

## **ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES PELO MÉTODO DE EQUILÍBRIO LIMITE E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS SLOPE STABILITY ANALYSIS BY THE LIMIT EQUILIBRIUM METHOD AND FINITE ELEMENT METHOD**

Silva, Daniel, *Universidade de Évora, ECT, Évora, Portugal, daniel.ifce@hotmail.com*  
Pinho, António, *Universidade de Évora, ECT, Departamento de Geociências,  
GeoBioTec, Évora, Portugal, apinho@uevora.pt*  
Duarte, Isabel, *Universidade de Évora, ECT, Departamento de Geociências,  
GeoBioTec, Évora, Portugal, iduarte@uevora.pt*

### **RESUMO**

A avaliação da estabilidade de taludes pode recorrer a diversos métodos de análise determinísticos, tais como, os métodos de equilíbrio limite ou a análise de tensões e deformações, através do método dos elementos finitos ou outro método numérico. Os métodos de equilíbrio limite efetuam a análise do equilíbrio de uma massa potencialmente instável e fazem a comparação entre forças resistentes e as forças atuantes ao longo de uma superfície de deslizamento. Os métodos de equilíbrio limite mais simplificados como os de Fellenius, o de Taylor e o de Bishop simplificado, consideram que a rotura do talude é circular e desprezam a ação das forças laterais atuantes nas fatias, sendo mais adequados para taludes homogéneos. A partir da década de 60 do sec. XX foram desenvolvidos métodos mais rigorosos (tais como, Morgenstern e Price, Spencer, Sarma e Correia) onde todas as equações de equilíbrio são satisfeitas e a superfície de rutura não precisa de ser necessariamente circular. Posteriormente, os métodos de análise numérica, como os métodos dos elementos finitos, permitiram entender o comportamento dos taludes sob uma nova ótica, ao levar em conta as tensões e deformações em cada ponto do maciço, onde quanto mais elementos a estrutura for dividida mais preciso será o resultado da análise. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é avaliar os fatores de segurança provenientes de análises de equilíbrio limite e de tensão-deformação para diferentes tipos de taludes terrosos, comparando os resultados obtidos, assim como, as vantagens e desvantagens de cada metodologia.

### **ABSTRACT**

The assessment of slope stability can use several deterministic analysis methods, such as limit equilibrium methods or stress and strain analysis, through the finite element method or another numerical method. Limit equilibrium methods analyze the equilibrium of a potentially unstable mass and compare resisting forces and acting forces along a sliding surface. The more simplified limit equilibrium methods, such as those of Fellenius and Taylor and the simplified Bishop method, consider that the failure of the slope is circular and neglect the action of lateral forces acting on the slices, being more suitable for homogeneous slopes. From the 60's more rigorous methods were developed (such as, for example, Morgenstern and Price, Spencer, Sarma and Correia) where all equilibrium equations are satisfied and the failure surface need not necessarily be circular. Subsequently, numerical analysis methods, such as finite element methods, allowed understanding the behavior of slopes from a new perspective, by taking into account the stresses and deformations at each point of the

massif, where the more elements the structure is divided, the more accurate will be the result of the analysis. In this sense, the objective of this work is to evaluate the safety factors from limit equilibrium and stress-strain analyzes for different types of earthen slopes, comparing the results obtained, as well as the advantages and disadvantages of each methodology.

