}{q} = \frac{n-1}{r_2} \quad (10.2)$$

A ordem dos índices de refracção foi invertida porque o raio passa da lente para o ar. A espessura da lente,  $t$ , é desprezada, pois a lente considerada é delgada, assim, todas as distâncias são medidas a partir da origem comum  $O$ . Rescrevendo as equações 10.1 e 10.2, de modo a eliminar  $q'$ ,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = (n-1) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (10.3)$$

temos a Fórmula de Descartes para lentes delgadas. Nesta equação,  $q$  é negativa se a imagem for real, porque está à esquerda da lente, e o oposto se a imagem for virtual. O foco,  $F_0$ , de uma lente é a posição do objecto para o qual os raios emergem paralelamente ao eixo principal ( $q = \infty$ ) depois de terem atravessado a lente. A distância de  $F_0$  à lente designa-se distância focal e representa-se por  $f$ . Para  $p = f$  e  $q = \infty$  a equação 10.3 fica:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (10.4)$$

Esta equação é designada por equação do fabricante de lentes. Combinando 10.3 e 10.4 obtém-se

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (10.5)$$

Determinando  $f$  experimentalmente podemos utilizar a equação 10.5 para relacionar a posição de um objecto com a da sua imagem, sem necessariamente se conhecer o índice de refracção ou os raios da lente. Para um raio incidente paralelo ao eixo principal ( $p = \infty$ ), o raio emergente passa pelo ponto  $F_0$ , com  $q = -f$ , designado foco da imagem. Numa lente delgada, os dois focos estão localizados simetricamente em ambos os lados. Se  $f$  for positiva, a lente é convergente, e se for negativa, a lente é divergente. O ponto  $O$  é escolhido de forma a que coincida com o centro óptico da lente. Este centro óptico é um ponto definido de modo que qualquer raio que passe por ele emerge numa direcção paralela à do raio incidente.

### 10.3. Protocolo experimental

#### 10.3.1. Material:

Banco de óptica e folhas de papel.

**10.3.2. Procedimento:** Para estudar as propriedades das lentes, coloque um objecto entre a fonte luminosa e a lente (convergente), tentando encontrar diversas imagens nítidas no alvo. Repita este procedimento com o objecto atrás da lente. Registe todas as distâncias obtidas, para imagens nítidas, entre o objecto e a lente. Troque a lente por uma divergente e repita todo o procedimento anterior. Para determinar a potência focal de uma lente utilize uma lente cilíndrica convexa colocada em frente à fonte luminosa (com um objecto com fendas anexado) e desenhe os raios luminosos antes e depois de atravessarem a lente. Meça a distância focal e calcule a potência focal.

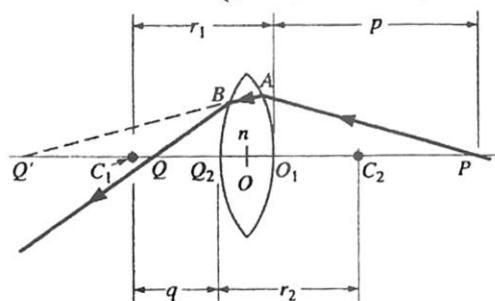


Fig. 10.1- Trajetória de um raio ao atravessar uma lente.