## 1. INTRODUÇÃO

Um talude é uma superfície inclinada que ocorre num maciço rochoso ou terroso e que pode ter uma origem natural ou pode ser construído pelo homem para uma obra de escavação ou de aterro. A análise de estabilidade de um talude tem como objetivo principal, verificar a sua condição de segurança e consequentemente, avaliar a necessidade de eventual aplicação de medidas de estabilização, sendo muito importante, nas situações em que a instabilidade do talude tem um elevado grau de risco de prejuízos materiais e perda de vidas. Chowdhury *et al.* (2010) apresentam uma análise muito interessante sobre os diversos métodos de análise de estabilidade de taludes, desde os métodos de equilíbrio limite à análise de tensões e deformações pelo método dos elementos finitos. Quanto à análise por equilíbrio limite, os primeiros métodos das fatias desenvolvidos foram os métodos simplificados de Fellenius de 1936 e o de Taylor de 1937. Estes métodos admitem uma discretização da massa de solo em várias fatias verticais, considerando uma superfície de rotura circular e o fator de segurança do talude é calculado unicamente através de equilíbrio de momentos, não levando em consideração as forças tangenciais e normais às paredes das fatias. Posteriormente, Bishop em 1955 desenvolveu outra metodologia (método de Bishop Simplificado) que também divide o talude em fatias e tem como hipótese que a resultante das forças entre as fatias é horizontal e sua resolução resulta de um processo iterativo. Estas duas metodologias são bastante utilizadas na avaliação da estabilidade face à sua simplicidade, mas são limitadas por apenas terem aplicação a análises de roturas circulares.

Métodos das fatias mais sofisticados foram desenvolvidos posteriormente impulsionados pelo avanço computacional como os de Morgenstern e Price em 1965, Spencer em 1967 e Sarma em 1973. São métodos de análise mais rigorosos e para análises com superfície circular ou não. No entanto, constata-se que todos estes métodos mais sofisticados, têm inconvenientes, pelo que na prática, continua a ser habitual a utilização do método de Bishop simplificado, para roturas circulares, ainda que apresente algumas limitações para pressões intersticiais elevadas. O método dos elementos finitos surgiu para contornar as várias simplificações e limitações dos métodos tradicionais, por equilíbrio limite, através da análise das relações entre as tensões e deformações dos maciços terrosos. Atualmente, a maioria dos softwares comerciais de geotecnia utilizam essa abordagem. Nesse sentido, o presente trabalho tem por objetivo comparar dois métodos de análise de estabilidade de taludes, o método de equilíbrio limite e a análise das tensões e deformações pelo método dos elementos finitos. Foi desenvolvido um software designado por MEL-Analysis1.0, ainda em fase de aperfeiçoamento, no qual foram implementados os métodos de Fellenius e Bishop simplificado. Serão estudados alguns casos de estudo conceituais reproduzindo três situações tipo distintas, sendo os resultados obtidos comparados com os obtidos pelo software RS2 da Rocscience, o qual utiliza o método dos elementos finitos, para as mesmas situações.

## 2. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

Segundo Silva (2011), a rotura de um talude depende de diversos fatores, uns passivos, como as características físicas e mecânicas dos materiais que constituem, ou as condições hidrogeológicas e a pressão intersticial e os fatores ativos como a alteração na geometria do talude, as sobrecargas estáticas adicionais, as vibrações originadas por sismos ou por desmontes com explosivos, as condições climáticas, etc. A presença desses fatores resulta no aumento das solicitações atuantes e na diminuição da resistência do maciço terroso, ocasionando a rotura do talude. A resistência ao corte do solo pode ser definida como o estado de tensão no plano de rotura do solo por corte, segundo o critério de rotura de Mohr-Coulomb, a qual, em termos de tensões efetivas é dada pela equação 1:

$$\tau = c' + (\sigma - u) \tan \phi' \quad [1]$$

Onde  $\tau$  é a resistência ao corte,  $c'$  é coesão efetiva,  $\sigma$  é a tensão normal no plano de rotura,  $u$  é a pressão intersticial e  $\phi'$  é o ângulo de atrito em termos de tensão efetiva.

### 2.1. Método do Equilíbrio Limite

Os métodos de equilíbrio limite têm como objetivo a análise de um maciço terroso ou rochoso potencialmente instável, comparando as forças atuantes e as forças resistentes ao longo de uma superfície potencial de rotura que é conhecida ou arbitrada. Este tipo de análise é baseado também, nas hipóteses de que a massa de solo ou rocha encontra-se em condições de iminente rotura (equilíbrio limite) numa superfície potencial de deslizamento em que se verifica o critério de rotura de Coulomb e que o fator de segurança é único ao longo dessa superfície potencial de rotura (Ortigão e Sayão, 2004; Vallejo *et al*, 2011). O fator de segurança (FS) é definido como o quociente entre a resistência ao corte na superfície de deslizamento e a tensão de corte mobilizada na mesma superfície, podendo ser representado em relação ao equilíbrio de momentos (equação 2) ou ao equilíbrio de forças (equação 3):

$$FS = \frac{Mr}{Ma} \quad [2]$$

$$FS = \frac{Fr}{Fa} \quad [3]$$

Onde  $Mr$  e  $Fr$  são os momentos e forças resistentes ao deslizamento e  $Ma$  e  $Fa$  são as forças e momentos desestabilizadores. Em regra, para que o talude esteja estável o FS deve ser maior que 1. No método do equilíbrio limite as superfícies de rotura podem ser planas, circulares ou poligonais. Uma das abordagens mais utilizadas é o método das fatias que consiste em dividir a massa deslizante em fatias, quando esta é heterogénea, de forma a ter uma aplicação alargada a maciços anisotrópicos e estratificados, considerando a superfície de rotura circular, nos métodos de cálculo mais simples, ou considerando superfícies de rotura circulares e não circulares nos métodos de equilíbrio limite mais precisos. A figura 1 apresenta uma fatia genérica de uma massa deslizante onde  $O$  é o centro da superfície circular de raio  $r$ ,  $\alpha$  é o ângulo que a base da fatia forma com o eixo horizontal,  $b$  é a largura da fatia,  $h$  a altura,  $w$  a massa,  $T$  as forças tangenciais,  $N$  as forças normais na base da fatia e  $X_n$ ,  $En$ ,  $En+1$ ,

$X_{n+1}$  representam as forças normais e tangenciais provocadas pelas fatias adjacentes, respetivamente.

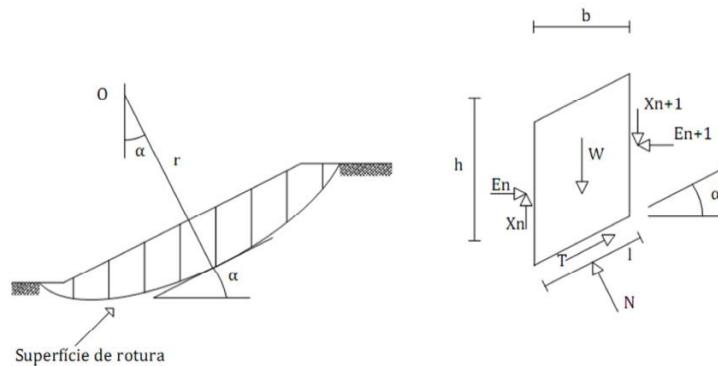


Figura 1 - Representação de uma massa deslizante dividida em fatias e pormenor das forças atuantes numa fatia (extraído de Silva, 2011).

### 2.1.2. Método de Fellenius

O método de Fellenius foi um dos primeiros métodos de equilíbrio limite a ser desenvolvido. Neste método a superfície de rotura é circular e a massa de solo é dividida em fatias. Aplica-se então o equilíbrio de forças na direção normal à base de cada fatia. O fator de segurança é obtido através da equação 4:

$$FS = \frac{\sum [c(b/\cos\alpha) + (W \cos\alpha - u(b/\cos\alpha)) \tan\phi]}{\sum W \sin\alpha} \quad [4]$$

Onde  $c$  é a coesão do solo,  $b$  é a largura da fatia,  $W$  é o peso da fatia,  $u$  é a pressão intersticial na base da fatia,  $\phi$  é o ângulo de atrito do solo e  $\alpha$  é a inclinação da base da fatia. O cálculo do equilíbrio dos momentos das forças atuantes é realizado para cada fatia, correspondendo o FS da superfície de rotura, ao somatório dos equilíbrios de momentos de todas as fatias. Há uma série de simplificações neste método tais como, o fato de não considerar a ação das forças laterais atuantes nas fatias, o que torna este método muito conservador e simplificado, por isso apenas adequado a taludes homogéneos.