## Radiações ionizantes e seus aspectos biológicos

### Problemas

- O isótopo de estrôncio  $^{90}\text{Sr}$  tem tempo de semi-vida de 28,5 anos e entra no corpo através da cadeia alimentar, acumulando-se nos ossos e apresentando um sério risco para a saúde. Quanto tempo levará para que 99.99% do Sr liberado num acidente de reator nuclear desapareça?
- Qual é a atividade nuclear de um adulto de massa 70 kg resultante da radioatividade natural de  $^{40}\text{K}$ ? O conteúdo total de potássio é de 0.35% da massa corporal e apenas 0.012% desse potássio é de  $^{40}\text{K}$ . O tempo de semi-vida de  $^{40}\text{K}$  é de  $1.25 \times 10^9$  anos.
- Calcule o aumento da temperatura corporal devido à energia depositada por uma dose grande de raios X recebida accidentalmente por um técnico. Suponha que a energia dos raios X é de 200keV e  $3.13 \times 10^{14}$  deles são absorvidos por quilograma de tecido e o calor específico do tecido é  $3\,469.4\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ .
- Uma determinada fonte radioativa produz 150 mrads de raios- $\gamma$  de 2.5 MeV por hora a uma distância de 1 m.
  - Quanto tempo uma pessoa poderia ficar a esta distância antes de acumular uma dose intolerável de 1 rem?
  - Supondo que a radiação gama seja emitida isotropicamente, a que distância uma pessoa receberia uma dose de 15 mrads/h desta fonte?
- Um tumor de 2.5 kg está a ser irradiado por uma fonte radioativa. O tumor recebe uma dose de 15 Gy num intervalo de tempo de 1000 s. Cada desintegração da fonte radiativa produz uma partícula que entra no tumor e entrega uma energia de 0.45 MeV. Qual é a atividade da fonte radioativa?

**11.1. Objectivo:** Neste trabalho pretende-se determinar a constante de Planck a partir do efeito fotoeléctrico.

**11.2. Teoria:** A emissão de electrões (fotoelectrões) de uma placa (cátodo) como resultado da incidência de um feixe de luz constitui o efeito fotoeléctrico. Quando um quantum de luz incide sobre uma placa metálica, tem uma energia  $E$  proporcional à sua frequência  $\nu$ , ou seja,  $E = h\nu$ . Se toda esta energia fosse transferida para um único electrão, este deveria sair da placa com uma energia cinética igual a esse valor, ou seja,

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu \quad (11.1)$$

No entanto, alguma energia  $W$  é necessária para “arrancar” o electrão da placa (ela corresponde à energia mínima de ligação dos electrões no metal) e o electrão sairá com uma energia cinética máxima dada por:

$$E_{K.máx} = \frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W \quad (11.2)$$

A energia mínima,  $W$ , necessária para arrancar o electrão do metal corresponde à frequência mais baixa,  $\nu_0$ , para a qual o electrão é emitido. Esta frequência ocorre quando  $E_K = 0$ . A energia mínima  $W$  vem dada por  $e\Phi$  em que  $\Phi$  é o potencial de extracção, conhecido por “função trabalho” e  $e$  a carga do electrão. Se se aplicar um potencial  $V_0$  no ânodo suficientemente negativo (potencial de retardamento), de modo a que os electrões, mesmo os mais energéticos, não consigam atingir o ânodo, a energia cinética dos electrões mais energéticos iguala a energia necessária  $eV_0$  para vencer a barreira de potencial entre o ânodo e o cátodo. Nestas condições,

$$h\nu - e\Phi = eV_0 \quad (11.3)$$

em que  $V_0$  é a tensão de corte, para a qual já não há corrente de electrões. Esta tensão depende da frequência da radiação incidente.

Duma curva de variação de potencial de corte com a frequência da radiação incidente pode deduzir-se o valor  $\Phi$  e  $h/e$ . Portanto, pode calcular-se a constante de Planck.

### 11.3. Protocolo experimental

**11.3.1. Material:** Fonte de luz com lâmpada de vapor de mercúrio, célula fotoeléctrica com potenciômetro, amplificador, amperímetro, voltímetro e filtros.

**11.3.2. Procedimento:** Usando o equipamento referido faça incidir na célula fotoeléctrica radiação de diversas frequências. Para cada valor da frequência existe um valor mínimo do potencial de corte para o qual a fotocorrente é nula. Com o conjunto de pares ordenados  $(\nu, V_0)$  elabora-se um gráfico do qual se pode retirar a constante de Planck e o potencial de extracção.