### 2.1.3. Método de Bishop Simplificado

O método de Bishop, apesar de apresentar limitações na caracterização do fenômeno da instabilidade do talude, é mais aperfeiçoado que o de Fellenius. O fator de segurança pode ser obtido por meio da equação 5:

$$FS = \frac{\sum [cb + (W - ub) \tan\phi] / m\alpha}{\sum W \sin\alpha} \quad [5]$$

em que,

$$m\alpha = \cos\alpha \left[ 1 + \frac{\tan\alpha \tan\phi}{FS_i} \right] \quad [6]$$

Trata-se de um processo iterativo onde é adotado um FS inicial na equação 5 e repete-se o cálculo até o FS convergir satisfazendo uma aproximação adotada.

## 2.2. Método dos Elementos Finitos

A análise tensão-deformação é uma outra abordagem utilizada para avaliar as condições da estabilidade de taludes. É um método mais complexo e robusto pois faz uso de parâmetros de deformabilidade dos solos, tais como o módulo de deformabilidade, o coeficiente de poisson e as resistências residuais e de pico para analisar as tensões e os deslocamentos em cada ponto da massa de solo. O método dos elementos finitos consiste em discretizar o talude num determinado número de elementos que são unidos entre si por meio de pontos (nós), formando deste modo, malha (figura 2). Esses elementos geralmente possuem a forma de triângulos ou quadriláteros e nos seus nós são aplicadas forças que em conjunto deformam a estrutura. Após uma análise inicial é possível então refinar essa malha, aumentando o número de nós, nas regiões com maior concentração de tensões (figura 3).

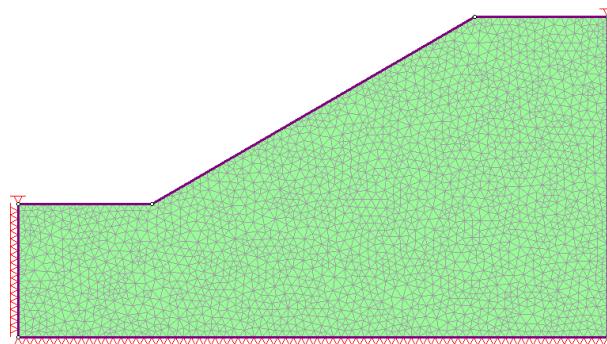


Figura 2 - Talude discretizado em elementos triangulares de três nós, utilizando o software RS2.

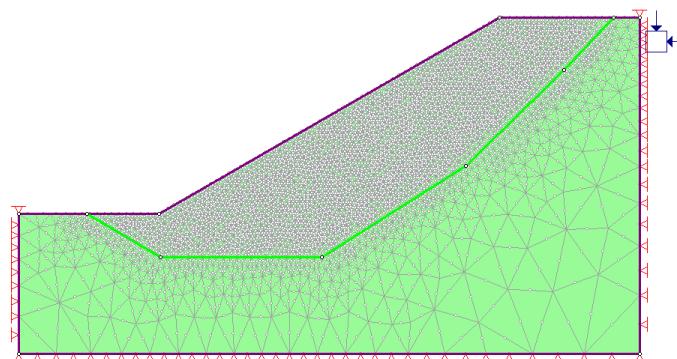


Figura 3 - Talude discretizado em elementos triangulares de seis nós e refinamento de malha, utilizando o software RS2.

Ao contrário do método de equilíbrio-limite, na análise de tensões e deformações do método de elementos finitos, não existe uma superfície de rotura bem definida, mas uma região de provável deslizamento do solo, representada por um gradiente de deformações onde a resistência ao corte é insuficiente para resistir às tensões atuantes, o que é mais próximo da realidade. A fim de se obter um valor para o FS, a abordagem mais utilizada consiste em reduzir iterativamente os parâmetros de resistência de um solo por um fator (Strength Reduction Factor – SRF) e calcular as deformações, por elementos finitos, até ao momento da rotura. O SRF para o qual ocorreu a rotura será considerado o fator crítico de redução, que corresponde ao fator de segurança do método de equilíbrio limite (Resende, 2021). A equação 7 apresenta a equação de Mohr-Coulomb com os parâmetros reduzidos:

$$\tau = \frac{c}{SRF} + \frac{\sigma \tan \phi}{SRF} \quad [7]$$

### 3. CASOS DE ESTUDO

No presente trabalho foram analisados três casos de estudo conceptuais: i) talude homogéneo; ii) talude heterogéneo, com três estratos de solos distintos e iii) igual ao exemplo anterior, mas com nível freático. O objetivo é comparar os fatores de segurança obtidos através dos métodos de equilíbrio limite e a análise de tensões e deformações pelo método dos elementos finitos, em cada um dos casos.

Para a análise em equilíbrio limite foi desenvolvido um software em linguagem Python chamado MEL-Analysis1.0 e nele estão implementados os métodos de Fellenius e o de Bishop Simplificado. Para encontrar a superfície crítica o software deve receber como parâmetro uma grade de pontos que correspondem aos raios das possíveis superfícies de rotura. Numa primeira fase, nos casos de estudo referidos, a metodologia adotada foi considerar uma malha 11x11 e 10 raios diferentes, o que corresponde a 1210 análises, assim como, o talude foi dividido em 50 fatias, sendo o valor do FS considerado, o menor dos valores calculados. De salientar que os resultados obtidos pelo MEL-Analysis1.0 foram validados pelo software Slide2 da Rocscience, tendo-se obtido valores para o FS muito semelhantes com diferenças a partir da terceira casa decimal.

Na análise por elementos finitos recorreu-se ao software RS2 da Rocscience, sendo o talude inicialmente discretizado numa malha de 5000 elementos triangulares de três nós. Numa segunda fase da análise foi feito um refinamento da malha subdividindo-a em mais nós numa região de interesse e utilizando elementos triangulares de seis nós a fim de aumentar a precisão.

#### 3.1. Caso de estudo 1

O primeiro caso de estudo consiste num talude constituído por uma camada de areia siltosa. Na tabela 1 apresenta-se os parâmetros de entrada. Salienta-se que os parâmetros coesão residual e de pico só são utilizados na modelação por elementos finitos. A figura 4 apresenta os resultados pelo Método de Fellenius e Bishop simplificado, na qual é possível observar a grade de centros, as superfícies de rotura

analisadas a cinzento e a vermelho a superfície com o menor valor para o fator de segurança.

Tabela 1 – Parâmetros do talude do caso de estudo 1

Peso Volúmico	20 KN/m <sup>3</sup>
Coesão (pico)	10KPa
Ângulo de Atrito (pico)	35°
Coesão (residual)	9KPa
Ângulo de Atrito (residual)	31.5°
Módulo de Deformabilidade	50MPa
Coeficiente de Poisson	0.3
Coordenadas	[ -10,0 ], [ 0,0 ], [ 24.25,14 ], [ 34.25,14 ]

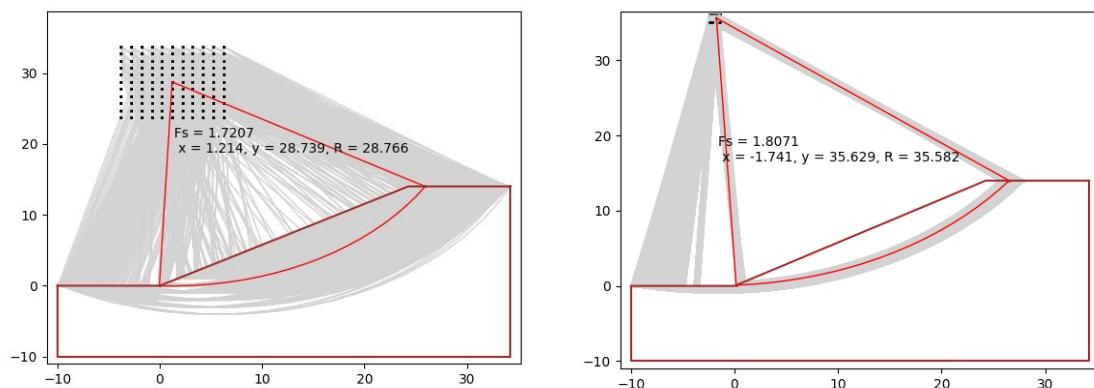


Figura 4 - Saída do programa MEL-Analysis1.0 utilizando o Método de Fellenius (esquerda) e Bishop Simplificado (direita) para o caso de estudo 1

Na figura 5 temos os resultados obtidos pelo RS2, antes e após o refinamento da malha.

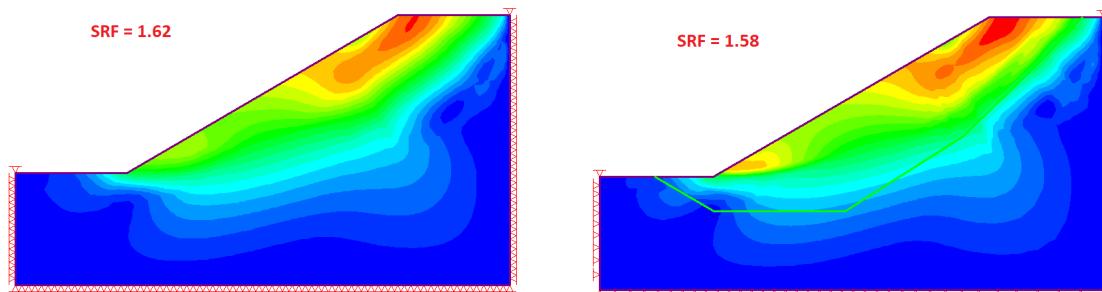


Figura 5 - Saída do programa RS2 para o caso de estudo 1 antes e após o refinamento de malha

### 3.2. Caso de estudo 2

O caso de estudo 2 consiste num talude terroso constituído por três estratos, em que na base ocorre uma camada de areia, sobreposta por uma camada de argila, que por sua vez, é subjacente a uma camada de areia siltosa. A tabela 2 apresenta os dados utilizados no programa de cálculo. Na figura 6 apresenta-se os resultados obtidos pelo método de Fellenius e pelo método de Bishop Simplificado.

Tabela 2 - Parâmetros do talude do caso de estudo 2

Solo	Peso Volúmico	Coesão (pico)	Ângulo de Atrito (pico)	Coesão (residual)	Ângulo de Atrito (residual)	Módulo de Deformabilidade	Coef. de Poisson	Coordenadas
Areia Siltosa	20 KN/m <sup>3</sup>	10KPa	35°	9KPa	31.5°	50MPa	0.3	[ -10,0 ], [ 0,0 ], [ 24.25,14 ], [ 34.25,14 ]
Argila	19 KN/m <sup>3</sup>	20KPa	15°	18KPa	13.5°	40MPa	0.3	[ -10,-2 ], [ 0,-1 ], [ 14.5 ], [ 23,11 ], [ 34.25,13 ]
Areia	18 KN/m <sup>3</sup>	3KPa	40°	2.7KPa	36°	35MPa	0.3	[ -10,-3 ], [ 5,-1 ], [ 10,1 ], [ 20,8 ], [ 34.25,12 ]

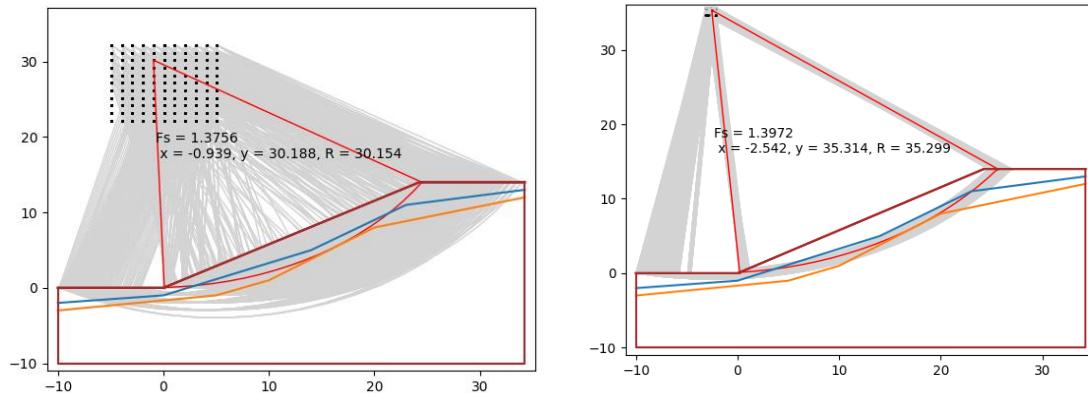


Figura 6 - Saída do programa MEL-Analysis1.0 utilizando o Método de Fellenius (esquerda) e Bishop Simplificado (direita) para o caso de estudo 2

Na figura 7 temos os resultados obtido pelo programa RS2, antes e após o refinamento da malha.

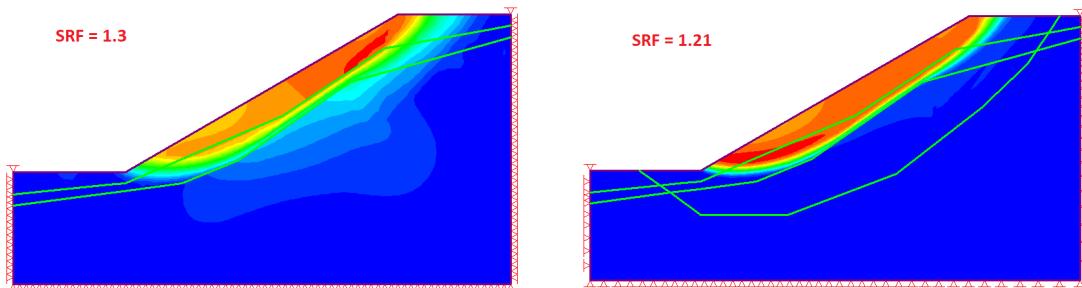


Figura 7 - Saída do programa RS2 para o caso de estudo 2 antes e após o refinamento de malha

### 3.3. Caso de estudo 3

O caso de estudo 3 consiste no mesmo talude do caso de estudo dois, no entanto, com nível freático cujas coordenadas são [-10,-5],[9,2],[23,10],[34.25,13]. A figura 8 apresenta os resultados obtidos pelo método de Fellenius e pelo método de Bishop Simplificado.

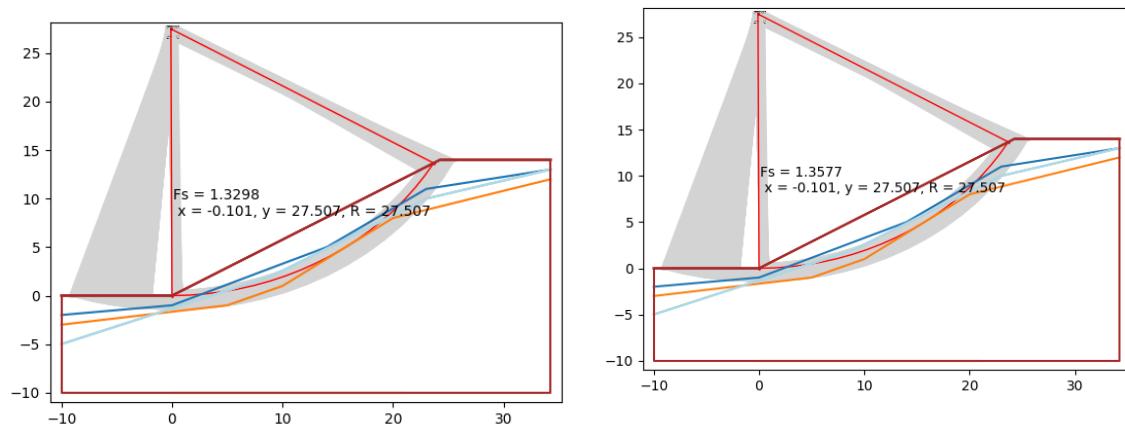


Figura 8 - Saída do programa MEL-Analysis 1.0 utilizando o Método de Fellenius (esquerda) e Bishop Simplificado (direita) para o caso de estudo 3

Na figura 9 temos os resultados obtido pelo RS2, antes e após o refinamento da malha.

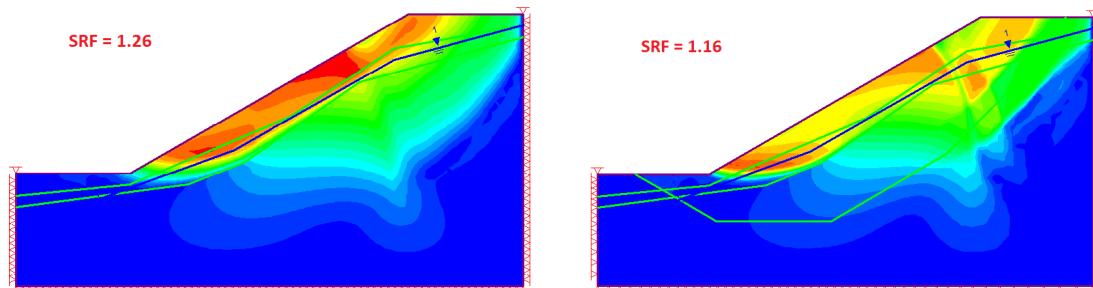


Figura 9 - Saída do programa RS2 para o caso de estudo 3 antes e após o refinamento de malha

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados das análises estão resumidos na tabela 3. Como era expectável, nos casos de estudo 2 e 3, que apresentam solos com pior comportamento geomecânico e com presença de água, os valores do FS são inferiores aos obtidos para o caso de estudo 1, com um solo de melhores características geotécnicas e seco. Além disso, os valores do fator de segurança obtidos pelo método dos elementos finitos resultaram o menor nos três casos. Esta situação pode ser explicada por a técnica da análise numérica pelo método dos elementos finitos considerar não só resistência de pico como também a resistência residual, enquanto que nos métodos de equilíbrio limite são considerados apenas a resistência de pico. Outro ponto a salientar é que o refinamento da malha através do cálculo pelo método dos elementos finitos aumentou a precisão da análise numérica efetuada e consequentemente, diminuiu os valores obtidos para o FS de 2.53, 7.44 e 8.62% nos casos de estudo 1, 2 e 3, respectivamente.

Tabela 3 - Comparaçāo dos resultados das análises efetuadas pelos dois mētods

CASO DE ESTUDO	FS FELLENIUS	FS BISHOP SIMPLIFICADO	FS MEF (ELEMENTOS TRIANGULARES DE TRÊS NÓS)	FS MEF (ELEMENTOS TRIANGULARES DE SEIS NÓS)
1	1.72	1.81	1.62	1.58
2	1.37	1.39	1.3	1.21
3	1.34	1.36	1.26	1.16

#### REFERÊNCIAS

- Chowdhury, R.; Flentje, P. e Bhattacharya, G. (2010). *Geotechnical Slope Analysis*. CRC Press/Balkema. Taylor & Francis Group, London, UK., 737 p.
- González de Vallejo, L. I. e Ferrer, M. (2011). *Geological Engineering*. CRC Press/Balkema. Taylor & Francis Group, London, UK., 678 p.
- Ortigão, J.A.R. e Sayao (Eds.) (2004). *Handbook of Slope Stabilisation*. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, Germany, 478p.
- Resende, P. T. (2021). *Análise Numérica da Estabilidade de Taludes empregando estacas como elemento de Reforço* (Master's thesis, Universidade Federal de Uberlândia). Retrieved from <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/31714>
- Silva, J. P. M. (2011). *Os Mētods de Equilíbrio Limite e dos Elementos Finitos na Análise de Estabilidade de Taludes* (Master's thesis, Universidade do Porto). Retrieved from <https://repositorio.aberto.up.pt/bitstream/10216/62106/1/000149997.pdf>